ISSN 1029-7448 (Print) ISSN 2414-0341 (Online)

# ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ОБЪЕДИНЕНИЙ СНГ

# ЭНЕРГЕТИКА

Том 64, № 5

2021

МЕЖДУНАРОДНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1958 ГОДА

## Учредитель

Министерство образования Республики Беларусь

Журнал включен в базы данных: Scopus, EBSCO, DOAJ, WorldCat, OpenAIRE, Google Scholar, РИНЦ, ЭБС «Лань», НЭБ «КиберЛенинка», Соционет

## СОДЕРЖАНИЕ

### ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКА

Добрего К. В., Бладыко Ю. В. Моделирование сборок аккумуляторных бата-	
рей в электронной лаборатории	381
Капустинский А. Ю., Константинова С. В. Повышение чувствительности за-	
щит в электрических сетях до 1 кВ путем применения микропроцессорных и полу-	
проводниковых расцепителей	393
Шпенст В. А., Орел Е. А. Повышение надежности вторичного источника пита-	
ния постоянного тока резервированием сигналов обратной связи	408
Маляр В. С., Маляр А. В. Математическая модель и характеристики асинхронно-	
го двигателя при питании от источника тока	421
Фархадзаде Э. М., Мурадалиев А. З., Абдуллаева С. А., Назаров А. А. Авто-	
матизированный анализ срока службы воздушных линий электропередачи электро-	
энергетических систем	435

## ТЕПЛОЭНЕРГЕТИКА

Фиков А. С. Метод расчета переходных процессов в газопроводе	446
Волк А. М., Вилькоцкий А. И., Пыжкова О. Н. Оценка эффективности про-	
цессов переноса в роторном аппарате	459

### Главный редактор Федор Алексеевич Романюк

### Редакционная коллегия

- В. ВУЙЦИК (Технический университет «Люблинская политехника», Люблин, Республика Польша).
- В. В. ГАЛАКТИОНОВ (Русский институт управления имени В. П. Чернова, Москва, Российская Федерация),
- М. ДАДО (Зволенский технический университет, Зволен, Словацкая Республика),
- К. В. ДОБРЕГО (Высшая аттестационная комиссия Республики Беларусь, Минск, Республика Беларусь) (заместитель главного редактора),
- И. В. ЖЕЖЕЛЕНКО (Приазовский государственный технический университет, Мариуполь, Украина),
- П. В. ЖУКОВСКИ (Технический университет «Люблинская политехника», Люблин, Республика Польша)
- В. В. ИВАШЕЧКИН (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),
- С. КАЛИНИЧЕНКО (Белорусский государственный технологический университет, Минск, Республика Беларусь),
- А. И. КИРИЛЛОВ (Санкт-Петербургский государственный политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация),
- А. КОННОВ (Университет Лунда, Швеция),
- Х. МАХКАМОВ (Университет Нортумбрии, Великобритания),
- А. А. МИХАЛЕВИЧ (Национальная академия наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь),
- НГО ТУАН КИЕТ (Научный энергетический институт Вьетнамской академии наук и технологий, Ханой, Социалистическая Республика Вьетнам),
- О. Г. ПЕНЯЗЬКОВ (Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова НАН Беларуси, Минск, Республика Беларусь),
- Е. Н. ПИСЬМЕННЫЙ (Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Киев, Украина),
- В. Ю. РУМЯНЦЕВ (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),
- А.-С. С. САУХАТАС (Рижский технический университет, Рига, Латвийская Республика),
- В. С. СЕВЕРЯНИН (Брестский государственный технический университет, Брест, Республика Беларусь),
- В. А. СЕДНИН (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь), Б. С. СОРОКА (Институт газа НАН Украины, Киев, Украина),
- В. А. СТРОЕВ (Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва, Российская Федерация)
- Е. В. ТОРОПОВ (Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Российская Федерация),
- Е. УШПУРАС (Литовский энергетический институт, Каунас, Литовская Республика),
- Б. М. ХРУСТАЛЕВ (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),
- Л. В. ШЕНЕЦ (Евразийская экономическая комиссия, Москва, Российская Федерация)

### Ведущий стилистический редактор В. Н. Гурьянчик

Издание зарегистрировано в Министерстве информации Республики Беларусь 28 февраля 2019 г. Регистрационный номер 1257

Набор и верстка выполнены в редакции журналов «Энергетика» и «Наука и техника»

Подписано к печати 30.09.2021. Формат бумаги 60×84<sup>1</sup>/<sub>8</sub>. Бумага мелованная. Печать цифровая. Гарнитура Таймс. Усл. печ. л. 12,25. Уч.-изд. л. . Тираж 100 экз. Дата выхода в свет . 2021. Заказ

Адрес редакции: 220013, г. Минск, Республика Беларусь, пр. Независимости, 65. Белорусский национальный технический университет, корп. 2, комн. 327. Тел.: +375 17 292-65-14 e-mail: energy@bntu.by; energy-bntu@mail.ru http://energy.bntu.by

> Отпечатано в БНТУ. Лицензия ЛП № 02330/74 от 03.03.2014. 220013, г. Минск, пр. Независимости, 65

> > © Белорусский национальный технический университет, 2021

ISSN 1029-7448 (Print) ISSN 2414-0341 (Online)

## PROCEEDINGS OF THE CIS HIGHER EDUCATION INSTITUTIONS AND POWER ENGINEERING ASSOCIATIONS

# **ENERGETIKA**

V. 64, No 5

2021

INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL PUBLISHED FROM JANUARY, 1958

## Founder

Ministry of Education of the Republic of Belarus

The Journal is included in the following databases: Scopus, EBSCO, DOAJ, WorldCat, OpenAIRE, Google Scholar, RISC, Lan, CyberLeninka, Socionet

## CONTENTS

## ELECTRICAL POWER ENGINEERING

Dobrego K. V., Bladyko Y. V. Modeling Battery Connections in the Electronic Lab	381
Kapustsinski A. Yu., Kanstantsinava S. V. Increasing the Sensitivity of Protections	
in Electrical Networks up to 1 kV by Using Microprocessor and Semiconductor Re-	
lease Tripping Devices	393
Shpenst V. A., Orel E. A. Improving the Reliability of DC-DC Power Supply by	
Reserving Feedback Signals	408
Malyar V. S., Malyar A. V. Mathematical Model and Characteristics of the Induc-	
tion Motor with a Power Supply from a Current Source	421
Farhadzadeh E. M., Muradaliyev A. Z., Abdullayeva S. A., Nazarov A. A. Auto-	
mated Analysis of Service Life of Air-Lines of the Electricity Transmission of Electric	
Power Systems	435

## HEAT POWER ENGINEERING

Fikov A. S. Method for Calculating Transients in a Gas Pipeline	446
Volk A. M., Vilkotsky A. I., Pyzhcova O. N. Evaluation of the Efficiency of Trans-	
fer Processes in a Rotary Apparatus	459

## Editor-in-Chief Fiodar A. Romaniuk

### **Editorial Board**

- W. T. WÓJCIK (Lublin University of Technology "Politechnika Lubelska", Lublin, Republic of Poland),
- V. V. GALAKTIONOV (Russian Institute of Management named after V. P. Chernov, Moscow, Russian Federation),
- M. DADO (Technical University in Zvolen, Zvolen, Slovak Republic),
- K. V. DOBREGO (Higher Attestation Commission of the Republic of Belarus, Minsk, Republic of Belarus) (Deputy Editor-in-Chief),
- I. V. ZHEZHELENKO (Pryazovskyi State Technical University, Mariupol, Ukraine),
- P. W. ZHUKOWSKI (Lublin University of Technology "Politechnika Lubelska", Lublin, Republic of Poland),
- V. V. IVASHECHKIN ((Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),
- A. S. KALINICHENKO (Belarusian State Technological University, Minsk, Republic of Belarus),
- A. I. KIRILLOV (Peter the Great Saint-Petersburg Polytechnic University, Saint-Petersburg, Russian Federation),
- A. KONNOV (Lund University, Sweden),
- K. MAHKAMOV (Northumbria University, United Kingdom),
- A. A. MIKHALEVICH (The National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus),
- NGO TUAN KIET (Research Energy Institute under the Vietnam Academy of Science and Technology, Hanoi, Socialist Republic of Vietnam),
- O. G. PENYAZKOV (A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus),
- E. N. PISMENNYI (National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", Kiev, Ukraine),
- V. Yu. RUMIANTSEV (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),
- A.-S. S. SAUHATAS (Riga Technical University, Riga, Republic of Latvia),
- V. S. SEVERYANIN (Brest State Technical University, Brest, Republic of Belarus),
- V. A. SEDNIN (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),
- B. S. SOROKA (The Gas Institute of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kiev, Ukraine),
- V. A. STROEV (National Research University "Moscow Power Engineering Institute", Moscow, Russian Federation),
- E. V. TOROPOV (South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation),
- E. USPURAS (Lithuanian Energy Institute, Kaunas, Republic of Lithuania),
- B. M. KHROUSTALEV (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),
- L. V. SHENETS (The Eurasian Economic Commission, Moscow, Russian Federation)

## Leading Style Editor V. N. Guryanchyk

Publication is registered in the Ministry of Information of the Republic of Belarus in 2019, February, 28<sup>th</sup> Reg. No 1257

Typesetting and makeup are made in editorial office of Journals "Energetika" and "Science and Technique"

Passed for printing 30.09.2021. Dimension of paper  $60 \times 84^{1/8}$ . Coated paper.Digital printing. Type face Times. Conventional printed sheetAn edition of 100 copies. Date of publishing2021. Order list

#### ADDRESS

Belarusian National Technical University 65, Nezavisimosty Ave., Building 2, Room 327 220013, Minsk, Republic of Belarus Tel.: +375 17 292-65-14 e-mail: energy@bntu.by; energy-bntu@mail.ru http://energy.bntu.by

Printed in BNTU. License LP No 02330/74 from 03.03.2014. 220013, Minsk, 65, Nezavisimosty Ave.

© Belarusian National Technical University, 2021

https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-5-381-392

УДК 621.355.1

## Моделирование сборок аккумуляторных батарей в электронной лаборатории

## К. В. Добрего<sup>1)</sup>, Ю. В. Бладыко<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Высшая аттестационная комиссия Республики Беларусь (Минск, Республика Беларусь), <sup>2)</sup>Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2021 Belarusian National Technical University, 2021

Реферат. В исследовании представлено моделирование процессов заряда-разряда сборок аккумуляторных батарей с учетом их деградации. Приведены результаты симулирования циклической работы сборок батарей в электронной лаборатории Electronics Workbench и возможные схемы соединения. Рассмотрены варианты перекоммутации аккумуляторных батарей во время работы, подключения дополнительных элементов для продления срока службы сборки. При моделировании учитывалось наличие в сборке одной дефектной батареи. Проведено сравнение работы сборок с дефектной батареей и эталонной. В результате сравнения способов соединения батарей предпочтительным признан параллельнопоследовательный способ. Для такой сборки временные параметры работы остались практически неизменными, однако напряжения в дефектной и других батареях изменились более чем в два раза по сравнению с последовательно-параллельным соединением. Проанализированы изменения заряда, напряжения и тока сборок с деградировавшей батареей и эталонной. Показаны временные диаграммы для батарей, подключенных параллельно и последовательно с дефектной. Потери мощности в дефектной батарее снижаются при выборе параллельно-последовательной сборки, а переключение сборки с последовательнопараллельным соединением в параллельно-последовательное не приводит к компенсации деградации параметров батареи. Изменение временных интервалов переключения в широком диапазоне не способствует увеличению емкости дефектной батареи. Деградация параметров батареи вызывает более резкие скачки напряжения, заряда и тока. Дополнительная же подпитка энергией дефектной батареи поддерживает работоспособность всей сборки. Подпитка может быть выполнена подключением параллельно с дефектной дополнительной батареи или конденсатора, что равносильно замене деградировавшей батареи на новую.

Ключевые слова: аккумуляторная батарея, заряд, разряд, емкость, деградация, соединение, переключение, подпитка

Для цитирования: Добрего, К. В. Моделирование сборок аккумуляторных батарей в электронной лаборатории / К. В. Добрего, Ю. В. Бладыко // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2021. Т. 64, № 5. С. 381–392. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-5-381-392

Адрес для переписки Добрего Кирилл Викторович Высшая аттестационная комиссия Республики Беларусь просп. Независимости, 66, 220072, г. Минск, Республика Беларусь Тел.: +375 17 368-11-57 dobrego@vak.gov.by Address for correspondence Dobrego Kirill V. Higher Attestation Commission of the Republic of Belarus 66, Nezavisimosty Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus Tel.: +375 17 368-11-57 dobrego@vak.gov.by

## Modeling Battery Connections in the Electronic Lab

## K. V. Dobrego<sup>1)</sup>, Y. V. Bladyko<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Higher Attestation Commission of the Republic of Belarus (Minsk, Republic of Belarus),
<sup>2)</sup>Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. The paper deals with the modeling of the processes of charge-discharge of battery assemblies taking into account their degradation. The results of simulating the cyclic operation of battery assemblies in the Electronics Workbench electronic laboratory are presented, possible schemes of inclusion are given, and options for re-switching batteries during operation are considered as well as connecting additional elements to extend the life of the connection. The simulation took into account the presence of one defective battery in the assembly. The operation of the assembly with a defective battery and a reference battery was compared. As a result of the analysis of parallel-serial and serial-parallel battery connections, the first one is considered preferable. For an assembly with a parallel-serial connection, the time parameters of operation remained almost unchanged, but the differences in the voltages of the defective and other batteries changed more than twice as compared with a serial-parallel connection. The changes in charge, voltage and current of assemblies with a degraded battery and a reference battery are analyzed. Timing diagrams are shown for batteries connected in parallel and in series with defective batteries. Power losses in a defective battery are reduced by choosing a parallel-series assembly, while switching a connection from a serial-parallel connection to a parallel-series one does not lead to compensation for the degradation of battery parameters. Changing the switching time intervals in a wide range does not contribute to increasing the capacity of a defective battery. Degradation of battery parameters leads to sharper surges in voltage, charge and current. The additional power recharge of the defective battery maintains the performance of the entire assembly. Recharge can be performed by connecting in parallel a defective additional battery or a capacitor, which is equivalent to replacing a degraded battery with a new one.

Keywords: battery, charge, discharge, capacity, degradation, connection, switching, recharge

For citation: Dobrego K. V., Bladyko Y. V. (2021) Modeling Battery Connections in the Electronic Lab. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 64 (5), 381–392. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-5-381-392 (in Russian)

## Введение

Вопросы продления срока службы аккумуляторных батарей (АКБ) и их сборок актуальны для ряда отраслей [1–9]. Необходимо также решать задачи оптимизации схем подключения, управления работой больших сборок АКБ с учетом деградации параметров отдельных батарей в зависимости от типа, конструкции, режима заряда-разряда, условий эксплуатации. Важным инструментом решения указанных проблем может стать компьютерное моделирование процессов заряда-разряда АКБ и их сборок с учетом эффектов деградации.

В [10] показана работоспособность электронной лаборатории Electronics Workbench [11], предоставляющей при использовании критерия подобия возможности усложнения схем и анализа больших параллельнопоследовательных сборок АКБ.

Перспективной целью исследований, проводимых на энергетическом факультете БНТУ [12] и, в частности, авторами настоящей статьи, является использование АКБ в крупных сборках для повышения эффективности энергообеспечения жилых помещений, объектов ЖКХ и промышленности. В представленной работе с помощью компьютерного моделирования анализируется «коллективное» поведение аккумуляторных ячеек или АКБ в параллельно-последовательных сборках, приводятся результаты такого симулирования и возможные схемы подключения, рассматриваются варианты перекоммутации схем во время работы, подключения дополнительных элементов для продления срока службы сборки АКБ. Анализируются сборки из четырех АКБ, однако результаты могут распространяться и на сборки с большим числом элементов.

## Выбор схемы соединений сборок аккумуляторных батарей

В общем случае для сборок АКБ возможны последовательные, параллельные соединения и их комбинации. Вид соединений диктуется уровнем напряжения и другими техническими соображениями. Последовательное соединение электротехнических элементов считается менее надежным, так как обрыв пути протекания тока в любом месте приводит к потере электроснабжения всей цепи. Причиной обрыва могут стать плохой монтаж, пайка, окисление контактов, неисправность одного из источников или приемников и т. д. В то же время для параллельного соединения требуется больше коммутационных соединений (проводов).

Для сборки четырех АКБ возможны два варианта соединения: последовательно-параллельное (рис. 1a) и параллельно-последовательное (рис. 1b).



*Puc. 1.* Сборка четырех аккумуляторных батарей: a – последовательно-параллельная; b – параллельно-последовательная *Fig. 1.* Connection of four batteries: a – serial-parallel; b – parallel-serial

При последовательно-параллельном соединении обрыв любой ветви источников оставляет в работе вторую ветвь, увеличивая на нее токовую нагрузку и снижая работоспособность сборки до 50 %. В случае параллельно-последовательного подключения обрыв цепи одной АКБ ведет к потере электроснабжения только на 25 %, при этом также возрастает токовая нагрузка на оставшуюся без параллельного соединения батарею. Это подтверждает преимущество параллельно-последовательной сборки. Однако для преобразования последовательно-параллельного соединения в параллельно-последовательное требуются дополнительные перемычки.

Если в сборке имеется дефектная АКБ с уменьшенной емкостью и увеличенным внутренним сопротивлением, происходит перераспределение напряжений и токов, процентное снижение суммарной емкости сборки будет меньше, чем указанные выше предельные.

## Моделирование последовательно-параллельной сборки аккумуляторной батареи

Моделирование проводилось в электронной лаборатории Electronics Workbench по схеме, описанной в [10], с использованием критерия подобия (рис. 2).



Емкость конденсатора, моделирующего АКБ, составляла 5  $\Phi$ , что соответствует емкости АКБ 60 А·ч напряжением 12 В при замене размерности оси времени с секунд на часы. Одновременно моделировались: эталонная сборка (рис. 2b), состоящая из одинаковых АКБ (подцепи ak) с номинальными параметрами (5  $\Phi$ , что соответствует 60 А·ч, внутреннее сопротивление 0,1 Ом); тестируемая сборка (рис. 2a) с одной дефектной АКБ (подцепь ak\_1) с уменьшенной на 10 % емкостью (4,5  $\Phi$ , что соответствует 54 А·ч) и увеличенным внутренним сопротивлением 0,15 Ом.

Временные диаграммы состояния заряда в ходе зарядно-разрядного циклирования исправной АКБ в эталонной сборке и дефектной АКБ в тестируемой представлены на рис. 3. Показан тренд деградации емкости дефектной АКБ.





*Fig. 3.* Timing diagram of charge of an operable battery (blue line) in the reference assembly and a defective battery (red line): a – when the parameters are degraded initially;

b – when the degradation is progressive

В ходе циклирования происходит ускоренная деградация дефектной АКБ – дальнейшее уменьшение емкости с 4,5 до 4,0  $\Phi$  (до 48 А·ч) и увеличение внутреннего сопротивления с 0,15 до 0,20 Ом.

Анализ диаграмм показывает, что наличие дефектной АКБ в сборке приводит к перераспределению токов и напряжений. На дефектной АКБ напряжение возрастает, на остальных исправных АКБ – понижается. Бо́льшая токовая нагрузка ложится на батареи, расположенные параллельно с дефектной, поскольку они помогают ей заряжаться, увеличивая свой ток разряда. Потери мощности увеличиваются и у деградировавшей батареи.

Уменьшение емкости на 10 % и увеличение внутреннего сопротивления (с 0,10 до 0,15 Ом) дефектной АКБ приводят к сокращению времени разряда исследуемой сборки на 3,5 % по сравнению с эталонной. При дальнейшей деградации (уменьшение емкости на 20 %, увеличение внутреннего сопротивления с 0,15 до 0,20 Ом) время разряда исследуемой сборки уменьшается на 6,9 % по сравнению с эталонной. Различие между напряжениями исследуемой и эталонной батарей составляет 4,9 %, при прогрессировании деградации оно увеличивается до 10,5 %. Если сравнивать напряжение дефектной АКБ и последовательно включенной, то при деградации разница между ними возрастает с 10,3 до 23,4%. Потери мощности в дефектной АКБ увеличиваются при этом на 20 %.

## Моделирование параллельно-последовательной сборки аккумуляторной батареи

Схема параллельно-последовательной сборки четырех АКБ представлена на рис. 4.



Временные диаграммы состояния заряда в ходе зарядно-разрядного циклирования исправной АКБ в эталонной сборке и дефектной АКБ в тестируемой представлены на рис. 5.



*Рис. 5.* Временная диаграмма состояния заряда исправной батареи (синяя линия) в эталонной сборке и дефектной батареи (красная линия): а – с первоначальной деградацией параметров; b – с учетом деградации параметров со временем

Fig. 5. Timing diagram of charge of an operable battery (blue line) in the reference assembly and a defective battery (red line): a – when the parameters are degraded initially;
b – taking into account the degradation of parameters over time

Уменьшение емкости на 10 % и увеличение внутреннего сопротивления (с 0,10 до 0,15 Ом) дефектной АКБ приводят к сокращению времени разряда исследуемой сборки на 3,2 % по сравнению с эталонной. При дальнейшей деградации (снижение емкости на 20 %, увеличение внутреннего сопротивления с 0,15 до 0,20 Ом) время разряда тестируемой сборки уменьшается на 6,4 % по сравнению с эталонной. Изменение параметров зарядного устройства и нагрузки для разряда АКБ не выявило существенного влияния на указанные процентные соотношения.

Различие между напряжениями исследуемой и эталонной батарей составляет 3,0 %, при прогрессировании деградации оно увеличивается до 6,3 %. Если сравнивать напряжения дефектной АКБ и последовательно включенной, то при деградации разница между ними возрастает с 5,0 до 10,4 %. Потери мощности в дефектной АКБ увеличиваются при этом на 12,2 %.

## Переключение сборки с последовательно-параллельного соединения в параллельно-последовательное

При сохранении всех параметров моделирования и применении метода подобия [10] в схему добавлен ключ для перекоммутирования АКБ (рис. 6), замыкающийся через 25 ч после начала подключения сборки в цикл «заряд – разряд». Среди исправных АКБ (подцепи аk) имеется одна дефектная батарея (подцепь ak\_1) с емкостью на 10 % меньше и внутренним сопротивлением на 50 % больше, чем у исправных АКБ.



*Рис. 6.* Переключение сборки с последовательно-параллельного соединения в параллельно-последовательное

Fig. 6. Switching from serial-parallel connection to parallel-serial one

Временная диаграмма состояния заряда дефектной АКБ при подключении к ней параллельно исправной АКБ в ходе зарядно-разрядного циклирования представлена на рис. 7. Ключ подключает исправную АКБ через 25 ч и отключает через 28 ч.



Рис. 7. Временная диаграмма состояния заряда исправной (синяя линия) и дефектной (красная линия) батарей, подключаемых параллельно

*Fig.* 7. Timing diagram of charge of an operable battery (blue line) connected in parallel with a defective battery (red line)

Из-за выравнивания напряжений при подключении исправной АКБ происходят перераспределение зарядов и броски токов. Причем это не ве-

дет к увеличению емкости дефектной АКБ. В расчетах для других временных параметров переключений (менялись моменты включения-выключения) проявляется та же тенденция. Дальнейшая деградация параметров АКБ приводит лишь к более резким скачкам напряжения, заряда и тока. Таким образом, переключение сборки с последовательно-параллельным соединением в параллельно-последовательное не приводит к компенсации деградации параметров АКБ.

## Моделирование параллельно-последовательной сборки четырех аккумуляторных батарей с дополнительной подпиткой дефектной батареи

Подпитка энергией дефектной батареи в параллельно-последовательной сборке реализуется подключением дополнительного источника постоянного тока параллельно с деградировавшей АКБ (рис. 8).



*Рис.* 8. Параллельно-последовательное соединение аккумуляторных батарей с цепями подпитки

Fig. 8. Parallel-serial connection of the battery with recharge circuits

Изменение заряда дефектной и исправной АКБ, подключенных параллельно, показано на рис. 9 для трех случаев подпитки энергией. Представленные зависимости показывают, что дополнительная подпитка энергией дефектной АКБ поддерживает работоспособность всей сборки. Увеличение энергии подпитки повышает напряжение и заряд АКБ. Подпитка может быть выполнена подключением параллельно с дефектной дополнительной батареи или конденсатора, что равносильно замене деградировавшей АКБ на новую. Поэтому актуальным остается поиск дефектной АКБ в сборке, например путем применения индикаторов и электронных схем контроля разряда батарей.



## выводы

1. В результате анализа параллельно-последовательного и последовательно-параллельного соединений батарей предпочтительным признан первый способ. Для сборки с параллельно-последовательным соединением временные параметры работы остались практически неизменными, однако различия в напряжениях дефектной и других батарей изменились более чем в два раза по сравнению с последовательно-параллельным соединением. Потери мощности в дефектной батарее при параллельно-последовательной сборке снизились на 16,5 %.

2. При переключении сборки с последовательно-параллельным соединением на параллельно-последовательное из-за выравнивания напряжений при подключении исправной батареи происходят перераспределение зарядов и броски токов. К увеличению емкости дефектной батареи это не ведет. Такая тенденция сохраняется и с изменением параметров работы ключа. Дальнейшая деградация параметров батарей приводит лишь к более резким скачкам напряжения, заряда и тока. Таким образом, переключение сборки с последовательно-параллельным соединением в параллельно-последовательное не приводит к компенсации деградации параметров батареи.

3. Дополнительная подпитка энергией дефектной батареи поддерживает работоспособность всей сборки. Увеличение энергии подпитки повышает напряжение и заряд батареи. Подпитка может быть выполнена подключением параллельно с дефектной дополнительной батареи или конденсатора, что равносильно замене деградировавшей батареи на новую. Таким образом, актуальным остается поиск дефектной батареи в сборке, например путем применения индикаторов и электронных схем контроля разряда батарей.

### ЛИТЕРАТУРА

- Shepherd, C. M. Design of Primary and Secondary Cells. Part 2. An Equation Describing Battery Discharge / C. M. Shepherd // Journal of Electrochemical Society. 1965. Vol. 112, Iss. 7. P. 657–664. https://doi.org/10.1149/1.2423659.
- Tremblay, O. Experimental Validation of a Battery Dynamic Model for EV Applications / O. Tremblay, L.-A. Dessaint // World Electric Vehicle Journal. 2009. Vol. 3, Iss. 2. P. 289–298. https://doi.org/10.3390/wevj3020289.
- Krasucki, J. Projektowanie Hybrydowych Elektro-Hydraulicznych Układów Napędowych / J. Krasucki, A. Rostowski. Radom, 2010.
- Фоменко, Н. С. Особенности моделирования свинцово-кислотного аккумулятора / Н. С. Фоменко, А. С. Григорьев, А. С. Динисилов // Электрохимическая энергетика. 2019. Т. 19, № 2. С. 81–89. https://doi.org/10.18500/1608-4039-2019-19-2-81-89.
- 5. Пост, С. С. Имитационная электроэнергетическая модель литий-ионной аккумуляторной батареи [Электронный ресурс] / С. С. Пост, В. И. Иванчура // Молодежь и наука: сб. материалов IX Всерос. науч.-техн. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых с междунар. участием, посвященной 385-летию со дня основания г. Красноярска. Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2013. Режим доступа: http://conf.sfu-kras.ru/sites/mn2013/thesis/s044/s044-040.pdf. Дата доступа: 10.07.2019.
- 6. Борисевич, А. В. Моделирование литий-ионных аккумуляторов для систем управления батареями: обзор текущего состояния [Электронный ресурс] / А. В. Борисевич // Современная техника и технологии. 2014. № 5. Режим доступа: http://technology.snauka.ru/ 2014/05/3542. Дата доступа: 12.04.2020.
- 7. Сазанов, А. Б. Математическое моделирование режимов работы аккумуляторных батарей / А. Б. Сазанов // Техника машиностроения. 2007. № 2. С. 27–30.
- Мартьянов, А. С. Моделирование алгоритмов заряда аккумуляторной батареи [Электронный ресурс] / А. С. Мартьянов // Наука ЮУрГУ: материалы 67-й науч. конф. Секция техн. наук. 2015. С. 1165–1171. Режим доступа: https://dspace.susu.ru/xmlui/bitstream/ handle/0001.74/6376/44.pdf?sequence=1. Дата доступа: 12.04.2020.
- 9. Гринчик, Н. Н. Об измерении электрического сопротивления жидких электролитов аккумуляторных батарей / Н. Н. Гринчик, К. В. Добрего, М. А. Чумаченко // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2018. Т. 61, № 6. С. 494–507. https://doi.org/10. 21122/1029-7448-2018-61-6-494-507.
- 10. Добрего, К. В. Моделирование аккумуляторных батарей и их сборок с учетом деградации параметров / К. В. Добрего, Ю. В. Бладыко // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2021. Т. 64, № 1. С. 27–39. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-1-27-39.
- 11. Карлащук, В. И. Электронная лаборатория на IBM PC. Лабораторный практикум на базе Electronics Workbench и MatLab / В. И. Карлащук. М.: СОЛОН-Пресс, 2004. 800 с.
- 12. Бладыко, Ю. В. Электроника / Ю. В. Бладыко. Минск: ИВЦ Минфина, 2016. 190 с.

Поступила 18.12.2020 Подписана в печать 23.02.2021 Опубликована онлайн 30.09.2021

### REFERENCES

- Shepherd C. M. (1965) Design of Primary and Secondary Cells. Part 2. An Equation Describing Battery Discharge. *Journal of Electrochemical Society*, 112 (7), 657–664. https://doi.org/10. 1149/1.2423659.
- Tremblay O., Dessaint L.-A. (2009) Experimental Validation of a Battery Dynamic Model for EV Applications. *World Electric Vehicle Journal*, 3 (2), 289–298. https://doi.org/10. 3390/wevj3020289.
- 3. Krasucki J., Rostowski A. (2010) Projektowanie Hybrydowych Elektro-Hydraulicznych Układów Napędowych. Radom.
- 4. Fomenko N. S., Grigoriev A. S., Dinisilov A. S. (2019) Specific Features of Lead-Acid Battery Modelling. *Electrokhimicheskaya Energetika = Electrochemical Energetics*, 19 (2), 81–89. https://doi.org/10.18500/1608-4039-2019-19-2-81-89 (in Russian).
- 5. Post S. S., Ivanchura V. I. (2013) Simulation Electric Power Model of a Lithium-Ion Battery. Molodezh' i Nauka: Sb. Materialov IX Vseros. Nauch.-Tekhn. Konf. Studentov, Aspirantov i Molodykh Uchenykh s Mezhdunar. Uchastiem, Posvyashchennoi 385-letiyu so Dnya Osnovaniya g. Krasnoyarska [Youth and Science: a Collection of Materials of the IX All-Russian Scientific and Technical Conference of Students, Graduate Students and Young Scientists with International Participation Dedicated to the 385<sup>th</sup> Anniversary of the Founding of the City of Krasnoyarsk]. Krasnoyarsk: Siberian Federal University Publ. Available at: http://conf.sfukras.ru/sites/mn2013/thesis/s044/s044-040.pdf (Accessed 10 July 2019) (in Russian).
- Borisevich A. V. (2014) Modeling of Lithium-Ion Batteries for Battery Management Systems: the Survey of Current State. *Sovremennaya Tekhnika i Tekhnologii = Modern Techniques and Technologies*, (5). Available at: http://technology.snauka.ru/2014/05/3542 (Accessed 12 April 2020) (in Russian).
- Sazanov A. B. (2007) Mathematical Modeling of Battery Operating Conditions. *Tekhnika* Mashinostroeniya [Mechanical Engineering Technologies], (2), 27–30 (in Russian).
- Mart'yanov A. S. (2015) Modeling of Rechargeable Battery Charge Algorithms. *Nauka YuUrGU: Materialy 67-i Nauch. Konf. Sektsii Tekhnicheskikh Nauk* [SUSU Science: Proceedings of the 67<sup>th</sup> Scientific Conference. Section of Technical Sciences], 1165–1171. Available at: https://dspace.susu.ru/xmlui/bitstream/handle/0001.74/6376/44.pdf?sequence=1 (Accessed 12 April 2020) (in Russian).
- Grinchik N. N., Dobrego K. V., Chumachenko M. A. (2018) On the Measurement of Electric Resistance of Liquid Electrolytes of Accumulator Battery. *Energetika. Izvestiya Vysshikh* Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations, 61 (6), 494–507. https://doi. org/10.21122/1029-7448-2018-61-6-494-507 (in Russian).
- Dobrego K. V., Bladyko Y. V. (2021) Modeling of Batteries and their Assemblies Taking into Account the Degradation of Parameters. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 64 (1), 27–39. https://doi.org/10.21122/ 1029-7448-2021-64-1-27-39 (in Russian).
- 11. Karlashchuk V. I. (2004) *IBM PC-Based Electronic Laboratory. Laboratory Workshop Based* on *Electronics Workbench and MatLab.* Moscow, SOLON-Press Publ. 800 (in Russian).
- 12. Bladyko Y. V. (2016) *Electronics*. Minsk, ICC of the Ministry of Finance Publ. 190 (in Russian).

Received: 18 December 2020 Accepted: 23 February 2021 Published online: 30 September 2021

Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. Т. 64, № 5 (2021), с. 393–407 Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc. V. 64, No 5 (2021), pp. 393–407 393

https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-5-393-407

УДК 620.9

## Повышение чувствительности защит в электрических сетях до 1 кВ путем применения микропроцессорных и полупроводниковых расцепителей

## А. Ю. Капустинский<sup>1, 2)</sup>, С. В. Константинова<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь), <sup>2)</sup>ОДО «ЭНЭКА» (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2021 Belarusian National Technical University, 2021

Реферат. В статье рассматривается вопрос эффективности функционирования электрических сетей до 1 кВ, а именно возможность повышения чувствительности защит в сетях до 1 кВ, что способствует снижению токов срабатывания защиты и соответственно уменьшению сечения кабельно-проводниковой продукции. Показана актуальность данной проблемы и определены задачи исследования. Большое внимание уделено понятию селективности, в том числе полной и частичной. Достаточно глубоко проработан вопрос о том, какие защитные аппараты можно считать селективными. Представлен пример определения селективных выключателей в результате лабораторных исследований, проводимых производителем оборудования. Систематизированы и подробно описаны негативные явления, имеющие место при обеспечении селективности защит в сетях до 1 кВ. На основе сравнительного анализа параметров автоматических выключателей с расцепителями различных типов предложено решение данной проблемы путем использования автоматических выключателей с микропроцессорными и полупроводниковыми расцепителями. Выполнена оценка эффективности применения микропроцессорных расцепителей в зависимости от номинального тока автоматического выключателя. Рассмотрены и указаны дополнительные преимущества микропроцессорных автоматических выключателей, а также обозначены их недостатки. Перечислены основные ожидаемые положительные эффекты от применения автоматических выключателей с микропроцессорными расцепителями с учетом того, что данный тип выключателей рассматривается как комплекс заменяемых ими устройств. В то же время отмечено, что для выполнения поставленной задачи нет необходимости устанавливать комплексные решения на базе расцепителя с применением микроконтроллера, а достаточно простейшего устройства, работа которого основана на данном принципе.

Ключевые слова: автоматический выключатель, предохранитель, отключение, карта селективности, времятоковая характеристика, обратнозависимая характеристика, чувствительность, защита от перегрузки, защита от коротких замыканий, расцепитель, плавкая вставка, микропроцессорный расцепитель, выбор оборудования, энергетическая селективность

Для цитирования: Капустинский, А. Ю. Повышение чувствительности защит в электрических сетях до 1 кВ путем применения микропроцессорных и полупроводниковых расцепителей / А. Ю. Капустинский, С. В. Константинова // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2021. Т. 64, № 5. С. 393–407. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-5-393-407

Адрес для переписки	Address for correspondence
Константинова Светлана Валерьевна	Kanstantsinava Sviatlana V.
Белорусский национальный технический университет	Belarusian National Technical University
просп. Независимости, 65/2,	65/2, Nezavisimosty Ave.,
220013, г. Минск, Республика Беларусь	220013, Minsk, Republic of Belarus
Тел.: +375 17 292-65-52	Tel.: +375 17 292-65-52
svkon2000@gmail.com	svkon2000@gmail.com

## Increasing the Sensitivity of Protections in Electrical Networks up to 1 kV by Using Microprocessor and Semiconductor Release Tripping Devices

A. Yu. Kapustsinski<sup>1, 2)</sup>, S. V. Kanstantsinava<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus), <sup>2)</sup>ALC «ENECA» (Minsk, Republic of Belarus)

Abstracts. The paper deals with the problem of increasing the efficiency of the functioning of electric networks up to 1 kV, namely, the possibility of increasing the sensitivity of protections in networks up to 1 kV, which helps to reduce the protection response currents and, accordingly, reduce the cross-section of cable and wire products. The topicality of this problem is shown and the research tasks are defined. Much attention is paid to the concept of selectivity; attention is also paid to the concepts of full and partial selectivity. "Which protective devices can be considered selective?" is a question that is considered and worked out in sufficient depth in the paper. The negative phenomena that occur when ensuring the selectivity of protections in networks up to 1 kV are systematized and described in detail. Based on a comparative analysis of the parameters of circuit breakers with release tripping devices of various types, a solution to this problem is proposed by using circuit breakers with microprocessor and semiconductor release tripping devices. Additional advantages of microprocessor-based circuit breakers are considered and indicated, as well as their disadvantages are indicated, too. The main expected positive effects from the use of circuit breakers with microprocessor release tripping devices are listed, taking into account the fact that this type of circuit breakers is considered as a complex of devices replaced by it. The article can be recommended to employees of electric power specialties working with networks up to 1 kV.

**Keywords:** circuit breaker, fuse, disconnection, selectivity chart, current-time characteristics, reverse-dependent characteristic, sensitivity, overload protection, short-circuit protection, release tripping device, plug fuse, microprocessor release tripping device, equipment selection, energy selectivity

**For citation:** Kapustsinski A. Yu., Kanstantsinava S. V. (2021) Increasing the Sensitivity of Protections in Electrical Networks up to 1 kV by Using Microprocessor and Semiconductor Release Tripping Devices. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 64 (5), 393–407. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-5-393-407 (in Russian)

## Введение

При построении схем электроснабжения напряжением до 1 кВ в случае невозможности организации групповых щитов с большим числом подключений расчетная нагрузка небольшой группы потребителей может оказаться равной или меньше номинального тока потребителя наиболее мощного присоединения. Основным критерием выбора вводного автоматического выключателя является селективность, несоблюдение которой способно привести к отключению всех потребителей данной группы при перегрузке или коротком замыкании на отходящей линии. Селективными должны быть вводной аппарат защиты и аппарат защиты, установленный в начале питающей линии. В свою очередь, аппарат защиты в начале питающей линии должен быть селективен с вводным аппаратом защиты данного распредустройства и т. д. Поскольку в сетях до 1 кВ селективность аппаратов защиты с обратнозависимой времятоковой характеристикой обеспечивается увеличением тока срабатывания, последний может оказаться настолько завышен, что осуществить защиту сети от коротких замыканий согласно действующим техническим нормативным правовым актам не представится возможным, ввиду того что коэффициент чувствительности окажется меньше регламентированного значения.

## Основная часть

Селективным считается защитный аппарат, ток срабатывания которого на один-два порядка из стандартного ряда больше, чем у нижестоящего, если физический принцип анализа тока в последовательной цепи защитного аппарата основан на преобразовании электрической энергии в тепловую (предохранитель или автоматический выключатель с тепловым расце-

пителем). Неточность формулировки (один-два порядка) обусловлена тем, что значения, последовательно стоящие в стандартном ряду номинальных токов расцепителя выключателей или в стандартном ряду номинальных токов плавкой вставки предохранителей, а также разброс значений тока срабатывания и времятоковые характеристики аппаратов защиты отличаются у различных производителей, так как не все выпускаемые защитные аппараты рассчитаны на промежуточное значение, допустимое согласно стандартному ряду, определенному ГОСТ 9098-93 [1].

Точную информацию о том, являются ли защитные аппараты селективными, можно получить только от производителя оборудования ввиду большого количества влияющих на данный параметр факторов. Условная схема электроснабжения с селектив-



*Рис. 1.* Условная схема электроснабжения, обладающая селективностью

*Fig. 1.* A conditional power supply scheme with selectivity

ными, согласно данным производителя, автоматическими выключателями приведена на рис. 1. Информация об обеспечении селективности представлена в табличной форме на рис. 2.

Автоматические выключатели зачастую работают в системах электроснабжения вместе с предохранителями в качестве как выше-, так и нижестоящих аппаратов защиты. Следовательно, возникает необходимость координации защит между собой при данных вариантах конфигурации сети. Для этой цели производителем оборудования составляются таблицы селективности, аналогичные приведенной на рис. 2.

Вышестоящий аппарат		IC60N/H/L													
In (A)		крива	Ло	1.	1		40	42	40	20	25	22	40	50	62
in (A)		1	2	3	4	6	10	13	16	20	25	32	40	50	63
Нижестоящий аппарат	1Р, 1Р+N 2Р (380-415 В) двухфазная сеть 3Р, 3Р+N 4Р														
Предельный ток с	елективности (А)														
IC60N/H/L	0.5	8	60	Iτ	lτ.	Iτ	Iτ	ΙT.	lτ.	Iτ	Iτ	Iτ	Iτ	т	т
Кривая В	1		16	24	32	70	180	210	370	590	1100	2400	7000	т	т
	2			24	32	48	140	160	220	310	460	780	1200	2000	2000
	3				5	48	120	104	190	280	380	580	820	1400	1400
	4					14	80	104	130	240	300	430	590	1000	1100
	6						80	104	130	160	200	380	480	770	850
	10							104	130	160	200	260	320	680	500
	13									160	200	260	320	600	500
	16										200	260	320	600	500
	20											260	320	400	500
	25												320	400	500
	32													400	500
	40														500
	50														
Предельный ток с	елективности (А)														
IC60N/H/L	0.5	8	50	lτ.	ΙT.	Iτ.	ΙT.	ΙT.	IT.	lτ.	Iτ	Iτ.	Iτ.	Iτ	Т
Кривая С	1		16	24	32	70	180	210	370	590	1100	2400	7900	т	т
	2			24	32	48	120	160	220	310	460	780	1200	2000	2000
	3					16	80	104	190	280	380	480	820	1400	1400
	4			<u> </u>		14	80	104	130	160	300	430	590	1000	1100
	6			<u> </u>			80	104	130	160	200	380	480	770	850
	10								130	160	200	260	320	680	500
	13									55	200	260	320	600	500
	16			<u> </u>							71	260	320	400	500
	20											260	320	400	500
	25												127	400	500
	32													168	500
	40			1											500
	50														
Предельный ток с	елективности (А)						· · ·								
IC60N/H/L	0.5	1	50	Iτ	T	Т	Т	Т	Т	Т	Т	т	Т	т	т
Кривая D	1			24	32	70	180	210	370	590	1100	2400	7900	T	T
	2		1	1	25	48	120	160	220	310	460	680	1200	2000	2000
	3					15	80	104	130	240	380	480	710	1400	1400
	4			1	-	<u> </u>	28	100	130	160	300	430	590	1000	910
	6				-				130	160	200	260	480	770	760
	10				-		1			73	200	260	320	600	500
	13			-			1	-		-	79	260	320	600	500
	16			-	+	-	+	-			71	194	320	400	500
	20				-		1				<u> </u>		135	400	500
	25			<u> </u>	-		+	-			1		1	174	500
	32				-		1	-			<u> </u>				277
	40														
									_						

Рис. 2. Таблица селективности автоматических выключателей Schneider Electric Acti9 iC60, предоставляемая производителем [2]: Т – абсолютная селективность; пустая ячейка – селективность отсутствует;

заполненная цифрой ячейка – предельный ток селективности

*Fig. 2.* The selectivity table of Schneider Electric Acti9 iC60 circuit breakers provided by the manufacturer [2]: T – total selectivity; empty cell – no selectivity;

the cell filled with number - the limit current of selectivity

Селективность аппаратов защиты определяется производителем опытно-аналитическим путем на основе анализа критериев селективности в критических точках защитных характеристик (точки, в которых характеристики срабатывания аппаратов защиты наиболее приближены друг к другу) с использованием результатов конструкторских расчетов и данных, полученных в ходе испытаний. Защитные характеристики с отмеченными критическими точками представлены на рис. 3.



*Рис. 3.* Исследуемые времятоковые характеристики предохранителя и выключателя с указанием критических точек [3]

*Fig. 3.* Time-current characteristics of the fuse and breaker with indication of critical points being under study

Таблицы селективности составляются по значению теплового импульса, выделяющегося в автоматическом выключателе, характеризующего значение энергии в тепловом расцепителе. Согласно уравнению теплового баланса, электрическая энергия в электрическом аппарате частично расходуется на его нагрев (нагрев плавкой вставки предохранителя или теплового расцепителя автоматического выключателя, что приводит к отключению) и частично уходит в окружающую среду. Теплообмен аппарата с окружающей средой зависит от разности температур, параметров изделия и времени протекания сверхтока. Последнее позволяет пренебречь теплообменом с окружающей средой при быстром отключении. Селективность защитных аппаратов при протекании токов, значительно превышающих номинальный ток теплового расцепителя, обеспечивается при условии, что энергия, выделяемая в процессе протекания тока короткого замыкания, должна приводить к отключению нижестоящего аппарата защиты, а энергия, выделяемая за время срабатывания нижестоящего аппарата защиты и гашения электрической дуги в вышестоящем аппарате, не должна приводить к отключению вышестоящего аппарата защиты. Данный метод называется энергетической селективностью. Графическое представление условия обеспечения энергетической селективности приведено на рис. 4.



*Puc. 4.* График обеспечения энергетической селективности [4] *Fig. 4.* Power supply selectivity provision diagram [4]

В некоторых случаях производитель предоставляет графики энергетической селективности для определения селективных аппаратов защиты, однако в большинстве случаев анализ полученных опытным путем данных о величине теплового импульса, необходимого для отключения оборудования, выполняется непосредственно производителем.

Подтверждение селективности двух аппаратов защиты различных производителей невозможно получить от завода-изготовителя, так как он не несет ответственности за оборудование конкурентов. Также это привело бы к значительному увеличению числа необходимых опытов, объема справочного материала и усложнению выбора оборудования.

Определение границ селективности усложняется при малых значениях тока короткого замыкания и протекании тока перегрузки. Это связано со значительным влиянием теплообмена с окружающей средой во время срабатывания автоматического выключателя. Следовательно, определение границ селективности по величине интеграла Джоуля не так эффективно ввиду различия параметров выше- и нижестоящего аппаратов защиты, характеризующих теплообмен с окружающей средой.

В большинстве случаев принято считать селективными два защитных аппарата, принцип работы которых основан на преобразовании электрической энергии в тепловую, если ток срабатывания вышестоящего аппарата в 1,6 раза больше, чем нижестоящего. Число 1,6 является типовым множителем для получения стандартного ряда токов и мощностей оборудования. Эта зависимость подтверждается опытными данными (рис. 1) и указана в [5, п. 3.1.11]. Для автоматических выключателей и предохранителей данная зависимость может быть записана в виде:

$$\frac{I_{\text{pacu.B}}}{I_{\text{pacu.H}}} \ge 1, 6; \tag{1}$$

$$\frac{I_{\text{пл.в}}}{I_{\text{пл.н}}} \ge 1, 6,$$
 (2)

где  $I_{\text{расц.в.}}$ ,  $I_{\text{расц.н.}}$  – номинальный ток теплового расцепителя выше- и нижестоящего автоматических выключателей соответственно, А;  $I_{\text{пл.в.}}$ ,  $I_{\text{пл.н.}}$  – то же плавкой вставки выше- и нижестоящего предохранителей, А. Однако добиться абсолютной селективности автоматических выключателей с тепловыми расцепителями или предохранителей невозможно в силу физических аспектов работы данных аппаратов. Большой разброс времени срабатывания при одном и том же токе срабатывания (рис. 5) приводит к тому, что даже автоматические выключатели, обладающие селективностью согласно (1), (2) и таблице селективности производителя (рис. 2), не являются абсолютно селективными по карте селективности (рис. 6).



*Puc. 5.* Времятоковая характеристика трехполюсного автоматического выключателя с тепловым расцепителем Schneider Electric iC60N C40

Особенности построения схем электроснабжения до 1 кВ позволяют предположить, что ложное срабатывание вышестоящего защитного аппарата с большим током срабатывания невозможно, если оборудование находится в пределах одного распределительного устройства, т. е. в идентичных условиях окружающей среды, так как нивелируется один из параметров, характеризующих размах значений. Однако для аппарата защиты, установленного в начале линии электропередачи, питающей группу потребителей, параметры окружающей среды могут значительно отличаться от параметров окружающей среды вводного защитного аппарата данной группы потребителей. На стадии проектирования определить это зачастую не представляется возможным, что приводит к необходимости замены оборудования при опытной эксплуатации и, как следствие, дополнительным затратам.

*Fig. 5.* Time-current characteristics of the Schneider Electric iC60N C40 three-pole circuit breaker with thermal release tripping device



*Рис. 6.* Карта селективности трехполюсных автоматических выключателей с тепловыми расцепителями Schneider Electric iC60N C40 (синяя область) и C63 (красная область)

*Fig. 6.* The Schneider Electric iC60N C40 (blue area) and C63 (red area) three-pole circuit breakers with thermal release tripping devices selectivity chart

Помимо этого, очевидна тенденция значительного увеличения и искусственного завышения номинальных токов применяемых аппаратов защиты в цепочке от потребителя к все более крупным распределительным устройствам ввиду условия селективности. Особенно ярко такая тенденция прослеживается при необходимости достижения абсолютной селективности. В данном случае, помимо повышения стоимости оборудования, при переходе к большему типоразмеру автоматического выключателя чувствительность защит значительно снижается.

Согласно [5, п. 1.7.79], в электроустановках до 1 кВ с глухозаземленной нейтралью возникающий ток короткого замыкания должен превышать ток плавкого элемента ближайшего предохранителя либо номинальный ток нерегулируемого расцепителя или уставку тока регулируемого расцепителя автоматического выключателя, имеющего обратно зависимую от тока характеристику, не менее чем в три раза.

Увеличение тока срабатывания защитного аппарата может привести к несрабатыванию или затянутому срабатыванию при коротком замыкании в сети, значительно электрически удаленной от источника питания. Это, в свою очередь, требует применения более сложных и дорогостоящих защит для обеспечения необходимых чувствительности и быстродействия (например, защит нулевой последовательности для защиты от токов однофазных коротких замыканий). Вместе с тем, согласно [6], время срабаты

вания автоматического выключателя при коротком замыкании не должно превышать 0,4 с для сети с номинальным фазным напряжением 230 В.

При частичной селективности автоматических выключателей с тепловыми расцепителями или предохранителей значительно сложнее выполнить требование защиты проводника от перегрузки, особенно при необходимости установки аппарата защиты на большие токи (в несколько сотен ампер). Происходит это ввиду следующей особенности.

Условия выбора теплового расцепителя автоматического выключателя и плавкой вставки предохранителя принимают вид выражений [5, 7]:

$$I_{\text{HOM},p} \ge I_p; \tag{3}$$

$$I_{\text{HOM},\Pi I} \ge I_{\text{p}}; \tag{4}$$

$$I_{\text{HOM.ILR}} \ge \frac{I_{\text{пик}}}{\alpha},\tag{5}$$

где  $I_{\text{ном.р.}}$ ,  $I_{\text{ном.пл}}$  – номинальный ток теплового расцепителя автоматического выключателя и плавкой вставки предохранителя, A;  $I_{\text{p}}$ ,  $I_{\text{пик}}$  – расчетный и пиковый ток, A;  $\alpha$  – коэффициент, учитывающий условия пуска.

В свою очередь, условие выбора проводника по допустимому нагреву в длительном режиме [5, 7]

$$I_{\rm gan} \ge \frac{I_{\rm p}}{K_{\rm n}},\tag{6}$$

где  $I_{\text{дл}}$  – длительно допустимый ток проводника при номинальных условиях, А;  $K_{\text{п}}$  – коэффициент, учитывающий условия прокладки.

При выборе оборудования по условиям (3)–(5) инженерная задача состоит в определении наиболее дешевого решения, т. е. кабеля с минимальным допустимым сечением и защитных аппаратов с минимальными токами срабатывания защиты. В случае необходимости защиты сети от перегрузки возникают дополнительные условия выбора оборудования [5, 7]:

$$\frac{I_{\text{HOM},p}}{I_{\pi\pi}} \le 0,80; \tag{7}$$

$$\frac{I_{\text{HOM},\Pi\Pi}}{I_{\Pi\Pi}} \le 0,80. \tag{8}$$

Как следует из (7) и (8), завышение тока срабатывания защиты (номинального тока теплового расцепителя автоматического выключателя или номинального тока плавкой вставки предохранителя) приводит к последующему завышению сечения кабельно-проводниковой продукции. При увеличении тока срабатывания защиты в 1,6 раза (выражения (1), (2)) и расчетном токе в несколько сотен ампер может произойти завышение сечения кабельно-проводниковой продукции в несколько раз, вплоть до применения нескольких проводников на каждую фазу согласно условию защиты от перегрузки.

Указанный негативный эффект менее выражен в случае применения автоматических выключателей с расцепителями на базе микроконтроллеров или полупроводников. Ввиду иных физических процессов, на которых основано действие расцепителя максимального тока с обратнозависимой характеристикой данного типа выключателей, для микропроцессорных и полупроводниковых расцепителей характерен гораздо меньший разброс значений тока и времени срабатывания, что в свою очередь приводит к меньшему завышению тока срабатывания защиты при обеспечении полной селективности между автоматическими выключателями.

Времятоковые характеристики автоматических выключателей с полупроводниковыми расцепителями, обладающих абсолютной селективностью, представлены на рис. 7.



Рис. 7. Карта селективности двух трехполюсных автоматических выключателей Schneider Electric Compact NSX100B с микропроцессорными расцепителями Micrologic 2.2: синяя и красная области – нижестоящий и вышестоящий выключатели соответственно



При выборе регулируемого микропроцессорного или полупроводникового расцепителя, помимо выполнения условия (3), необходимо определить уставку данного расцепителя:

$$I_{\rm vcr,p} \ge I_{\rm p},\tag{9}$$

403

где  $I_{ycr.p}$  – ток уставки микропроцессорного или полупроводникового регулируемого расцепителя автоматического выключателя, А.

Уставки расцепителей автоматических выключателей, изображенных на рис. 7, приведены на рис. 8 (уставка отсечки (Isd) принята максимальной для подробного отображения обратнозависимой части времятоковой характеристики).

NSX100	08 Micrologic 2.2 - 100 A 🛛 💼	NSX100B Micrologic 2.2 - 100 A	
Ir (A)		Ir (A) 50	)
tr (c)	<u>16</u>	tr (c) 16	)
Isd (A)		Isd (A) 500	)
tsd (c)	0.02	tsd (c) 0,02	)
li (A)	1500	li (A) 1500	)

*Puc. 8.* Уставки расцепителей автоматических выключателей из рис. 7 *Fig. 8.* Circuit breaker release tripping devices settings, supplement to Fig. 7

Проведем сравнительный анализ рис. 6 и 7. Селективность выключателей с микропроцессорными расцепителями абсолютна при том же значении номинального тока расцепителя, что и у теплового расцепителя (100 A), т. е. нет необходимости в изменении типоразмера вышестоящего автоматического выключателя. При этом ток срабатывания защиты вышестоящего аппарата защиты меньше при применении микропроцессорных расцепителей в сравнении с тепловыми расцепителями: завышение тока срабатывания защиты не происходит, негативные последствия данного технического решения отсутствуют.

В рассмотренном примере токи срабатывания селективных защит отличаются в 50/40 = 1,25 раза. Однако положительный эффект значительно усиливается при применении защитных устройств на большие токи [8–11] (рис. 9, 10). На рис. 10 уставка отсечки (Isd) принята максимальной для подробного отображения обратнозависимой части времятоковой характеристики. Согласно рис. 9, 10, токи срабатывания расцепителей автоматических выключателей отличаются в 630/536 = 1,17 раза. Данная тенденция сохраняется и при дальнейшем увеличении значения уставки расцепителя нижестоящего автоматического выключателя.

Помимо описанного выше эффекта, автоматические выключатели с полупроводниковыми расцепителями обладают следующими преимуществами:

• наличием нескольких ступеней срабатывания защиты (до четырех), которые могут быть как обратнозависимыми, так и дискретными;

• возможностью реализации защиты от однофазных коротких замыканий на корпус или на землю как одной из ступеней защиты для повышения чувствительности к минимальному току короткого замыкания; • возможностью регулирования параметров срабатывания различных ступеней защиты выключателя (ток и время различных ступеней);

• возможностью реализации логических защит, логической селективности;

наличием функции измерения электрических параметров (ток, напряжение, мощность, энергия, качество электрической энергии);

 возможностью передачи информации об электрических параметрах участка сети по цифровому каналу в систему диспетчеризации и сбора данных;



• наличием функции диагностики событий.

Рис. 9. Карта селективности двух трехполюсных автоматических выключателей Schneider Electric Compact NS630bH с микропроцессорными расцепителями Micrologic 2.0: синяя и красная области – нижестоящий и вышестоящий выключатели соответственно

*Fig. 9.* The two Schneider Electric Compact NSX630bH three-pole circuit breakers with microprocessor release tripping devices Micrologic 2.0 selectivity chart: blue and red areas are for a downstream and an upstream breaker, respectively

NS630	oH Micrologic 2.0 - 630 A 🛛 💼	NS630bH Micrologic 2.0 - 630 A
Ir (A)		Ir (A) 630
tr (c)	24	tr (c) 24
Isd (A)	5355	Isd (A) 6300
tsd (c)	0,05	tsd (c) 0,05

*Puc. 10.* Уставки расцепителей автоматических выключателей из рис. 9 *Fig. 10.* Circuit breaker release tripping devices settings, supplement to Fig. 9 Время срабатывания автоматического выключателя с полупроводниковыми или микропроцессорными расцепителями не зависит от температуры окружающей среды, что способствует более быстрому срабатыванию выключателя при включении на короткое замыкание (срабатывание из «холодного» состояния) [12]. Несмотря на множество достоинств данных устройств, их применение ограничивается высокой стоимостью и такими недостатками, как хрупкость и подверженность воздействию электромагнитных полей.

Стоит отметить, что для улучшения условий селективности путем применения расцепителя на базе микроконтроллера нет необходимости устанавливать дорогие решения с возможностью измерения параметров качества электроэнергии и передачи информации по цифровому каналу, а достаточно применения простейшего устройства, базирующегося на данном принципе.

## выводы

1. Требование селективности является одним из наиболее важных при построении схем электроснабжения. Селективность позволяет производить отключение только поврежденного участка электроустановки, сохраняя в работе большое количество параллельных цепей.

2. Применение автоматических выключателей с полупроводниковыми и микропроцессорными расцепителями для обеспечения селективности дает возможность увеличить чувствительность защит в сети до 1 кВ.

3. Рациональное использование автоматических выключателей с полупроводниковыми и микропроцессорными расцепителями способствует снижению стоимости распределительного устройства даже при условии большей стоимости единицы оборудования за счет экономии на типоразмере аппарата защиты и сечении кабельно-проводниковой продукции при необходимости защиты сети от перегрузок.

4. Координация автоматических выключателей с устройством защиты 6–10 кВ значительно упрощается, а чувствительность к коротким замыканиям увеличивается.

5. Измерительный орган микропроцессорного расцепителя автоматического выключателя в зависимости от конфигурации может определять значения тока, напряжения, мощности, потребленной электроэнергии и качество напряжения и быть подключен по цифровому каналу в систему диспетчеризации и сбора данных (SCADA) электроэнергетических процессов предприятия или автоматизированную систему технического учета электроэнергии. Эти преимущества в настоящее время наиболее часто применяются при защите генераторов собственных нужд мини-энергокомплексов [13], а также могут использоваться для создания сетей SMART GRID напряжением до 1 кВ [14]. В таких условиях данный тип расцепителя является комплексным решением, позволяющим сэкономить, избегая установки излишнего, дублирующего оборудования.

### ЛИТЕРАТУРА

- Выключатели автоматические низковольтные. Общие технические условия: ГОСТ 9098–93. Минск: Межгос. совет по стандартизации, метрологии и сертификации: АО «ЭНАС», 1993. 20 с.
- 2. Асті 9. Эффективность, достойная Вас / Schneider Electric. 2019. 480 с.
- Дополнительная техническая информация. Низкое напряжение / Schneider Electric, 2016. 260 с.
- 4. Низковольтное оборудование. Выключатели нагрузки до 4000 A [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://library.e.abb.com/public/7d10d20cd44acd254825794b0039535d/9CN D0000000346-4-5.pdf. Дата доступа: 03.06.2021.
- Правила устройства электроустановок / 6-е изд., перераб. и доп., с изм. М.: Энергоатомиздат, 1986. 648 с.
- 6. Электроустановки на напряжение до 750 кВ. Линии электропередачи воздушные и токопроводы, устройства распределительные и трансформаторные подстанции, установки электросиловые и аккумуляторные, электроустановки жилых и общественных зданий. Правила устройства и защитные меры электробезопасности. Учет электроэнергии. Нормы приемо-сдаточных испытаний: ТКП 339–2011 (02230). Минск: Филиал «Информационно-издательский центр» ОАО «Экономэнерго», 2011. 593 с.
- Радкевич, В. Н. Электроснабжение промышленных предприятий / В. Н. Радкевич, В. Б. Козловская, И. В. Колосова. Минск: ИВЦ Минфина, 2017. 589 с.
- 8. Техническая коллекция Schneider Electric. Выпуск № 4. Координация защит низкого напряжения. Руководство № 5 / Schneider Electric, 2006. 49 с.
- Аппаратура распределения и управления низковольтная. Ч. 2. Автоматические выключатели: ГОСТ IEC 60947-2-2014. Введ. 01.10.2016. Минск: Межгос. совет по стандартизации, метрологии и сертификации, 2016. 179 с.
- Аппаратура малогабаритная электрическая. Автоматические выключатели для защиты от сверхтоков бытового и аналогичного назначения. Ч. 1. Автоматические выключатели для переменного тока: ГОСТ IEC 60898-1–2020. Минск: Межгос. совет по стандартизации, метрологии и сертификации, 2020. 124 с.
- Выключатели автоматические для защиты от сверхтоков электроустановок бытового и аналогичного назначения. Ч. 2. Выключатели автоматические для переменного и постоянного тока: ГОСТ IEC 60898-2–2011. Минск: Межгос. совет по стандартизации, метрологии и сертификации, 2011. 16 с.
- Кудрин, Б. И. Электроснабжение промышленных предприятий / Б. И. Кудрин, В. В. Прокопчик. Минск: Выш. шк., 1988. 357 с.
- Константинова, С. В. Расчет емкости для работы мини-энергокомплекса на основе асинхронного генератора в автономном режиме / С. В. Константинова, А. Ю. Капустинский, Т. М. Ярошевич // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2021. Т. 64, № 1. С. 40–50. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-1-40-50.
- Фурсанов, М. И. Схемно-конструктивные решения и информационное обеспечение городских электрических сетей в условиях SMART GRID / М. И. Фурсанов // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2017. Т. 60, № 5. С. 393–406. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2017-60-5-393-406.

Поступила 30.06.2021 Подписана в печать 20.08.2021 Опубликована онлайн 30.09.2021

### REFERENCES

 State Standard 9098–93. Low-Voltage Automatic Switches. General Specifications. Minsk, Interstate Council for Standardization, Metrology and Certification: JSC "Electric Low-Voltage Devices and Systems", 1993. 20 (in Russian).

- Schneider Electric (2019) Acti 9. Efficiency Worthy of You [Electronic Resource]. Available at: https://shop.idelectro.ru/upload/docs/%D0%9A%D0%B0%D1%82%D0%B0%D0%BB%D 0%BE%D0%B3%20Acti9%202019.pdf (in Russian).
- Schneider Electric (2016) Additional Technical Information. Low Voltage [Electronic Resource]. Available at: https://p-te.ru/wp-content/uploads/2017/07/schneider-electric/katalog\_ tablicy\_selektivnosti\_koordinacii.pdf (in Russian).
- 4. Low-Voltage Equipment. Load Switches up to 4000 A [Electronic Resource]. Available at: https://library.e.abb.com/public/7d10d20cd44acd254825794b0039535d/9CND000000003 46-4-5.pdf (in Russian).
- 5. Rules for the Device of Electrical Installations. The Sixth Edition, Revised and Supplemented, with Changes. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1986. 648 (in Russian).
- 6. TCP 339–2011 (02230). Electrical Installations with a Voltage of up to 750 kV. Overhead Power Transmission Lines and Current Pipelines, Distribution and Transformer Substations, Electric Power and Battery Installations, Electrical Installations of Residential and Public Buildings. Rules of Arrangement and Protective Measures of Electrical Safety. Electricity Accounting. Standards of Acceptance Tests. Minsk, The Branch "Information and Publishing Center" of the "Economenergo" JSC, 2011. 593 (in Russian).
- 7. Radkevich V. N., Kozlovskaya V. B., Kolosova I. V. (2017) *Power Supply of Industrial Enterprises*. Minsk, ICC of the Ministry of Finance. 589 (in Russian).
- Schneider Electric (2006) Schneider Electric Technical Collection. Iss. 4. Coordination of Low Voltage Protections. Manual 5 [Electronic Resource]. Available at: https://www.electrocentr. com.ua/files/documentation/SE/TechLibrary/Vipusk4-Koordinacia\_zashit.pdf (in Russian).
- 9. State Standard IEC 60947-2–2014. Low-Voltage Distribution and Control Equipment. Part 2. Circuit Breakers. Minsk, Interstate Council for Standardization, Metrology and Certification, 2016. 179 (in Russian).
- State Standard IEC 60898-1–2020. Electrical Accessories. Circuit-Breakers for Overcurrent Protection for Household and Similar Installations. Part 1. Circuit-Breakers for A.C. Operation. Minsk, Interstate Council for Standardization, Metrology and Certification, 2020. 124 (in Russian).
- 11. State Standard IEC 60898-2–2011. Circuit-Breakers for Overcurrent Protection for Household and Similar Installations. Part 2. Circuit-Breakers for A.C. and D.C. Operation. Minsk, Interstate Council for Standardization, Metrology and Certification, 2011. 16 (in Russian).
- 12. Kudrin B. I., Prokopchik V. V. (1988) *Power Supply of Industrial Enterprises*. Minsk, Vysheishaya Shkola Publ. 357 (in Russian).
- 13. Konstantinova S. V., Kapustinskii A. Yu., Yaroshevich T. M. (2021) Calculation of the Capacity for the Operation of a Mini-Energy Complex Based on an Independently Operating Asynchronous Generator. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 64 (1), 40–50. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-1-40-50 (in Russian).
- 14. Fursanov M. I. (2017) Circuit-Design Solutions and Information Support of City Electric Networks in the Conditions of the SMART GRID. Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations, 60 (5), 393–406. https://doi.org/10. 21122/1029-7448-2017-60-5-393-406 (in Russian).

Received: 30 June 2021

Accepted: 20 August 2021

Published online: 30 September 2021

https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-5-408-420

УДК 621.311.6

## Повышение надежности вторичного источника питания постоянного тока резервированием сигналов обратной связи

## В. А. Шпенст<sup>1)</sup>, Е. А. Орел<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Санкт-Петербургский горный университет (Санкт-Петербург, Российская Федерация)

© Белорусский национальный технический университет, 2021 Belarusian National Technical University, 2021

Реферат. В статье рассматривается проблема повышения надежности импульсных источников вторичного электропитания постоянного тока. Актуальность работы связана со значимостью электропитания в современной электронной технике, поскольку от исправности источников напрямую зависит качество работы электроприборов-потребителей, в том числе критически важных. Объектом исследования являются цепи обратной связи, осуществляющие стабилизацию параметров электропитания потребителей. Выход из строя указанных цепей чаще всего происходит из-за деградации электронных компонентов схемы в жестких условиях эксплуатации и при сильных механических перегрузках и опасен бесконтрольным увеличением выходного напряжения и тока источника. Чтобы этого избежать, авторами предложен способ резервирования сигналов обратной связи по напряжению, реализованный на базе источника, выполненного по обратноходовой топологии. Сигналы обратной связи формируются с оптрона, расположенного на стороне нагрузки, и с дополнительной обмотки силового трансформатора, вместе образуя два независимых контура регулирования выходного напряжения. В каждый момент времени стабилизацию осуществляет только один контур. При выходе из строя первого контура второй способен заменить его работу. Представленный способ не требует цифровой обработки сигналов и микропроцессорного управления и может быть реализован на базе доступных аналоговых микросхем, осуществляющих широтно-импульсное регулирование выходного напряжения источника. В результате решается проблема аварийного отказа цепей обратной связи, повышается надежность работы электрооборудования. Правильность предлагаемого подхода подтверждена результатами имитационного компьютерного моделирования в программе MatLab-Simulink. Полученные результаты могут использоваться при проектировании отказоустойчивых вторичных источников электропитания для работы в жестких условиях эксплуатации.

Ключевые слова: источник вторичного электропитания, обратноходовой преобразователь, надежность, резервирование, обратная связь, автоматическое регулирование

Для цитирования: Шпенст, В. А. Повышение надежности вторичного источника питания постоянного тока резервированием сигналов обратной связи / В. А. Шпенст, Е. А. Орел // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2021. Т. 64, № 5. С. 408–420. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-5-408-420

Адрес для переписки	Address for correspondence
Шпенст Вадим Анатольевич	Shpenst Vadim A.
Санкт-Петербургский горный университет	Saint-Petersburg Mining University
Васильевский остров, 21 линия, 2,	2, 21 <sup>st</sup> Line, Vasilievsky Ostrov,
199106, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация	199106, Saint-Petersburg, Russian Federation
Тел.: +7 812 328-84-69	Tel.: +7 812 328-84-69
shpenst@spmi.ru	shpenst@spmi.ru

## Improving the Reliability of DC-DC Power Supply by Reserving Feedback Signals

V. A. Shpenst<sup>1)</sup>, E. A. Orel<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Saint-Petersburg Mining University (Saint-Petersburg, Russian Federation)

Abstract. The paper deals with the problem of improving the reliability of DC-DC power supplies with pulse-width modulation. The topicality of the work is related to the importance of power supply issues in modern electronics, since the quality of operation of consumer electrical appliances, including critical ones, directly depends on the serviceability of sources. The object of the study is feedback circuits aimed at stabilization of the parameters of power supply of consumers. Failures of the mentioned feedback circuits most often occurs due to the electronic components degradation under harsh operating conditions as well as under severe mechanical overloads. Such failures are dangerous for uncontrolled increase of power supply output voltage and output current. To avoid this, a new method of reserving voltage feedback signals is presented in the paper which is implemented on the basis of flyback supply topology. Feedback signals are formed from the optocoupler located on the load side and from the auxiliary winding of the power transformer, together forming two independent output voltage control circuits. Only one circuit performs stabilization at any given moment of time. If one of these circuits fails, the second one can simply replace it in its operation. The proposed method does not require any digital signal processing algorithms or microprocessor control modules and can be implemented on the basis of cheap, widely available analog chips that perform pulse-width control of the output voltage. As a result, the problem of sudden feedback loop failure is solved and the reliability of electrical equipment is increased. The validity of the proposed method is confirmed by the results of computer simulation with the use of MatLab-Simulink environment. The obtained results can be used in design of faulttolerant secondary power supplies that operate in harsh operating conditions.

Keywords: secondary DC-DC power supply, flyback converter, reliability, reserving, feedback, automatic control

For citation: Shpenst V. A., Orel E. A. (2021) Improving the Reliability of DC-DC Power Supply by Reserving Feedback Signals. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 64 (5), 408–420. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-5-408-420 (in Russian)

## Введение

Проблема надежности – одна из ведущих в современной электронной технике. Ключевым ее фактором является качественное электропитание. Любой электроприбор имеет в своем составе источник вторичного электропитания (ИВЭП), осуществляющий преобразование параметров электрической энергии первичного источника (аккумулятора, сети переменного тока и т. д.) к значениям, необходимым для функционирования конкретного устройства-потребителя. Неполадки именно в этих устройствах чаще всего вызывают отказ электроаппаратуры.

Электропитание напрямую влияет на качество технологических процессов [1–3]. Для некоторых видов промышленного производства сбои в работе аппаратуры критически недопустимы [4]. Поэтому надежность ИВЭП важна как на этапе проектирования, так и при эксплуатации электронной техники.

На надежность ИВЭП оказывают влияние множество факторов: конструкция, используемая элементная база, условия эксплуатации, режимы работы, параметры нагрузки, качество работы первичного источника и др. Грамотное проектирование ИВЭП должно учитывать все эти обстоятельства.

Цель исследований авторов – предложить способ повышения надежности ИВЭП. Объектом являлись цепи обратной связи (ОС), осуществляющие стабилизацию параметров электропитания потребителей. Актуальность работы связана со значимостью электропитания в современной электронной технике, поскольку от исправности ИВЭП напрямую зависит качество функционирования электроприборов-потребителей, в том числе критически важных для повседневной жизни.

## Теоретические предпосылки решения проблемы

Классический подход к повышению надежности ИВЭП заключается в резервировании его основных рабочих узлов [5], которое можно организовать как в силовой схеме, так и в маломощных цепях управления.

Резервирование силовой схемы предполагает параллельную архитектуру ее построения, т. е. основывается на параллельном по входу и выходу соединении нескольких однотипных энергопреобразующих ячеек. Организовать их совместную работу можно двумя основными способами: удерживать часть ячеек неактивными, вводя их в работу в случае аварии на замену сгоревшим, как это реализовано, например, в источниках питания с горячим резервированием [6], либо держать включенными все ячейки, но нагружать их на неполную рабочую мощность, чтобы в случае аварии в отдельных ячейках была возможность безопасного ее перераспределения между оставшимися каналами. Как правило, мощность распределяют равномерно, поскольку тогда КПД преобразования максимален [7]. С этой целью прибегают к специальным схемотехническим решениям: добавляют в силовые цепи ячеек токоуравнивающие резисторы или диоды [8], применяют специализированные микросхемы [9], вводят дополнительные контуры ОС [10] и т. д. Благодаря параллельной архитектуре легко добиться, чтобы выход из строя одной ячейки не влиял на работоспособность всей системы. Для этого достаточно отделить ячейки по выходу развязывающими диодами и дополнить цепями токовой защиты, включая предохранители или защитные ключи [11].

При параллельной архитектуре разработчик получает возможность управлять значительным количеством одновременно работающих ячеек, вводя новые или отключая их по команде в зависимости от текущих условий. Таким образом, можно организовывать различные варианты функционирования всего источника.

В отличие от силовых цепей, дублирование элементов в схемах управления встречается гораздо реже. В отказоустойчивом ИВЭП схема управления в обязательном порядке строится на элементной базе, стойкой к воздействию внешних дестабилизирующих факторов. При этом она гальванически изолируется от силовой части источника, все ее цепи являются слаботочными. По этой причине микросхемы цепи управления, такие как ШИМ-контроллеры, драйверы, логические элементы, операционные усилители и т. д., не резервируют (в этом нет необходимости из-за минимальных рисков их поражения), а стремятся ни при каких обстоятельствах не допускать сбоев в их работе: зависаний, ложных срабатываний, паразитных наводок, самовозбуждений. В данном случае руководствуются простыми эмпирическими правилами: чем проще схема, тем она надежней; вместо одного многозадачного микроконтроллера лучше несколько простых цифровых автоматов.

Отдельного внимания с точки зрения надежности заслуживают цепи ОС источника. Сигнал ОС необходим для построения замкнутого контура регулирования и является, по сути, связующим между силовой частью и схемой ее управления. В источниках со стабилизацией выходного напряжения сигнал ОС несет информацию о его текущем значении, т. е. прямо ему пропорционален. Поэтому цепи ОС строятся на базе чувствительных, высокоточных элементов управления для обеспечения максимальной точности измерения и регулировки. Исчезновение сигнала ОС чревато бесконтрольным увеличением выходного напряжения и тока источника, что способно нанести урон питаемому от него потребителю. При этом на практике отказы цепей ОС происходят регулярно из-за деградации резисторов, конденсаторов, микросхем со временем [12]. Чаще всего это случается при работе источника в жестких условиях эксплуатации и при сильных механических нагрузках.

Классический ИВЭП со стабилизацией выходного напряжения имеет одну цепь ОС. Наиболее точную регулировку выходного напряжения обеспечивает сигнал ОС с оптрона, поэтому его применяют в большинстве ИВЭП с гальванической развязкой входной сети от нагрузки [13]. Несмотря на хорошие регулировочные характеристики, цепь ОС с оптроном не лучшее решение. Оптрон – хрупкое, высокочувствительное устройство, которое в условиях воздействия внешних дестабилизирующих факторов, например мощных электромагнитных импульсов, становится самым уязвимым местом всего источника (ухудшаются яркость и КПД свечения светодиода, снижается коэффициент пропускания оптического канала) [14].

Благодаря особенностям обратноходовой схемы сигнал ОС может быть получен не только с оптрона, но и с дополнительной обмотки силового трансформатора, на которой в каждом рабочем цикле наводится напряжение, прямо пропорциональное напряжению на нагрузке (напряжение обратного хода). Эту особенность можно использовать для формирования второго, резервного сигнала ОС источника.

## Методы исследования

В работе излагается идея резервирования сигналов ОС по напряжению в источнике питания, выполненном по обратноходовой топологии.

На основе анализа публикаций других авторов выведены теоретические предпосылки реализации идеи, обоснованы примененные схемотехнические решения. Экспериментальная проверка идеи проведена с помощью имитационной компьютерной модели. Полученные результаты проанализированы.

На первом этапе разрабатывали принципы совместного функционирования ведущего и резервного контуров ОС с учетом, что сигналы ОС должны быть независимы и не препятствовать работе друг друга. На втором этапе в программной среде MatLab R2017a Simulink строили имитационную компьютерную модель вторичного источника питания.

Объект исследования – работа цепей ОС. В рамках экспериментальной модели ведущим контуром выбрана цепь ОС с оптроном, резервным – цепь ОС с дополнительной обмотки силового трансформатора. Имитационное моделирование воссоздавало ситуацию исчезновения сигнала ОС с оптрона. Правильность предложенного авторами способа резервирования контуров ОС подтверждается ситуацией, когда при выходе из строя ведущего контура ОС функцию стабилизации напряжения нагрузки берет на себя резервный.

## Предлагаемая идея

412

Резервный контур ОС должен осуществлять две функции: 1) не препятствовать работе ведущего контура ОС с оптроном, когда оптрон исправен; 2) становиться ведущим, подхватывая управление, когда оптрон выходит из строя. Для этого в схеме предусматривается специальный алгоритм переключения между контурами ОС, основанный на принципе, что каждый контур должен иметь собственный порог срабатывания к величине сигнала ОС для вступления в работу. В качестве порогового элемента идеально подходит операционный усилитель, на инверсном входе которого выставлено некоторое пороговое опорное напряжение. При этом он может совмещать функции порогового элемента и усилителя ошибки. Пример такого элемента показан на рис. 1a. Сигнал ОС U<sub>OC</sub> сравнивается с пороговым напряжением  $U_{\text{порог}}$ , задаваемым резистивным делителем  $R_1$ – $R_2$ . Их разница формирует сигнал ошибки. Резистор R и конденсатор С задают коэффициент усиления сигнала ошибки, формируя его итоговую величину  $U_{out}$ . Для цепи ОС с оптроном такой усилитель встроен внутрь традиционно применяемой микросхемы параметрического стабилитрона наподобие TL431; для цепи ОС с обмотки силового трансформатора в качестве порогового элемента используются встроенные в микросхемы ШИМ-контроллеров усилители ошибки.

При указанном алгоритме переключения между контурами ОС работа схемы управления осуществляется следующим образом. Контуры ОС должны иметь разные пороги срабатывания, т. е. быть настроены на различные значения напряжения нагрузки. В каждый момент времени стабилизация выходного напряжения осуществляется с помощью только одного, ведущего контура ОС с самым низким порогом срабатывания, тогда как другой контур, для которого порог срабатывания сигналом ОС не пройден,
остается в резерве. При потере сигнала от ведущего контура ОС бесконтрольно увеличивающееся напряжение нагрузки ИВЭП преодолеет порог срабатывания для вступления в работу резервного контура. Если пороги срабатывания контуров расположить максимально близко (рис. 1b), напряжение нагрузки после переключения между контурами останется почти неизменным и стабилизированным. На рис. 1b сигнал  $U_{\rm OC1}$  с оптрона с порогом срабатывания, обеспечивающим напряжение на нагрузке  $U_{\rm H} = 12$  В, заменяется сигналом  $U_{\rm OC2}$  с дополнительной обмотки силового трансформатора  $W_{\rm OC}$  с порогом срабатывания, обеспечивающим напряжение нагрузки  $U_{\rm H} = 12,2$  В.







Однако способ получения сигнала ОС с дополнительной обмотки силового трансформатора имеет существенный недостаток – влияние высокочастотного индуктивного выброса в момент закрытия силового транзисторного ключа, вызванное резким обрывом тока в индуктивности рассеяния силового трансформатора [15]. Выброс не позволяет добиться высокой стабильности выходного напряжения источника, внося свою добавку, а значит, ошибку в снимаемый сигнал ОС. Величину выброса можно уменьшить, уделив внимание качеству обмоток силовых трансформаторов с целью исключения возникновения магнитного потока рассеяния и, следовательно, уменьшения индуктивности рассеяния. Также хорошее воздействие оказывает добавление снабберной цепочки параллельно обмотке ОС. Еще более значительных результатов можно добиться применением планарных трансформаторов [16], силовые обмотки которых представляют собой медные дорожки на поверхности печатной платы. Недостатком планарной технологии является высокая стоимость конечного изделия.

Задача исключения высокочастотного выброса решается также схемотехническим способом – добавлением в цепь ОС схемы коррекции, выполняющей роль фильтрующего выброс элемента. На рис. 2а показан обратноходовой преобразователь напряжения с добавленной схемой коррекции. На вход преобразователя поступает напряжение питания  $U_{\rm BX}$ . Сигнал ОС снимается с дополнительной обмотки силового трансформатора  $U_{WOC}$ и после прохождения токоограничивающего резистора  $R_{\rm orp}$  и выпрямительного диода  $D_3$  поступает на схему коррекции. Схема коррекции представляет собой конденсатор  $C_p$  и разрядную цепочку, образуемую резистором  $R_p$  и транзистором  $VT_p$ , которые обеспечивают разряд конденсатора  $C_p$ за время открытия транзистора  $VT_c$  силовой части схемы. Основное назначение цепочки – направить энергию высокочастотного выброса на заряд фильтрующего конденсатора  $C_p$  и уменьшить скорость нарастания переднего фронта выброса (рис. 2b). Вспомогательная цепь из диода  $D_2$  и транзисторов  $VT_1$ ,  $VT_2$  служит для согласования уровней напряжения между затвором силового транзистора  $VT_c$  и базой биполярного транзистора  $VT_p$ . После прохождения разрядной цепочки сигнал ОС сглаживается фильтрующим конденсатором  $C_{\rm OC}$  и масштабируется резистивным делителем  $R_{\rm BI}$ – $R_{\rm Hn}$ . Итоговый сигнал ОС  $U_{\rm OC}$  снимается в средней точке между резистором верхнего плеча  $R_{\rm BI}$  и резистором нижнего плеча  $R_{\rm Hn}$  делителя.

Принцип работы схемы показан на рис. 2b. Сигнал ОС с дополнительной обмотки силового трансформатора  $U_{WOC}$  содержит высокочастотный выброс по переднему фронту. Полезная информация об уровне напряжения на нагрузке  $U_{\rm H}$  заключена в амплитуде сигнала  $U_{\rm H}n$ , где n – коэффициент трансформации от вторичной силовой обмотки трансформатора к дополнительной обмотке ОС. Сигнал ОС заряжает фильтрующий конденсатор  $C_{\rm p}$ . Скорость изменения напряжения на конденсаторе  $U_{C_{\rm p}}$  делает передний фронт выброса пологим и не позволяет выбросу достичь большой величины. При этом пока на затворе силового транзистора  $VT_{\rm c}$  есть напряжение «затвор – исток»  $U_{3и-VT_{\rm c}}$ , конденсатор успевает разрядиться, подготовившись к следующему циклу заряда. Чем уже ширина импульсов на затворе  $VT_{\rm c}$ , тем меньше время разряда.



*Puc.* 2. Коррекция высокочастотного выброса: а – схема; b – принцип работы *Fig.* 2. High-frequency voltage peak correction: a – correction circuit; b – principle of its operation

С учетом схемы коррекции выброса полная структурная схема источника питания с одним основным и одним резервным контурами ОС по напряжению примет вид согласно рис. 3, где 1 – силовая часть ИВЭП на основе обратноходовой топологии; 2 – дополнительная обмотка ОС силового трансформатора; 3 – схема коррекции высокочастотного выброса с трансформатора; 4 – усилитель ошибки сигнала ОС со своим порогом срабатывания; 5 – развязка контуров ОС, не допускающая их одновременной совместной работы; 6 – ШИМ-компаратор, формирующий импульсы управления силовым транзистором; 7 – резистивный делитель напряжения нагрузки и усилитель ошибки на микросхеме TL431 (или ее аналогах); 8 – оптрон и низкочастотный фильтр для сглаживания сигнала ОС; *d* – коэффициент заполнения импульсов управления силовым транзисторным ключом; *U*<sub>н</sub> – напряжение на нагрузке.



*Puc. 3.* Структурная схема ведущего и резервного контуров обратной связи *Fig. 3.* Block diagram of the primary and reserve feedback loops

Порог срабатывания контура ОС с оптроном определяется внутренним источником опорного напряжения микросхемы TL431 (2,5 В), ниже которого не будет происходить зажигание светодиода оптрона. Порог срабатывания контура ОС с дополнительной обмотки силового трансформатора определяется опорным напряжением U<sub>порог</sub> усилителя ошибки.

#### Экспериментальная модель

Имитационная компьютерная модель в MatLab-Simulink предлагаемого обратноходового преобразователя с резервированием цепи ОС по напряжению представлена на рис. 4.

Функциональные блоки модели: 1 – силовая часть ИВЭП, построенная на основе обратноходовой схемы;  $R_{snub}$ ,  $D_{snub}$ ,  $C_{snub}$  – снабберная цепочка;  $R_e$ ,  $L_{leak}$ ,  $C_{tr}$  – паразитные элементы; 2 – блок сброса/наброса нагрузки; 3 – цепь ОС по напряжению с обмотки силового трансформатора (драйвер и цепочка согласования уровней напряжения из диода  $D_2$  и транзисторов  $VT_1$ ,  $VT_2$ , приведенные на рис. 2, в имитационной модели для простоты опущены); 4 – цепь ОС по напряжению с оптрона; 5 – блок имитации потери сигнала ОС с оптрона, разрывающий сигнальную цепь; 6 – генератор линейно изменяющегося напряжения для ШИМ-компаратора в диапазоне 0–3 В; тах – блок, имитирующий развязку контуров ОС через развязывающий диод; РWM comparator – ШИМ-компаратор.



Входное напряжение питания  $V_{in} = 27$  В, выходное напряжение  $V_{out} = 12$  В, мощность нагрузки  $R_{\rm H} = (75-150)$  Вт. Для связи элементов библиотеки Simscape с Simulink используются Simulink-PS Converter и PS-Simulink Converter, а также управляемые источники напряжения Controlled Voltage Source, выходное напряжение которых в точности повторяет управляющее входное напряжение. Датчиками напряжения являются элементы Sensor. Схема работает на частоте f = 100 кГц, задаваемой генератором пилообразных импульсов Sawtooth Gen.

#### Результаты исследования и обсуждение

Имитация потери сигнала ОС с оптрона  $U_{\text{ОСоптр}}$  представлена на рис. 5а. В момент t = 0,02 с сигнал ОС пропадает. За этим следует непродолжительное (менее 0,1 мс) бесконтрольное увеличение напряжения  $U_{\text{H}}$  и тока  $I_{\text{H}}$  нагрузки (рис. 5с, d). Однако после прохождения напряжением  $U_{\text{H}}$  некоторого заданного порога контур ОС с дополнительной обмотки силового трансформатора принимает управление на себя. Появляется сигнал ОС с обмотки трансформатора  $U_{\text{ОСтрансф}}$  (рис. 5b), вновь стабилизирующий напряжение нагрузки.



*Рис. 5.* Результаты моделирования: а – сигнал обратной связи с оптрона; b – сигнал обратной связи с обмотки трансформатора после усилителя ошибки со своим порогом срабатывания; с – ток нагрузки; d – напряжение нагрузки

*Fig. 5.* Simulation results: a – voltage feedback signal from the optocoupler;
b – voltage feedback signal from the transformer winding after the error amplifier with input voltage threshold; c – load current; d – load voltage

Полученные результаты в полной мере подтверждают предлагаемый способ резервирования сигналов ОС. В отличие от общеизвестных вариантов совмещения в одном источнике обратных связей по току и напряжению, данный способ организует совместную работу обратных связей только по одному параметру – напряжению нагрузки. При правильной настройке схемы, заключающейся в задании разных порогов срабатывания контуров, сигналы ОС не препятствуют работе друг друга и соответствуют принципу «ведущий – резервный».

Резервирование сигналов ОС по напряжению при условии, что они получены независимо с разных участков силовой схемы, позволяет повысить надежность вторичных источников питания. В источниках, построенных по обратноходовой топологии, эта возможность легко реализуема. Необходимо лишь добиться стабильного, качественного сигнала ОС с дополнительной обмотки силового трансформатора, сократив высокочастотные выбросы напряжения. Этот факт можно рассматривать как дополнительное преимущество обратноходовой топологии перед другими известными схемами преобразователей.

## выводы

418

1. В источниках вторичного электропитания из-за деградации электронных компонентов со временем может происходить потеря сигнала обратной связи. Резервирование сигналов обратной связи является дополнительным способом увеличения надежности системы, гарантирующим стабильное напряжение питания потребителям.

2. Предложен способ резервирования сигналов обратной связи по напряжению, реализованный на базе источника, выполненного по обратноходовой топологии. Сигналы обратной связи снимаются с оптрона и дополнительной обмотки силового трансформатора. Разработана имитационная компьютерная модель в программе MatLab-Simulink, демонстрирующая принцип работы схемы.

3. Главная задача при резервировании сигнала обратной связи – сокращение высокочастотного выброса на обмотке обратной связи трансформатора, вносящего ошибку в полезную составляющую сигнала и делающего его непропорциональным выходному напряжению источника. Для ее решения следует максимально уменьшить индуктивность рассеяния трансформатора или применить схемотехнические решения, компенсирующие величину ошибки.

4. Полученные экспериментальные результаты могут использоваться при проектировании отказоустойчивых вторичных источников питания, работающих в жестких условиях эксплуатации.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Абрамович, Б. Н. Система бесперебойного электроснабжения предприятий горной промышленности / Б. Н. Абрамович // Записки Горного института. 2018. Т. 229. С. 31–40.
- Повышение энергоэффективности электротехнических комплексов когенерационных установок для электроснабжения объектов нефтегазовых предприятий / И. А. Богда-

нов [и др.] // Международный научно-исследовательский журнал. 2017. Т. 66, № 12. С. 59–63.

- 3. Источник питания для исследования импульсных электрохимических процессов / Ю. Г. Алексеев [и др.] // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2018. Т. 61, № 3. С. 246–257. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2018-61-3-246-257.
- Бажин, В. Ю. Диагностика технологического процесса мощных алюминиевых электролизеров с помощью прикладных программ / В. Ю. Бажин, П. А. Петров // Записки Горного института. 2011. Т. 192. С. 140–144.
- 5. Жежеленко, И. В. Основные направления повышения эффективности производства, передачи и распределения электрической энергии / И. В. Жежеленко // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2018. Т. 61, № 1. С. 28–35. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2018-61-1-28-35.
- Hwu, K. I. Applying Module-Link Method to Multiple Power Supplies Paralleled / K. I. Hwu, J. Shieh // IEEE IECON 2017 – 43<sup>rd</sup> Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. Beijing, 2017. P. 901–903.
- Stability Analysis of Identical Paralleled DC-DC Converters with Average Current Sharing / P. Cheng [et al.] // 2019 IEEE Asia Power and Energy Engineering Conference (APEEC). Chengdu, 2019. P. 60–64.
- Stability Constrained Efficiency Optimization for Droop Controlled DC-DC Conversion System / L. Meng [et al.] // IECON 2013 – 39<sup>th</sup> Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. Vienna, 2013. P. 7222–7227.
- Sun, B. How to Parallel Two DC/DC Converters with Digital Controllers / B. Sun, I. Bower // Analog Design Journal. 2018. Iss. 3Q. P. 1–5.
- You, J. Loop-Sharing Method Based Current Sharing Controller Design for Parallel DC/DC Converters / J. You, M. Vilathgamuwa, N. Ghasemi // IET Power Electronics. 2018. Vol. 12, Iss. 11. P. 1937–1945.
- 11. Datasheet. TPS2475x 12-A eFuse Circuit Protector with Current Monitor TPS24750, TPS24751 // Texas Instruments Inc. 2018. P. 1–39.
- 12. Ridley, R. Results of a Power Supply Failure Survey / R. Ridley // Power Systems Design. 2014. P. 1–4.
- Panov, Y. Small-Signal Analysis and Control Design of Isolated Power Supplies with Optocoupler Feedback / Y. Panov, M. Jovanovic // IEEE Transactions on Power Electronics. 2005. Vol. 20, Iss. 4. P. 823–832.
- El-Hageen, H. Modeling the Performance Characteristics of Optocoupler under Irradiated Fields / H. El-Hageen // Multiscale and Multidisciplinary Modeling, Experiments and Design. 2019. Vol. 8, Iss. 3. P. 33–39.
- Oscillation Effect of Auxiliary Winding in Primary Side Regulated Flyback Converter / T. Zhang [et al.] // IEEJ Transactions on Electrical and Electronic Engineering. 2016. Vol. 11, Iss. 5. P. 640–647.
- 16. Савин, М. Расчет и конструирование планарного трансформатора для обратноходового преобразователя / М. Савин, С. Абрамов // Электроника: наука, технология, бизнес. 2019. № 8. С. 40–44.

Поступила 29.03.2021 Подписана в печать 01.06.2021 Опубликована онлайн 30.09.2021

#### REFERENCES

- Abramovich B. N. (2018) Uninterrupted Power Supply System for Mining Industry Enterprises. *Zapiski Gornogo Instituta = Journal of Mining Institute*, 229, 31–40. https://doi.org/10. 25515/PMI.2018.1.31 (in Russian).
- Bogdanov I. A., Veprikov A. A., Kasyanova A. N., Morenov V. A. (2017) Increase of Energy Efficiency of Electrotechnical Complexes of Cogeneration Plants for Power Supply of Objects of Oil and Gas Enterprises. *Mezhdunarodnyi Nauchno-Issledovatel'skii Zhurnal = International Research Journal*, 66 (12), 59–63. https://doi.org/10.23670/IRJ.2017.66.144 (in Russian).

3. Aliakseyeu Yu. G., Korolyov A. Yu., Niss V. S., Parshuto A. E., Soroka E. V., Budnitskiy A. S. (2018) Power Supply for the Investigation of Pulse Electrochemical Processes. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 61 (3), 246–257. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2018-61-3-246-257 (in Russian).

420

- 4. Bazhin V. Y., Petrov P. A. (2011). Diagnostics of Technological Process of Powerful Aluminium Pots by Means of Special Programs. *Zapiski Gornogo Instituta = Journal of Mining Institute*, 192, 140–144 (in Russian).
- 5. Zhezhelenko I. V. (2018) The Main Directions of Improving the Efficiency of Production, Transmission and Distribution of Electrical Energy. Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations, 61 (1), 28–35. https://doi.org/10. 21122/1029-7448-2018-61-1-28-35 (in Russian).
- Hwu K. I., Shieh J. (2017) Applying Module-Link Method to Multiple Power Supplies Paralleled. *IEEE IECON 2017 – 43<sup>rd</sup> Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*. Beijing. 901–903. https://doi.org/10.1109/iecon.2017.8216155.
- Cheng P., Ding G., Song C., Chai H., Xu G. (2019) Stability Analysis of Identical Paralleled DC-DC Converters with Average Current Sharing. 2019 IEEE Asia Power and Energy Engineering Conference (APEEC). Chengdu. 60–64. https://doi.org/10.1109/apeec.2019.8720726.
- Meng L., Dragicevic T., Guerrero J., Vasquez J. (2013) Stability Constrained Efficiency Optimization for Droop Controlled DC-DC Conversion System. *IECON 2013 39<sup>th</sup> Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*. Vienna. 7222–7227. https://doi.org/10. 1109/iecon.2013.6700333.
- 9. Sun B., Bower I. (2018) How to Parallel Two DC/DC Converters with Digital Controllers. *Analog Design Journal*, (3Q), 1–5.
- You J., Vilathgamuwa M., Ghasemi N. (2018) Loop-Sharing Method Based Current Sharing Controller Design for Parallel DC/DC Converters. *IET Power Electronics*, 12 (11), 1937– 1945. https://doi.org/10.1049/iet-pel.2017.0146.
- Texas Instruments Inc. (2018) Datasheet. TPS2475x 12-A eFuse Circuit Protector with Current Monitor TPS24750, TPS24751 [Electronic Resource]. Available at: https://www.ti. com/lit/ds/symlink/tps 24751.pdf.
- Ridley R. (2014) Results of a Power Supply Failure Survey. *Power Systems Design* [Electronic Resource]. Available at: https://www.powersystemsdesign.com/articles/results-of-a-powersupply-failure-survey/34/6539.
- Panov Y., Jovanovic M. (2005) Small-Signal Analysis and Control Design of Isolated Power Supplies with Optocoupler Feedback. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 20 (4), 823–832. https://doi.org/10.1109/tpel.2005.850926.
- El-Hageen H. (2019) Modeling the Performance Characteristics of Optocoupler under Irradiated Fields. *Multiscale and Multidisciplinary Modeling, Experiments and Design*, 8 (3), 33–39. https://doi.org/10.1007/s41939-019-00058-x.
- Zhang T., Xu M., Qian Q., Sun W., Lu S. (2016) Oscillation Effect of Auxiliary Winding in Primary Side Regulated Flyback Converter. *IEEJ Transactions on Electrical and Electronic Engineering*, 11 (5), 640–647. https://doi.org/10.1002/tee.22282.
- Savin M., Abramov S. (2019) Calculation and Design of a Planar Transformer for a Reverse-Flow Converter. *Elektronika: Nauka, Tekhnologiya, Biznes = Electronics: Science, Technology, Business*, (8), 40–44 (in Russian).

Received: 29 March 2021 Accepted: 1 June 2021 Published online: 30 September 2021

https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-5-421-434

УДК 621.313.3

# Математическая модель и характеристики асинхронного двигателя при питании от источника тока

# В. С. Маляр<sup>1)</sup>, А. В. Маляр<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Национальный университет «Львовская политехника» (Львов, Украина)

© Белорусский национальный технический университет, 2021 Belarusian National Technical University, 2021

Реферат. Разработаны методы и математические модели для исследования режимов и характеристик трехфазного асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором при питании обмотки статора от источника тока. Изложены особенности созданных на их основе алгоритмов расчета переходных процессов, установившихся режимов и статических характеристик. Приведено сравнение результатов расчета процессов и характеристик асинхронных двигателей при питании от источника тока и источника напряжения. Исследование установившихся и динамических режимов не может быть осуществлено с достаточной адекватностью на основе известных схем замещения и требует использования динамических параметров, являющихся элементами матрицы Якоби системы уравнений электромеханического равновесия. В математической модели уравнения состояния контуров статора и ротора составлены в неподвижной двухфазной системе координат. Переходные процессы описываются системой дифференциальных уравнений электрического равновесия преобразованных контуров двигателя и уравнением движения ротора, а установившиеся режимы – системой алгебраических уравнений. В основу разработанных алгоритмов положена математическая модель двигателя, в которой учитываются насыщение магнитопровода и явление скин-эффекта в стержнях короткозамкнутой обмотки. Для учета насыщения используются реальные характеристики намагничивания основным магнитным потоком и потоками рассеяния обмоток статора и ротора. На их основе вычисляются дифференциальные индуктивности, которые являются элементами матрицы Якоби систем уравнений, описывающих динамические режимы и статические характеристики. С целью учета скин-эффекта в обмотке короткозамкнутого ротора каждый стержень вместе с короткозамыкающими кольцами разбивается по высоте на несколько элементов. В результате в математической модели рассматриваются эквивалентные обмотки ротора с разными по значению параметрами, между которыми существуют взаимоиндуктивные связи. Решение нелинейной системы алгебраических уравнений электрического равновесия, которой описываются установившиеся режимы, выполняется методом продолжения по параметру. Для расчета статических характеристик используется дифференциальный метод в сочетании с итерационным уточнением методом Ньютона.

Ключевые слова: асинхронный двигатель, питание от источника тока, математическая модель, насыщение магнитопровода, вытеснение тока, переходный процесс, статические характеристики

Для цитирования: Маляр, В. С. Математическая модель и характеристики асинхронного двигателя при питании от источника тока / В. С. Маляр, А. В. Маляр // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2021. Т. 64, № 5. С. 421–434. https://doi.org/10. 21122/1029-7448-2021-64-5-421-434

Адрес для переписки	Address for correspondence
Маляр Василий Сафронович	Malyar Vasyl S.
Национальный университет «Львовская политехника»	Lviv Polytechnic National University
ул. С. Бандеры, 12,	12, Bandera str.,
79013, г. Львов, Украина	79013, Lviv, Ukraine
Тел.: +38 032 258-21-19	Tel.: +38 032 258-21-19
vasyl.s.maliar@lpnu.ua	vasyl.s.maliar@lpnu.ua

# Mathematical Model and Characteristics of the Induction Motor with a Power Supply from a Current Source

# V. S. Malyar<sup>1)</sup>, A. V. Malyar<sup>1)</sup>

#### <sup>1)</sup>Lviv Polytechnic National University (Lviv, Ukraine)

Abstract. Methods and mathematical models for studying the modes and characteristics of the three-phase squirrel-cage induction motor with the power supplied to the stator winding from the current source have been developed. The specific features of the algorithms for calculating transients, steady-state modes and static characteristics are discussed. The results of the calculation of the processes and characteristics of induction motors with the power supply from the current source and the voltage source are compared. Steady-state and dynamic modes cannot be studied with a sufficient adequacy based on the known equivalent circuits; this requires using dynamic parameters, which are the elements of the Jacobi matrix of the system of equations of the electromechanical equilibrium. In the mathematical model, the state equations of the stator and rotor circuits are written in the fixed two-phase coordinate system. The transients are described by the system of differential equations of electrical equilibrium of the transformed circuits of the motor and the equation of the rotor motion and the steady-state modes by the system of algebraic equation. The developed algorithms are based on the mathematical model of the motor in which the magnetic path saturation and skin effect in the squirrel-cage bars are taken into consideration. The magnetic path saturation is accounted for by using the real characteristics of magnetizing by the main magnetic flux and leakage fluxes of the stator and rotor windings. Based on them, the differential inductances are calculated, which are the elements of the Jacobi matrix of the system of equations describing the dynamic modes and static characteristic. In order to take into account the skin effect in the squirrel-cage rotor, each bar along with the squirrel-cage rings is divided height-wise into several elements. As a result, the mathematical model considers the equivalent circuits of the rotor with different parameters which are connected by mutual inductance. The non-linear system of algebraic equations of electrical equilibrium describing the steadystate modes is solved by the parameter continuation method. To calculate the static characteristics, the differential method combined with the Newton's Iterative refinement is used.

**Keywords:** induction motor, power supply from a current source, mathematical model, magnetic path saturation, current displacement, transient, static characteristics

For citation: Malyar V. S., Malyar A. V. (2021) Mathematical Model and Characteristics of the Induction Motor with a Power Supply from a Current Source. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 64 (5), 421–434. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-5-421-434 (in Russian)

## Введение

В современных регулируемых асинхронных электроприводах трехфазные асинхронные двигатели (АД) питаются от преобразователей частоты. Частотно-регулируемый асинхронный электропривод может быть реализован с инвертором напряжения [1, 2] или инвертором тока [3, 4]. Большое число разновидностей схем преобразователей частоты с автономными инверторами тока и напряжения рассматриваются в литературе по преобразовательной технике. Частотные преобразователи со звеном постоянного тока и автономным инвертором управляются током, т. е. по сути двигатель получает питание от источника тока.

Исследованию процессов и характеристик АД при питании от источника напряжения посвящено много научных публикаций, однако поведение АД при питании от источника тока остается малоисследованным. Анализ электромеханических и электромагнитных процессов при частотном и частотно-токовом способах управления асинхронными электроприводами с автономным инвертором тока представлен в [5, 6]. В основу исследований положены так называемые функциональные схемы систем электропривода и имитационные модели его элементов. Расчеты выполнены с применением известного программного обеспечения, в котором используется линейная модель АД. Однако, несмотря на важность выполненных исследований для определения качественной стороны явлений, динамические режимы требуют корректного учета как насыщения магнитопровода АД, так и вытеснения тока в стержнях, оказывающих существенное влияние на активные и реактивные сопротивления контуров [7], а значит, и на их потокосцепления и энергетические показатели. Известны методы анализа [8], использующие линейные математические модели АД, которые дают возможность получить аналитические решения. Однако, согласно [9, 10], неучет изменения активных и индуктивных параметров АД приводит к тому, что результаты расчета существенно отличаются от реальных данных. Эффективность системы как векторного, так и скалярного управления двигателем в значительной степени зависит от точности информации о параметрах электрической машины, используемой в алгоритме управления. Причем динамические процессы описываются системами нелинейных дифференциальных уравнений (ДУ), а для реализации скалярного частотного регулирования АД достаточно воспользоваться уравнениями, описывающими статические режимы, но при этом необходимо учесть изменение параметров вследствие не только изменения частоты, но и насыщения и вытеснения токов в стержнях ротора.

Большинство методов исследования процессов асинхронных электроприводов при питании от источников напряжения и источников тока имеют в своей основе классические [7] либо адаптированные для решаемых задач схемы замещения [11–13] и формулу Клосса для определения электромагнитного момента. Однако использование схем замещения, в которых вытеснение тока в стержнях короткозамкнутого ротора и насыщение магнитопровода учитываются с помощью различных коэффициентов, неприемлемо, поскольку они зависят от протекания динамического процесса и определить их априори с достаточной точностью невозможно.

Задача количественного анализа процессов в АД при питании от источника тока на уровне современных требований может быть решена методами математического моделирования с использованием моделей АД, которые с высокой достоверностью отражают электромагнитные процессы в двигателе. Адекватные по точности и вместе с тем приемлемые с точки зрения вычислительных ресурсов и быстродействия математические модели можно разработать с помощью метода пространственных векторов [14] потокосцеплений, токов и напряжений, позволяющего создать математическую модель на основе теории цепей. При этом процессы описываются системой ДУ, а математическое моделирование динамических режимов АД требует использования динамических электромагнитных параметров [15, 16]. Цель исследований – разработать математические модели, методы и алгоритмы расчета динамических режимов и статических характеристик трехфазных АД при питании от источника тока с учетом насыщения магнитной цепи и вытеснения тока в короткозамкнутой обмотке ротора.

# Математическая модель для расчета динамических режимов

В общем случае электромагнитные процессы в динамических режимах АД описываются системой ДУ. В статье задача решается в известной [16] двухфазной системе координат x, y, что позволило существенно упростить систему уравнений электрического равновесия. С целью учета вытеснения тока в стержнях обмотки ротора, а также насыщения магнитопровода ротора потоками рассеивания пазовая часть стержней и короткозамыкающие кольца разбиваются по высоте на n слоев [17–19]. Таким образом, на роторе получим n короткозамкнутых обмоток, которые преобразуем к эквивалентным двухфазным в соответствии с общей теорией электрических машин.

В системе координат *x*, *y* полная система ДУ с учетом принятых исходных положений состоит из уравнений, составленных для эквивалентных контуров:

– статора:

$$\frac{d\psi_{sx}}{dt} = \omega_0 \psi_{sy} - r_s \dot{i}_{sx} + u_{sx};$$

$$\frac{d\psi_{sy}}{dt} = -\omega_0 \psi_{sx} - r_s \dot{i}_{sy} + u_{sy};$$
(1a)

– ротора:

$$\frac{d\Psi_{1x}}{dt} = s\omega_0 \Psi_{1y} - r_i i_{1x};$$

$$\frac{d\Psi_{1y}}{dt} = -s\omega_0 \Psi_{1x} - r_i i_{1y};$$

$$\vdots$$

$$\frac{d\Psi_{nx}}{dt} = s\omega_0 \Psi_{ny} - r_n i_{nx};$$

$$\frac{d\Psi_{ny}}{dt} = -s\omega_0 \Psi_{nx} - r_n i_{ny},$$
(16)

где  $\psi_{sx}, \psi_{sy}, \psi_{1x}, \psi_{1y}, ..., \psi_{nx}, \psi_{ny}$  – потокосцепление преобразованных контуров;  $\omega_0$  – частота напряжения питания, рад/с;  $r_s, r_1, ..., r_n$  – активное сопро-

тивление контуров статора и ротора;  $i_{sx}$ ,  $i_{sy}$ ,  $i_{1x}$ ,  $i_{1y}$ , ...,  $i_{nx}$ ,  $i_{ny}$ ,  $u_{sx}$ ,  $u_{sy}$  – ток и напряжение электрических контуров статора и ротора;  $s = (\omega_0 - \omega)/\omega_0$  – скольжение ротора;  $\omega$  – угловая скорость вращения ротора, рад/с.

Для расчета электромеханического переходного процесса необходимо систему (1) дополнить уравнением механического равновесия

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p_0}{J} \left( M_e - M_c \right), \tag{2}$$

где  $p_0$  – количество пар полюсов; J – момент инерции системы электропривода;  $M_c$  – момент сопротивления нагрузки на валу двигателя;  $M_e$  – электромагнитный момент АД в ортогональных координатах x, y

$$M_{e} = 1,5 p_{0}(\psi_{sx}i_{sy} - \psi_{sy}i_{sx}).$$
(3)

Система ДУ, состоящая из уравнений электрического (1) и механического (2) равновесия, с учетом (3) в развернутой форме имеет вид

L <sub>sxsx</sub>	L <sub>sxsy</sub>	$L_{sx1x}$	$L_{sx1y}$		L <sub>sxnx</sub>	L <sub>sxny</sub>	0		$di_{sx}/dt$		$\omega_0 \psi_{sy} - r_s i_{sx} + u_{sx}$	
L <sub>sysx</sub>	L <sub>sysy</sub>	$L_{sy1x}$	L <sub>sy1y</sub>		L <sub>synx</sub>	L <sub>syny</sub>	0		$di_{sy}/dt$		$-\omega_0\psi_{sx}-r_si_{sy}+u_{sy}$	
L <sub>1xsx</sub>	L <sub>1.xsy</sub>	$L_{1x1x}$	$L_{1x1y}$		$L_{1,xnx}$	L <sub>1xny</sub>	0	1	$di_{r1x}/dt$		$s\omega_0\psi_{1y}-r_1i_{1x}$	
$L_{1ysx}$	L <sub>1ysy</sub>	$L_{1y1x}$	$L_{1y1y}$		L <sub>1ynx</sub>	L <sub>1 yny</sub>	0		$di_{r1y}/dt$	_	$-s\omega_0\psi_{1x}-r_1i_{1y}$	(4)
:	:	:	:	÷	:	:	:	<b> </b> ^	:	-	:	, (•)
L <sub>nxsx</sub>	L <sub>nxsy</sub>	$L_{nx1x}$	$L_{nx1y}$		L <sub>nxnx</sub>	L <sub>nxny</sub>	0	1	$di_{rnx}/dt$	1	$s\omega_0\psi_{ny}-r_ni_{nx}$	
L <sub>nysx</sub>	L <sub>nysy</sub>	$L_{ny1x}$	L <sub>ny1y</sub>		L <sub>nynx</sub>	L <sub>nyny</sub>	0	1	$di_{rmy}/dt$		$-s\omega_0\psi_{nx}-r_ni_{ny}$	
0	0	0	0		0	0	1		$d\omega/dt$		$\left  \alpha \left( \sigma (\psi_{sx} i_{sy} - \psi_{sy} i_{sx}) - M_c \right) \right $	

где  $\alpha = p_0/J$ ;  $\sigma = 1,5 p_0$ .

Дифференциальные индуктивные сопротивления, являющиеся элементами матрицы Якоби системы (4), вычисляются с учетом насыщения магнитопровода с использованием характеристик намагничивания основным магнитным потоком  $\psi_{\mu}$  и потоками рассеивания контуров статора  $\psi_{\sigma s}$  и ротора  $\psi_{\sigma r}$  [16]:

$$\Psi_{\mu} = \Psi_{\mu}(i_{\mu}); \quad \Psi_{\sigma s} = \Psi_{\sigma s}(i_{s}); \quad \Psi_{\sigma r} = \Psi_{\sigma r}(i_{r}), \tag{5}$$

где

$$i_{\mu} = \sqrt{i_{\mu s}^2 + i_{\mu r}^2}; \quad i_s = \sqrt{i_{sx}^2 + i_{sy}^2}; \quad i_r = \sqrt{i_{rx}^2 + i_{ry}^2}.$$

В математической модели АД потокосцепление каждого контура представляется суммой рабочего потокосцепления и рассеивания. С целью учета вытеснения токов в стержнях ротора и насыщения его магнитопровода потоками рассеивания пазовая часть стержней, а также короткозамыкающие кольца разбиваются по высоте на k слоев. В результате получим на роторе k короткозамкнутых обмоток, которые преобразуем к двухфазным в соответствии с общепринятой методикой. Таким образом, в математической модели АД рассматриваются m = k+1 двухфазных обмоток, между которыми существуют взаимоиндуктивные связи за счет как основного магнитного потока, так и потоков рассеивания. Составляющие  $i_{rx}$ ,  $i_{ry}$  токов преобразованной обмотки ротора (5) определяются как сумма токов k элементов стержня:

$$\dot{i}_{rx} = \sum_{j=1}^{n} \dot{i}_{rjx}; \quad \dot{i}_{ry} = \sum_{j=1}^{n} \dot{i}_{rjy}$$

При математическом моделировании режимов работы АД, питаемого от источника напряжения, его составляющие  $u_x$  и  $u_y$  считаются заданными, а токи контуров неизвестными. Интегрируя систему (4) численным методом при заданных значениях напряжения, момента нагрузки на валу АД и момента инерции системы электропривода, можно рассчитать любой динамический режим, в том числе и режим пуска, с учетом насыщения магнитной системы и вытеснения тока в обмотке ротора.

Для расчета переходных процессов при питании АД от источника тока в (1) будем полагать составляющие токов статора  $i_{sx}$  и  $i_{sy}$  заданными, а напряжений  $u_{sx}$  и  $u_{sy}$  неизвестными. При этом, не уменьшая общности, примем один из известных токов  $i_{sx} = I_m$ , т. е. равным величине изображающего вектора тока статора, а другой  $i_{sy} = 0$ . Таким образом, система ДУ для контуров статора (1а) имеет вид:

$$\frac{d\psi_{sx}}{dt} = \omega_0 \psi_{sy} - r_s I_m + u_{sx};$$

$$\frac{d\psi_{sy}}{dt} = -\omega_0 \psi_{sx} + u_{sy},$$
(6)

а уравнения для контуров ротора остаются без изменений. Тогда система ДУ для расчета переходного электромеханического процесса при питании АД от источника тока

$L_{1x1x}$	$L_{1x1y}$		$L_{1xnx}$	$L_{1xny}$	0	]	$di_{r1x}/dt$		$s\omega_0\psi_{1y}-r_1\dot{i}_{1x}$	
$L_{1y1x}$	$L_{1y1y}$		$L_{1ynx}$	$L_{1yny}$	0		$di_{r1y}/dt$		$-s\omega_0\psi_{1x}-r_1i_{1y}$	
:	:	:	:	÷	:		:	_	:	(7)
$L_{nx1x}$	$L_{nx1y}$		L <sub>nxnx</sub>	L <sub>nxny</sub>	0	1^	$di_{rnx}/dt$	-	$s\omega_0\psi_{ny}-r_ni_{nx}$	, (7)
$L_{ny1x}$	$L_{ny1y}$		L <sub>nynx</sub>	L <sub>nyny</sub>	0		$di_{my}/dt$		$-s\omega_0\psi_{nx}-r_ni_{ny}$	
0	0		0	0	1		$d\omega/dt$		$\alpha \Big( \sigma (\psi_{sx} i_{sy} - \psi_{sy} i_{sx}) - M_c \Big) \Big $	

где  $L_{jk}$  – собственные и взаимные дифференциальные индуктивности соответствующих преобразованных контуров.

В результате численного интегрирования системы (7) найдем зависимости от времени токов контуров и угловой скорости  $\omega$  вращения ротора при известных токах  $i_{sx}$  и  $i_{sy}$  контуров статора. При определении потокосцеплений продольного  $\psi_{sx}$  и поперечного  $\psi_{sy}$  контуров статора, входящих в уравнение электромагнитного момента АД, необходимо учитывать, что они зависят от токов всех контуров. Входящие в (7) дифференциальные взаимные индуктивности определяются на основании характеристик намагничивания (5) в соответствии с математической моделью двигателя в координатных осях x, y [16], а активные сопротивления контуров ротора – с учетом вытеснения токов в стержнях ротора [17, 18].

Уравнения (6) позволяют найти расчетные значения напряжений  $u_{sx}$  и  $u_{sy}$ . В частности, определив производные от потокосцеплений как функции многих переменных по формулам:

$$\frac{d\psi_{sx}}{dt} = L_{sx1x} \frac{di_{1x}}{dt} + \dots + L_{sxnx} \frac{di_{nx}}{dt};$$

$$\frac{d\psi_{sy}}{dt} = L_{sy1x} \frac{di_{1x}}{dt} + \dots + L_{synx} \frac{di_{nx}}{dt},$$
(8)

получим

$$u_{sx} = \frac{d\psi_{sx}}{dt} - \omega_0 \psi_{sy} + r_s I_m;$$
$$u_{sy} = \frac{d\psi_{sy}}{dt} + \omega_0 \psi_{sx}.$$

На рис. 1–4 представлены результаты расчета переходных процессов при пуске двигателя 4A160M6Y3 (P = 15 кВт, U = 220 В, I = 29,9 А,  $p_0 = 3$ ), питаемого от источника номинального напряжения и источника тока величиной  $i_{sx} = 5I_m$ .



Рис. 1. Изменение электромагнитного момента по времени при пуске двигателя с номинальной нагрузкой, питаемого от: а – источника напряжения; b – источника тока величиной 5I<sub>m</sub>

*Fig. 1.* Change in the electromagnetic torque in time when starting a motor with a rated load powered by: from a voltage source (a) and current source of  $5I_m$  (b)



Рис. 2. Зависимость частоты вращения ротора от времени при пуске двигателя 4А160М6Ү3 с номинальной нагрузкой при питании от: а – источника напряжения; b – источника тока

а – источника напряжения, о – источника тока

*Fig.* 2. The dependency of the rotor speed on the time when starting the motor 4A160M6Y3 with a rated load when powered by with rated load powered from: a – voltage source; b – current source







Рис. 4. Зависимости составляющих по осям потокосцеплений контуров при пуске двигателя с номинальной нагрузкой

*Fig. 3.* Curves of alterations in the electromagnetic moment when starting the motor under no load powered by a current of  $5I_m$ 

*Fig. 4.* Dependencies of the axis components of flux linkages of circuits at the start of the motor under rated load

# Математическая модель для расчета статических характеристик

Для расчета статических характеристик необходимо исключить из ДУ электрического состояния координату времени *t*, т. е. перейти от дифференциальных уравнений к конечным. Это можно сделать путем алгебраизации уравнений одним из известных в математике методов (конечных разностей, конечных элементов, гармонического баланса, дифференциальных Т-преобразований, точечным методом, сплайн-методом и др.) либо путем преобразования координат, что значительно упрощает решение задачи без существенного снижения точности полученных результатов. Составим систему уравнений электрического равновесия для расчета и исследования статических характеристик АД, питаемого от источника тока. В установившемся режиме (при постоянном скольжении *s*) система ДУ (1) превращается в нелинейную систему конечных уравнений, которая с учетом особенностей питания АД от источника тока ( $i_{sx} = I_m$ ;  $i_{sy} = 0$ ) имеет вид:

$$\omega_{0}\psi_{sy} + u_{sx} = r_{s}I_{m};$$

$$-\omega_{0}\psi_{sx} + u_{sy} = 0;$$

$$s\omega_{0}\psi_{1y} - r_{i}i_{1x} = 0;$$

$$-s\omega_{0}\psi_{1x} - r_{i}i_{1y} = 0;$$

$$\vdots$$

$$s\omega_{0}\psi_{ny} - r_{n}i_{nx} = 0;$$

$$-s\omega_{0}\psi_{nx} - r_{n}i_{ny} = 0.$$
(9)

Потокосцепление каждого контура при значении скольжения s однозначно определяется совокупностью всех токов, два из которых  $(i_{sx}, i_{sy})$  заданы, а остальные подлежат определению. Образовав векторы

$$\vec{y} = (\psi_{sx}, \psi_{sy}, \psi_{1x}, \psi_{1y}, ..., \psi_{nx}, \psi_{ny}); \quad \vec{x} = (u_{sx}, u_{sy}, i_{1x}, i_{1y}, ..., i_{nx}, i_{ny})^*;$$
$$\vec{\vartheta} = (r_s I_m, 0, 0, ..., 0,)^*,$$

где верхний индекс (<sup>\*</sup>) обозначает транспонирование, запишем систему (9) одним векторным уравнением

$$\vec{z}(\vec{y}, \vec{x}, s) = 9. \tag{10}$$

Вследствие насыщения магнитопровода двигателя и вытеснения токов в стержнях ротора система алгебраических уравнений (10) нелинейная, поэтому ее решение требует применения итерационных методов. При заданных значениях скольжения *s* и вектора  $\vec{9}$  возмущающих воздействий решением системы является вектор  $\vec{x}$ . Рассмотрим его определение итерационным методом Ньютона.

Быстрая (квадратичная) сходимость метода требует начального приближения, которое находится в зоне сходимости вычислительного процесса. Для его получения воспользуемся методом дифференцирования по параметру [14]. Для этого введем в систему (10) скалярный параметр є

$$\vec{z}(\vec{y}, \vec{x}, s) = \varepsilon \vec{\vartheta}_0. \tag{11}$$

В результате дифференцирования системы (11) по є получим ДУ

$$W\frac{d\vec{x}}{d\varepsilon} = \vec{9}_0, \tag{12}$$

где *W* – матрица Якоби системы (10).

1		$x_{sy1x}$	$x_{sy1y}$		x <sub>synx</sub>	x <sub>syny</sub>	1	$du_{sx}/d\varepsilon$		$r_s I_m$	
	1	$-x_{sx1x}$	$-x_{sx1y}$		$-x_{synx}$	$-x_{syny}$	I	$du_{sy}/d\varepsilon$		0	
		$sx_{1y1x} - r_1$	$sx_{1y1y}$		sx <sub>1 ynx</sub>	sx <sub>1 yny</sub>	Ī	$di_{r1x}/d\varepsilon$		0	
		$-sx_{1x1x}$	$-sx_{1x1y}-r_1$		$-sx_{1xnx}$	$-sx_{1xny}$	×	$di_{r1y}/d\varepsilon$	=	0	(13)
:	:	÷	÷	:	÷	÷	1	:		÷	
		sx <sub>ny1x</sub>	sx <sub>ny1y</sub>		$sx_{nynx} - r_n$	sx <sub>nyny</sub>	]	$di_{mx}/d\varepsilon$		0	
		$-sx_{nxsy}$	$-sx_{nx1y}$		$-sx_{nxnx}$	$-sx_{nxny} - r_n$		$di_{my}/d\varepsilon$		0	

Система ДУ (10) в развернутой форме имеет вид

Интегрируя систему (13) в пределах от  $\varepsilon = 0$  до  $\varepsilon = 1,0$  (например, методом Эйлера) за несколько шагов, получим значение вектора  $\vec{x}$  при заданных значениях скольжения *s* и тока  $I_m$ . Начальные условия (значение вектора  $\vec{x}$ ) нулевые, поскольку при  $\varepsilon = 0$  вектор  $\vec{z} = \varepsilon \vec{9}_0$  равен нулю. Такой алгоритм позволяет обеспечить сходимость итерационного процесса, поскольку полученное в результате интегрирования решение находится, как правило, в зоне притяжения итерационного метода Ньютона. Уточненное значение вектора  $\vec{x}$  служит начальным условием для расчета статических характеристик (в частности, механической характеристики в диапазоне от s = 1,0 до s = 0). Для вычисления электромагнитного момента АД при питании от источника тока подставим в (3) значения токов:  $i_{sx} = I_m$ ;  $i_{sy} = 0$ . В результате получим

$$M_{e} = 1.5 p_{0} \Psi_{sv} i_{sx}. \tag{14}$$

Система (10) конечных уравнений дает возможность исследовать влияние на режим работы АД изменения любой входящей в нее координаты, т. е. рассчитать статическую характеристику. Алгоритм расчета состоит из двух этапов. На первом определяем значения координат вектора  $\vec{x}$  при заданном скольжении (например, s = 1,0) и вектора  $\vec{9}_0$ . Согласно методу Ньютона, для каждого значения скольжения приращение  $\Delta \vec{x}^{(k)}$  вектора  $\vec{x}$  токов на *k*-м шаге итерации определяется по формуле

$$W\Delta \vec{x}^{(k)} = -\vec{Z}\left(\vec{x}^{(k)}\right),\tag{15}$$

где  $\vec{Z}(\vec{x}^{(k)})$  – вектор невязок системы (10) при  $\vec{x} = \vec{x}^{(k)}$ , заданных значениях *s* и вектора  $\vec{9}$ .

На втором этапе, изменяя принятую за независимую переменную координату, методом продолжения решения по параметру рассчитываем необходимую статическую характеристику в виде зависимостей координат вектора от этой переменной, с использованием которых можно определить потокосцепления, электромагнитный момент, активную и реактивную мощности и другие координаты.

Результаты расчета разработанным методом механических характеристик двигателя 4A160S4Y3 (P = 15 кВт, U = 230 В, I = 29,9 А,  $p_0 = 2$ ) при питании от источника напряжения и источника тока ( $J = 5I_m$ ) приведены на рис. 5, причем для более полной картины расчет выполнен и для генераторного режима (начиная от s = -1,0). Как показывают расчеты, механические характеристики АД при питании от источника тока и источника напряжения существенно отличаются.



*Puc.* 5. Механические характеристики двигателя 4A160S4Y3 при питании от: а – источника напряжения  $U = U_m$ ; b – источника тока  $J = 5I_m$ *Fig.* 5. Mechanical characteristics of the motor 4A160S4Y3 with a power supply from:

a – voltage source  $U = U_m$ ; b – current source  $J = 5I_m$ 

Примеры расчета зависимости пускового электромагнитного момента и активной мощности от величины потребляемого тока двигателя 4A160S4Y3 при питании от источника тока приведены на рис. 6.



*Рис. 6.* Зависимость электромагнитного момента (а) и активной мощности (b) от величины тока статора двигателя, питаемого от источника тока, при s = 1,0 *Fig. 6.* Dependence of the electromagnetic torque (a) and real power (b)

on the stator current for the motor powered from a source of current at s = 1,0

# выводы

1. Разработаны математические модели для численного анализа и исследования переходных процессов, установившихся режимов и статических характеристик трехфазных асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором при питании от источника тока. Проведено сравнение результатов расчета процессов и характеристик при питании от источника напряжения и источника тока.

2. Основой разработанных методов является математическая модель асинхронного двигателя высокого уровня адекватности, в которой учиты-

ваются насыщение магнитопровода и вытеснение тока в стержнях ротора. Процессы в математической модели асинхронного двигателя рассматриваются в ортогональных осях с использованием теории изображающих векторов, чем достигается минимизация объема вычислений и, как следствие, быстродействие разработанных программ.

3. Динамические режимы описываются системой дифференциальных уравнений электромеханического равновесия, коэффициентами которых являются дифференциальные собственные и взаимные индуктивности контуров асинхронного двигателя, а полная матрица рассчитывается с использованием реальных характеристик намагничивания основным магнитным потоком и потоками рассеяния. Явление скин-эффекта в стержнях ротора учитывается путем разбиения стержней по высоте на несколько слоев.

4. Расчет статических характеристик выполняется путем решения нелинейной системы алгебраических уравнений, описывающих установившийся режим при заданном скольжении, с использованием дифференциального метода решения систем нелинейных уравнений и метода продолжения по параметру.

5. Разработанные математические модели позволяют получить высокую точность расчетов при минимальном объеме вычислений и могут быть использованы при разработке частотно-регулируемого асинхронного электропривода.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Фираго, Б. И. Векторные системы управления электроприводами / Б. И. Фираго, Д. С. Васильев. Минск: Выш. шк., 2016. 159 с.
- Соколовский, Г. Г. Электроприводы переменного тока с частотным регулированием / Г. Г. Соколовский. М.: ИЦ «Академия», 2006. 272 с.
- Leonhard, W. Control of Electrical Drives / W. Leonhard. Berlin: Springer Verlag, 1996. 420 p. https://doi.org/10.1007/978-3-642-97646-9.
- 4. Мещеряков, В. Н. Система скалярного частотного управления синхронизированной асинхронной машиной с питанием обмоток статора и ротора от автономного инвертора тока / В. Н. Мещеряков, А. М. Башлыков, О. В. Мещерякова // Современные сложные системы управления X THCS'2012: материалы Междунар. науч.-техн. конф. Старый Оскол: THT, 2012. С. 50–52.
- Косенко, И. А. Сравнение частотно-токового и частотно-напряженческого способов релейно-векторного управления асинхронными электроприводами с автономным инвертором тока / И. А. Косенко // Електротехніка та електроенергетика. 2008. № 1. С. 52–58.
- 6. Волков, А. В. Электромеханические процессы асинхронного электропривода с автономным инвертором тока при прогнозирующем релейно-векторном регулировании статорного напряжения / А. В. Волков, И. А. Косенко // Вісник НТУ «ХПІ». Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика. 2008. № 30. С. 164–165.
- 7. Денник, В. Ф. Характеристики асинхронных двигателей при питании их от источника тока / В. Ф. Денник // Наук. пр. Донец. нац. техн. ун-ту. Сер.: Електротехніка і енергетика. 2011. № 11. С. 112–115.
- Морозов, Д. І. Електромагнітні і електромеханічні процеси в асинхронному двигуні при живленні його від джерела струму / Д. І. Морозов, І. С. Шевченко, Ю. П. Самчелеєв // Вісник НТУ «ХПІ». Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика. 2013. № 36. С. 112–114.
- 9. Online-Identification of Electromagnetic Parameters of an Induction Motor / V. K. Tytiuk [et al.] // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2020. T. 63, № 5. С. 423–440. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-5-423-440.

- Розрахунок статичних характеристик асинхронного частотно-регульованого електропривода / В. В. Каневський [та ін.] // Вісник НТУ «ХПІ». Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика. 2008. № 30. С. 374–378.
- 11. Усольцев, А. А. Современный асинхронный электропривод оптико-механических комплексов / А. А. Усольцев. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2011. 164 с.
- Сафарян, В. С. Определение параметров схемы замещения асинхронной машины / В. С. Сафарян, С. Г. Геворгян // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2015. № 6. С. 20–34.
- Константинова, С. В. Расчет емкости для работы мини-энергокомплекса на основе асинхронного генератора в автономном режиме / С. В. Константинова, А. Ю. Капустинский, Т. М. Ярошевич // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2021. Т. 64, № 1. С. 40–50. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-1-40-50.
- Беспалов, В. Я. Математическая модель асинхронного двигателя в обобщенной ортогональной системе координат / В. Я. Беспалов, Ю. А. Мощинский, А. П. Петров // Электричество. 2002. № 8. С. 33–39.
- 15. Кулагин, Д. О. Математична модель тягового асинхронного двигуна з урахуванням насичення магнітних кіл / Д. О. Кулагин // Науковий вісник НГУ. 2014. № 6. С. 103–110.
- 16. Фильц, Р. В. Математические основы теории электромеханических преобразователей / Р. В. Фильц. Киев: Наукова думка, 1979. 208 с.
- Stakhiv, P. Influence of Saturation and Skin Effect on Current Harmonic Spectrum of Asynchronous Motor Powered by Thyristor Voltage Regulator / P. Stakhiv, A. Malyar // Proceedings of the IV International Workshop Computational Problems of Electrical Engineering, June 1–3, 2005. Gdynia, 2005. P. 58–60.
- Маляр, В. С. Установившиеся режимы и статические характеристики трехфазного асинхронного двигателя при питании от однофазной сети / В. С. Маляр, А. В. Маляр // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2016. Т. 59, № 6. С. 536–548. https://www.doi.org/10.21122/1029-7448-2016-59-6-536-548.
- Mathematical Modeling of Processes in Asynchronous Motors with Capacitors Connected in Series / V. Malyar [et al.] // Proceedings of 16<sup>th</sup> International Conference on Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE), Sept. 2–5, 2015. Lviv, 2015. P. 107–109. https://doi.org/10.1109/cpee.2015.7333350.

Поступила 20.10.2020 Подписана в печать 17.03.2021 Опубликована онлайн 30.09.2021

#### REFERENCES

- 1. Figaro B. I., Vasil'ev D. S. (2016) Vector Control Systems of Electric Drives. Minsk, Vysheishaya shkola Publ. 159 (in Russian).
- Sokolovskii G. G. (2006) AC Electric Drives with Frequency Control. Moscow, Akademiya Publ. 272 (in Russian).
- 3. Leonhard W. (1996) Control of Electrical Drives. Berlin, Springer Veriag Publ. 420. https://doi.org/10.1007/978-3-642-97646-9.
- 4. Meshcheryakov V. N., Bashlykov A. M., Meshcheryakova O. V. (2012) Scalar Frequency Control System for a Synchronized Asynchronous Machine Powered by the Stator and Rotor Windings from an Autonomous Current Inverter. Sovremennye Slozhnye Sistemy Upravleniya X THCS'2012: materialy Mezhdunar. Nauch.-Tekhn. Konf. = Modern Complex Control Systems X TNCS'2012: Proceedings of the International Scientific and Technical Conference. Stary Oskol, TNT Publ. 50–52 (in Russian).
- Kosenko I. A. (2008) Comparison of Frequency-Current and Frequency-Stressed Methods of Relay-Vector Control Asynchronous Electric Drives with Autonomous Inverter of Current. *Elektroteknika ta Elektroenegetika = Electrical Engineering and Power Engineering*, (1), 52–58 (in Russian).
- 6. Volkov A. V., Kosenko I. A. (2008) Electromechanical Processes of an Asynchronous Electric Drive with an Autonomous Current Inverter with Predictive Relay-Vector Regulation of Stator Voltage. Visnik Natsional'nogo Tekhnichnogo Universitetu "KhPI". Problemi Avtomatizovanogo Elektroprivodu. Teoriya i Praktika [Bulletin of the National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute". Problems of an Automated Electric Drive. Theory and Practice"], (30), 164–165 (in Russian).

- Dennik V. F. (2011) Characteristics of Induction Motors Powered from Current Power Supply. Naukovi Pratsi Donets'kogo Natsional'nogo Tekhnichnogo Universitetu. Seriya: Elektrotekhnika i Energetika [Scientific Works of Donetsk National Technical University. Series: Electrical Engineering and Power Engineering], (11), 112–115 (in Russian).
- Morozov D. I., Shevchenko I. S., Samcheleev Yu. P. (2013) Electromagnetic and Electromechanical Processes in an Induction Motor Powered by a Current Source. *Visnik Natsional'nogo Tekhnichnogo Universitetu "KhPI"*. *Problemi Avtomatizovanogo Elektroprivodu. Teoriya i Praktika* [Bulletin of the National Technical University "KhPI". Problems of Automated Electric Drive. Theory and Practice], (36), 112–114 (in Ukrainian).
- 9. Tytiuk V. K., Baranovskaya M. L., Chornyi O. P., Burdilnaya E. V., Kuznetsov V. V., Bo-gatyriov K. N. (2020) Online-Identification of Electromagnetic Parameters of an Induction Motor. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 63 (5), 423–440. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-5-423-440.
- Kanev'skyi V. V., Pustoviy O. V., Sinchuk I. O., Pas'ko O. V. (2008) Calculation of Static Characteristics of Asynchronous Frequency-Controlled Electric Drive. Visnik Natsional'nogo Tekhnichnogo Universitetu "KhPI". Problemi Avtomatizovanogo Elektroprivodu. Teoriya i Praktika [Bulletin of the National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute". Problems of an Automated Electric Drive. Theory and Practice], (30), 374–378 (in Ukrainian).
- 11. Usoltsev A. A. (2011) Modern Asynchronous Electric Drive of Optical-and-Mechanical Complexes. Saint Petersburg: ITMO University Publ. 164 (in Russian).
- Safaryan V. S., Gevorgyan S. G. (2015) Ascertainment of the Equivalent Circuit Parameters of the Asynchronous Machine. Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations, (6), 20–34 (in Russian).
- 13. Konstantinova S. V., Kapustinskii A. Yu., Yaroshevich T. M. (2021) Calculation of the Capacity for the Operation of a Mini-Energy Complex Based on an Independently Operating Asynchronous Generator. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 64 (1), 40–50 https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-1-40-50 (in Russian).
- Bespalov V. Ya., Moshchinskiy Yu. A., Petrov A. P. (2002) Mathematical Model of Asynchronous Motor in Generalized Orthogonal Coordinates System. *Elektrichestvo*, (8), 33–39 (in Russian).
- 15. Kulagin D. O. (2014) The Mathematical Model of Asynchronous Traction Motor Taking into Account the Saturation of Magnetic Circuits. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu* [Scientific Herald of National Mining University], (6), 103–110 (in Ukrainian).
- 16. Fil'ts R. V. (1979) *Mathematical Foundations of the Theory of Electromechanical Transducers*. Kiev, Naukova Dumka Publ. 208 (in Russian).
- Stakhiv P., Malyar A. (2005) Influence of Saturation and Skin Effect on Current Harmonic Spectrum of Asynchronous Motor Powered by Thyristor Voltage Regulator. *Proceedings of the IV International Workshop Computational Problems of Electrical Engineering*, June 1–3, 2005. Gdynia. 58–60.
- 18. Malyar V. S., Malyar A. V. (2016) Established Modes and Static Characteristics of Three-Phase Asynchronous Motor Powered with Single Phase Network. *Energetika. Izvestiya Vys-shikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 59 (6), 536–548. https://www.doi.org/10.21122/1029-7448-2016-59-6-536-548 (in Russian).
- Malyar V., Hamola O., Maday V., Vasylchyshyn I. (2015) Mathematical Modeling of Processes es in Asynchronous Motors with Capacitors Connected in Series. *Proceedings of 16<sup>th</sup> International Conference on Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE)*, September 2–5, 2015. Lviv. 107–109. https://doi.org/10.1109/cpee.2015.7333350.

Received: 20 October 2020 Accepted: 17 March 2021 Published online: 30 September 2021

https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-5-435-445

УДК 621.019

# Автоматизированный анализ срока службы воздушных линий электропередачи электроэнергетических систем

# Э. М. Фархадзаде<sup>1)</sup>, А. З. Мурадалиев<sup>1)</sup>, С. А. Абдуллаева<sup>1)</sup>, А. А. Назаров<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Азербайджанский научно-исследовательский и проектно-изыскательский институт энергетики (Баку, Азербайджанская Республика),

<sup>2)</sup>Оперативно-диспетчерская служба Филиала АО «СО ЕЭС» Смоленское РДУ

(Смоленск, Российская Федерация)

© Белорусский национальный технический университет, 2021 Belarusian National Technical University, 2021

Реферат. Работа основных объектов электроэнергетических систем, срок службы которых превысил нормативное значение, с каждым годом становится менее эффективной. Проявляется это в увеличении числа автоматических аварийных отключений, количества и сложности аварийно опасных дефектов. После завершения нормативного срока службы объектов возникает необходимость в количественной оценке их надежности и безопасности. Организацию эксплуатации, технического обслуживания и ремонта таких объектов рекомендуется проводить по их техническому состоянию, а поскольку оно определяет надежность и безопасность электроэнергетических систем, эти свойства следует учитывать более полно. Данные рекомендации выполняются согласно опыту эксплуатации. При этом количественных оценок и методологии их расчета нет. Метод и алгоритм количественной оценки интегральных показателей надежности и безопасности работы энергоблоков тепловых электростанций как сосредоточенных объектов непрерывного действия ранее анализировались авторами. В настоящей статье исследуются распределенные объекты непрерывного действия, а именно воздушные линии электропередачи напряжением 110 кВ и выше, срок службы которых превышает нормативное значение. Уделено внимание вопросам количественной оценки степени старения для совокупности воздушных линий электропередачи, классификации этих линий для выявления наиболее значимых классов и методологии оценки различия степени старения при их классификации по заданным разновидностям признаков (например, различие степени старения воздушных линий электропередачи сетевых предприятий электроэнергетических систем). Показано, что используемая для сравнения оценка относительного числа воздушных линий электропередачи, срок службы которых превышает расчетный, неприемлема, так как обусловливает большой риск ошибочного решения. Разработаны методология и алгоритм методической поддержки руководства электроэнергетических систем и сетевых предприятий при организации эксплуатации, технического обслуживания и ремонта.

Ключевые слова: нормативный срок службы, гарантированный срок службы, воздушные линии электропередачи, старение, повышение эффективности работы, надежность, безопасность, анализ, методическая поддержка

Для цитирования: Автоматизированный анализ срока службы воздушных линий электропередачи электроэнергетических систем / Э. М. Фархадзаде [и др.] // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2021. Т. 64, № 5. С. 435–445. https://doi. org/10.21122/1029-7448-2021-64-5-435-445

Адрес для переписки	Address for correspondence
Фархадзаде Эльмар Мехтиевич	Farhadzadeh Elmar M.
Азербайджанский научно-исследовательский	Azerbaijan Scientific-Research and Design-
и проектно-изыскательский институт энергетики	Prospecting Power Engineering Institute
просп. Г. Зардаби, 94,	94, G. Zardabi Ave.,
Аз1012, г. Баку, Азербайджанская Республика	Az1012, Baku, Republic of Azerbaijan
Тел.: +99 412 431-64-07	Tel.: +99 412 431-64-07
elmeht@rambler.ru	elmeht@rambler.ru

# Automated Analysis of Service Life of Air-Lines of the Electricity Transmission of Electric Power Systems

E. M. Farhadzadeh<sup>1)</sup>, A. Z. Muradaliyev<sup>1)</sup>, S. A. Abdullayeva<sup>1)</sup>, A. A. Nazarov<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Azerbaijan Scientific-Research and Design-Prospecting Power Engineering Institute (Baku, Republic of Azerbaijan)

<sup>2)</sup>Operational Dispatch Service of the Branch of "SO UES" JSC, Smolensk Regional Dispatch Office (Smolensk, Russian Federation)

Abstract. Basic EPS objects, which service life has exceeded normative value, increasingly affect – every year to a greater extent – the efficiency of overall performance. This manifests itself in increase of a number of automatic emergency shutdowns, an amount and complexities of accidenthazardous defects. After the expiration of the standard service life, there is a special need for a quantitative assessment of reliability and safety of an object. It is recommended to organize the operation, maintenance and repair of these objects according to their technical condition, and since it determines the reliability and safety of the object, these properties should be taken into account more fully. The relevant recommendations in electric power systems are implemented at a qualitative level, intuitively, according to the operating experience. There are neither quantitative evaluations nor methodology for their performance. Therefore, a method and algorithm of quantitative assessment of integral indicators of reliability and safety of operation of thermal power units of thermal power plants as concentrated objects of continuous operation were previously analyzed by the authors. The present paper examines distributed objects of continuous operation, viz. overhead power transmission lines with a voltage of 110 kV and higher, whose service life exceeds the standard value. Attention is paid to the issues of quantitative assessment of the degree of aging for a set of overhead power transmission lines, classification of these lines to identify the most significant classes and methodology for assessing the difference in the degree of aging when classifying them according to specified types of signs (for example, the difference in the degree of aging of overhead power transmission lines of grid enterprises of electric power systems). It is shown that it unacceptable to use the estimates of the relative number of overhead power transmission lines, the service life of which exceeds the calculated one, for comparison since it causes a great risk of an erroneous decision. The methodology and algorithm of methodological support of the management of electric power systems and grid enterprises in the organization of operation, maintenance and repair have been developed.

**Keywords:** normative value of service life, guaranteed service life, overhead power transmission lines, aging, improving operation efficiency, reliability, safety, analysis, methodological support

**For citation:** Farhadzadeh E. M., Muradaliyev A. Z., Abdullayeva S. A., Nazarov A. A. (2021) Automated Analysis of Service Life of Air-Lines of the Electricity Transmission of Electric Power Systems. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 64 (5), 435–445. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-5-435-445 (in Russian)

## Введение

436

Воздушные линии электропередачи (ВЛЭП) относятся к числу основных объектов электроэнергетических систем (ЭЭС), поэтому проблеме обеспечения эффективности их работы всегда уделялось первостепенное значение. Но со временем используемые подходы становятся недостаточными.

Известно, что эффективность работы ВЛЭП гарантируется лишь в пределах определенного срока службы [1]. Проблемы возникают после его истечения. По мере дальнейшего увеличения срока службы и при сохранении неизменной системы технического обслуживания и ремонта (ТОиР) фактор старения ВЛЭП проявляется более наглядно, существенно возрастает число их автоматических аварийных отключений. Бесспорной становится необходимость перехода от системы планового предупредительного ремонта к системе восстановления износа исходя из технического состояния ВЛЭП [2]. Этот период эксплуатации требует, прежде всего, навыков количественной оценки эффективности работы как совокупности экономичности, надежности и безопасности.

Со временем методы и алгоритмы оценки эффективности работы становятся более сложными, а возможность их практического использования вручную – маловероятной. И это естественно, поскольку руководству ЭЭС, предприятий электрических сетей, оперативному персоналу необходимо уменьшить число отказов стареющих ВЛЭП и максимально продлить срок их службы. Требуются не методы и алгоритмы, а методическая поддержка решений конкретных эксплуатационных задач. В частности:

1) должна быть возможность получить оперативные сведения о ВЛЭП, срок службы которых превышает нормативные значения (предлагается их именовать старой техникой (СТ)). Сегодня анализ этих данных мало кому доступен, а ввиду трудоемкости и громоздкости мало кем выполняется;

2) многочисленность однотипных элементов ВЛЭП и распределенность их по трассе на десятки, а то и сотни километров делают оценку технического состояния этих элементов трудоемкой и затратной. Рекомендуемый в [3] выборочный метод испытаний субъективен и не учитывает случайный характер показателей технического состояния. Для устранения этих трудностей требуется переход к компьютерным технологиям формирования случайных выборок [4];

3) при расчете интегрального показателя технического состояния ВЛЭП важную роль играют методы и алгоритмы учета целесообразности классификации совокупности статистических данных по заданным разновидностям признаков. Методы основываются на теории проверки статистических гипотез для многомерных данных, фидуциальном подходе и имитационном моделировании [5–7].

Рассмотрим методы и алгоритмы автоматизированного анализа срока службы ВЛЭП 110 кВ и выше.

#### Особенности управления эффективностью работы ВЛЭП

Управление эффективностью работы ВЛЭП имеет следующие особенности:

1) актуальность проблемы проявляется в нелинейном увеличении числа автоматических аварийных отказов, повышении вероятности устойчивого отказа и числа аварийно опасных дефектов;

2) утвержденная классификация множества ВЛЭП, срок службы которых превышает нормативное значение ( $T_r$ ), отсутствует. Если согласиться с тем, что техническое состояние далеко не всегда соответствует сроку службы, то в соответствии с [4] ВЛЭП, срок службы которых 36–43 года,

можно назвать «взрослыми», 44–51 год – «пожилыми», 52–59 лет – «старыми», 60 лет и более – «долговечными»;

3) оценка относительного числа ВЛЭП, срок службы которых превышает нормативный, имеет важное значение, так как позволяет оценить характер изменения процесса старения во времени. Увеличение этого показателя свидетельствует о необходимости увеличения затрат на ТОиР;

4) поскольку ВЛЭП относятся к объектам, которые при завершении нормативного срока службы практически не заменяются на новые, обеспечение эффективности их работы достигается путем совершенствования системы ТОиР. Тем самым обеспечиваются снижение числа автоматических отключений и повышение долговечности;

5) наблюдаемое увеличение числа СТ ВЛЭП требует:

 – освоения персоналом сетевого предприятия современных методов диагностики технического состояния, в том числе применения беспилотных летательных аппаратов [8] и мобильных карт 3D [9];

 – повышения квалификации оперативного персонала, обеспечивающего эффективность эксплуатации, ТОиР СТ ВЛЭП [10, 11];

– проведения своевременной реконструкции СТ ВЛЭП, техническое состояние которых не соответствует предъявляемым требованиям. Именно реконструкция СТ ВЛЭП обеспечивает их надежность и безопасность.

# Автоматизированный анализ паспортных данных ВЛЭП

Анализ проводился в такой последовательности.

Формируется табл. 1 перечня ВЛЭП с номинальным напряжением 110 кВ и выше, где приводятся: порядковый номер, наименование, класс напряжения, год ввода в эксплуатацию, наименование сетевого предприятия, протяженность и т. д. Перечень признаков определяется заказчиком автоматизированной системы.

Формируется аналогичная табл. 2, но лишь для СТ ВЛЭП.

Проводится ранжирование ВЛЭП, приведенных в табл. 2, в порядке уменьшения длительности эксплуатации после завершения нормативного срока службы ( $\Delta S$ ), т. е. выделяются наиболее старые ВЛЭП. Однако рекомендация проведения их ремонта была бы ошибочной. Дело в том, что ВЛЭП относятся к числу восстанавливаемых объектов, т. е. все устойчивые отказы в период аварийных ремонтов устраняются. Более того, проводятся капитальные ремонты, при которых устраняются аварийно опасные дефекты ВЛЭП, выявленные при периодических осмотрах и испытаниях. Поэтому возраст ВЛЭП не является безусловным показателем степени старения.

По данным табл. 1 и 2 вычисляются:

– суммарная ( $\Sigma$ ) протяженность множества ВЛЭП ( $L_{\Sigma}$ ) и ВЛЭП этого множества, относящихся к группе СТ;

– относительные значения числа и протяженности СТ ВЛЭП по формулам:  $\delta N_c = 100 N_c / N_{\Sigma}$  и  $\delta L_c = 100 L_c / L_{\Sigma}$ , где  $N_{\Sigma}$ ,  $N_c$  – общее число ВЛЭП и число СТ ВЛЭП соответственно. Несмотря на кажущуюся однознач-

ность, суть показателей  $\delta N_c$  и  $\delta L_c$  различна:  $\delta N_c$  непосредственно характеризует надежность работы ЭЭС, а  $\delta L_c$  – степень старения ВЛЭП;

 относительные значения числа и протяженности СТ ВЛЭП, но для заданных разновидностей признаков, например для сетевых предприятий;

 – графическая иллюстрация закономерности изменения относительного числа и протяженности СТ ВЛЭП во времени;

– максимальные значения относительного числа и протяженности СТ ВЛЭП для различных заданных признаков и их разновидностей.

# Пример анализа паспортных данных ВЛЭП

Очевидно, что анализ паспортных данных ВЛЭП ЭЭС вручную в силу громоздкости и трудоемкости достаточно сложен. При переходе к автоматизированной системе важна предварительная количественная иллюстрация выполнения анализа, являющегося основой контроля безошибочности алгоритма.

В табл. 1 даны сведения о классе напряжения  $(U_{\rm H})$ , годе ввода в эксплуатацию  $(T_{\rm H})$ , протяженности (L) и сроке службы  $(\Delta T_{\rm H} = T_K - T_{\rm H})$ ВЛЭП, где  $T_K$  – год, для которого будут проведены расчеты. В табл. 2 приведены СТ ВЛЭП, ранжированные по году ввода в эксплуатацию  $T_{\rm H}$  с указанием интервала времени  $\Delta T_{\rm c} = T_K - T_{\rm H} - T_{\rm r}$ .

Таблица 1

Порал	Наиме	нование пон	казателя для	я ВЛЭП	Порал	Наименование показателя для ВЛЭП				
поряд- ковый номер <i>i</i>	Класс напря- жения U <sub>н,i</sub> , кВ	Год ввода в эксплуа- тацию <i>Т</i> <sub>н,<i>i</i></sub>	Протя- женность <i>L<sub>i</sub></i> , км	Срок службы $\Delta T_{\text{н,}i}$ , лет	поряд- ковый номер <i>i</i>	Класс напря- жения U <sub>н,i</sub> , кВ	Год ввода в эксплуа- тацию <i>Т</i> <sub>н,<i>i</i></sub>	Протя- жен- ность <i>L<sub>i</sub></i> , км	Срок службы $\Delta T_{{}_{\mathrm{H},i}},$ лет	
1	330	1986	142,8	34	19	110	1963	5,9	57	
2	330	1968	79,9	52	20	110	1970	12,7	50	
3	330	1975	110,2	45	21	110	2010	12,5	10	
4	330	1999	33,3	21	22	110	2014	17,6	6	
5	330	1999	84,2	21	23	110	1978	6,4	42	
6	330	2011	12,5	9	24	110	1954	20,2	66	
7	220	1995	24,8	25	25	110	2013	20,3	7	
8	220	1971	39,1	49	26	110	2014	17,2	6	
9	220	2014	38,7	6	27	110	1960	25,8	60	
10	220	1978	21,0	42	28	110	1955	30,3	65	
11	220	1961	14,7	59	29	110	2000	29,6	20	
12	220	1992	9,5	28	30	110	2010	30,0	10	
13	220	1962	46,8	58	31	110	1982	33,5	38	
14	220	2011	7,5	19	32	110	2007	46,8	13	
15	220	2012	48,1	8	33	110	1985	3,6	35	
16	220	2016	36,8	4	34	110	1978	44,9	42	
17	110	2013	37,9	7	35	110	1980	41,0	40	
18	110	1954	12,1	66	36	110	1977	51,9	43	

Сведения о воздушных линиях электропередачи с $U_{\scriptscriptstyle  m H}$ = 110; 220; 330 кВ
Information about overhead power transmission lines with $U_{\mu} = 110$ ; 220; 330 kV

#### Таблица 2

# Ранжированные по величине T<sub>н</sub> воздушные линии электропередачи, срок службы которых превышает нормативные значения

Порад	Наиме	нование по	казателя для	я ВЛЭП	Поран	Наимен	азателя для ВЛЭП		
поряд- ковый номер <i>i</i>	Класс напря- жения U <sub>н,i</sub> , кВ	Год ввода в эксплуа- тацию <i>Т</i> <sub>н,<i>i</i></sub>	Протя- женность <i>L<sub>i</sub></i> , км	Срок службы $\Delta T_{\text{н,}i}$ , лет	норяд- ковый номер, <i>i</i>	Класс напря- жения U <sub>н,i</sub> , кВ	Год ввода в эксплуа- тацию <i>Т</i> <sub>н,<i>i</i></sub> , год	Протя- женность <i>L<sub>i</sub></i> , км	Срок службы ΔT <sub>н,i</sub> , лет
1	110	1954	12,1	31	10	220	1971	39,1	14
2	110	1954	20,2	31	11	330	1975	110,2	10
3	110	1955	30,3	30	12	110	1977	51,9	8
4	110	1960	25,8	25	13	220	1978	21,0	7
5	220	1961	14,7	24	14	110	1978	6,4	7
6	220	1962	46,8	23	15	110	1978	44,9	7
7	110	1963	5,9	22	16	110	1980	41,0	5
8	330	1968	79,9	17	17	110	1982	33,5	3
9	110	1970	12,7	15	18	110	1985	3,6	1

The overhead power transmission lines ranked by the  $T_{\mu}$ , the service life of which exceeds the normative values

Результаты анализа паспортных данных ВЛЭП по табл. 1 и 2 позволяют заключить:

1) относительные значения числа и протяженности ВЛЭП, срок службы которых превышает нормативное значение, равны 50 и 46 % соответственно. Эти показатели для сравнения ЭЭС объективны, но при сравнении сетевых предприятий ЭЭС явно недостаточны, так как неполно учитывают количество ВЛЭП с различным сроком службы. Учесть данные изменения, используя показатели табл. 2, можно следующим способом:

– вычислим среднее арифметическое значение  $N_{\rm c}$  реализаций  $\Delta T_{{\rm c},i}$ 

СТ ВЛЭП: 
$$M^*[\Delta T_c] = \left[\sum_{i=1}^{N_c} \Delta T_{c,i}\right] / N_c = 16$$
 лет;

– определим число СТ ВЛЭП, срок службы которых не превышает  $M^*[\Delta T_c] = 16$  лет, и обозначим его  $N_c^*$ . Тогда отношение величин  $N_c^*$  и  $(N_{\Sigma} - N_c + N_c^*)$  позволит получить усредненное значение относительного числа СТ ВЛЭП по формуле  $\delta N_c^* = N_c^* / [N_{\Sigma} - N_c + N_c^*] =$ = 10/(36 - 18 + 10) = 0,36.

Таким образом, если при обычной оценке относительного числа СТ ВЛЭП срок службы определяется величиной  $\Delta T_{i,\max} = T_K - T_{\mu,\min}$  и по данным табл. 1 равен 66 лет, что соответствует классу «долговечные», то по усредненной оценке  $M^*[\Delta T_c]$  соответствует классу «пожилые»;

2) при организации ТОиР в текущем году  $T_K$  особое внимание следует уделить уточнению перечня «долговечных» ВЛЭП, которые более чув-

ствительны к воздействию внешних возмущающих факторов. Эту уточненную группу СТ ВЛЭП (включены данные за текущий год) рекомендуется представить в качестве методической поддержки руководству ЭЭС и сетевых предприятий;

3) в текущем году ( $T_K$ ) возможно появление новых СТ ВЛЭП, и возникает необходимость их освидетельствования. Перечень этих СТ ВЛЭП также в качестве методической поддержки целесообразно представить руководству ЭЭС и сетевых предприятий;

4) наряду с укрупненными оценками степени старения ВЛЭП, характеризующими прежде всего актуальность проблемы, значительный интерес представляет возможность ранжирования степени старения ВЛЭП сетевых предприятий ЭЭС на основе интегральной оценки  $\ln^* = (\delta N_c + \delta L + \delta N_c^*)/3$ .

Для оказания этой методической поддержки руководству ЭЭС рекомендуется следующая форма таблицы:

	Наименование	Показатель старения							
l	сетевого предприятия	$\delta N_{\rm c}$	$\Delta L_{ m c}$	$\delta N_{\rm c}^*$	In <sup>*</sup>				

Графическая иллюстрация динамики изменения оценки относительного числа СТ ВЛЭП приведена на рис. 1, где  $N_{\rm H,i}$  – число СТ ВЛЭП *i*-й группы ВЛЭП в  $T_{\rm H}$ -м календарном году, когда  $T_{\rm H} - T_{\rm H,min} = 35$  лет,  $T_{\rm H,min} = 1954$  г.,  $T_{\rm H} = 1989$  г.





*Fig. 1.* Dynamics of overhead power transmission lines commissioning at: 1 – uniform; 2 – increasing; 3 – decreasing number of commissioned overhead power transmission lines

Рассматриваются три закономерности изменения относительного числа ВЛЭП (например, сетевых предприятий) за 1954–2020 гг.: равномерное (группа 1), возрастающее (группа 2) и убывающее (группа 3). Для каждой из групп в 2020 г. относительное число СТ ВЛЭП будет равно: для первой  $\delta N_{c,1} = 0,9/1,9 = 0,47$ ; для второй  $\delta N_{c,2} = 0,9/2,6 = 0,35$ ; для третьей  $\delta N_{c,3} = 0,9/1,2 = 0,75$ . Результаты расчетов не противоречат физической сущности  $\delta N_c$ .

Расчеты δ*N*<sub>c</sub> для 2020 г. производятся следующим образом:

• устанавливаем интервал времени, в течение которого до 2020 г. срок службы введенных ВЛЭП не превысил нормативное значение, равное 35 лет. Это интервал с 2020 по 1985 г.;

• для 1985 г. определяем относительное число ВЛЭП, срок службы которых превысил нормативное значение. Эта величина равна 0,9;

• для 2020 г. определяем относительное число ВЛЭП в каждой из трех групп. Они в соответствии с нумерацией групп ВЛЭП равны 0,47; 0,35; 0,75.

Результаты расчетов  $\delta N_c$  для ряда лет и трех групп ВЛЭП систематизированы на рис. 2.



*Рис. 2.* Динамика старения воздушных линий электропередачи при вводе новых линий: 1 – равномерном; 2 – возрастающем; 3 – убывающем

*Fig.* 2. Aging dynamics of air power transmission lines input at: 1 -uniform; 2 - increasing; 3 - decreasing number of introduced of air power transmission lines

#### Алгоритм анализа срока службы ВЛЭП

Укрупненная блок-схема алгоритма автоматизированного анализа срока службы ВЛЭП приведена на рис. 3. Рассмотрим некоторые особенности блоков алгоритма.

Блок 1. Формируется табл. 1 ряда паспортных данных ВЛЭП. Данные включают: условный порядковый номер, диспетчерское наименование, наименование сетевого предприятия, к которому относится ВЛЭП,  $U_{\rm H}$ ,  $T_{\rm H}$ , L и  $\Delta T_{\rm H,i}$ . ВЛЭП 220 кВ и выше ввиду своей большой протяженности могут относиться к двум или трем предприятиям. В этом случае без изменения порядкового номера ВЛЭП строка повторяется с указанием соответствующего наименования сетевого предприятия и длины участка ВЛЭП.

Блок 2. Формируется табл. 2 ранжированных в порядке уменьшения величин  $T_{\rm H}$  СТ ВЛЭП с указанием соответствующих значений  $\Delta T_{\rm c}$ .

Блок 3. Проводится анализ данных табл. 1 и 2, включающий:

– количественную оценку степени актуальности проблемы старения ВЛЭП путем расчета относительного числа СТ ВЛЭП в процентах ( $\delta N_c$ );

– усредненное значение относительного числа СТ ВЛЭП и усредненный срок службы СТ  $M^*(T_c)$ ;

- перечень ВЛЭП, относящихся к классу «долговечные»;

 – перечень ВЛЭП, вошедших в текущем году в группу СТ ВЛЭП и подлежащих освидетельствованию;

 – ранжированную последовательность интегральных показателей степени старения сетевых предприятий ЭЭС;

– рекомендации для повышения эффективности работы СТ ВЛЭП сетевых предприятий.





*Fig. 3.* Block diagram of the algorithm for the formation of methodological support in the preparation of a solution to improve the efficiency of air power transmission lines

Блок 4. Проводятся анализ паспортных данных ВЛЭП сетевых предприятий ЭЭС и подготовка методических рекомендаций руководству и диспетчерскому отделу предприятия. По своей структуре аналогичен блоку 3.

Блок 5. Проводится печать результатов анализа для ЭЭС и сетевых предприятий.

# выводы

1. Качественный подход к организации эксплуатации, технического обслуживания и ремонта воздушных линий электропередачи, срок службы которых превышает нормативный, связан с большим риском возникновения ошибочных решений.

2. Показано, что количественная оценка степени старения воздушных линий электропередачи путем расчета их относительного числа достаточно полно характеризует значимость проблемы старения для этой группы воздушных линий электропередачи, но совершенно недостаточна для сопоставления этих оценок для ряда сетевых предприятий.

3. Разработаны методы и алгоритмы, позволяющие дать полную количественную характеристику срока службы группы воздушных линий электропередачи 110 кВ и выше, который превышает нормативное значение.

4. Для вычисления количественной интегральной оценки эффективности работы объектов необходимо, прежде всего, научиться оценивать значимость этой проблемы для электроэнергетических систем и сетевых предприятий.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Объем и нормы испытания электрооборудования: СТО 34.01-23.1-001–2017. М.: ПАО «Россети».
- 2. Pysmenna, U. Ye., Trypolska G. S. (2020) Maintaining the Sustainable Energy Systems: Turning from Cost to Value / U. Ye. Pysmenna, G. S. Trypolska // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. Т. 63, № 1. С. 14–29. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-1-14-29.
- Методические указания по проведению периодического технического освидетельствования воздушных линий электропередачи ЕНЭС: СТО 56947007-29.240.01.053–2010. М., 2010.
- 4. Метод и алгоритм прогнозирования опасности технического состояния объектов электроэнергетических систем / Э. М. Фархадзаде [и др.] // Электричество. 2019. № 4. С. 12–18.
- Повышение оперативной эффективности работы конденсационных электростанций / Э. М. Фархадзаде [и др.] // Известия РАН. Энергетика. 2011. № 1. С. 70–78.
- б. Фархадзаде, Э. М. Оценка точности показателей надежности оборудования электроэнергетических систем по малочисленным многомерным статистическим данным / Э. М. Фархадзаде, А. З. Мурадалиев, Ю. З. Фарзалиев // Электричество. 2016. № 12. С. 3–14.
- 7. Метод и алгоритмы расчета показателей надежности по многомерным данным / Э. М. Фархадзаде [и др.] // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2017. Т. 60, № 1. С. 16–29. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2017-60-1-16-29.

- Барбасов, В. К. Применение беспилотных летательных аппаратов для обследования линий электропередачи / В. К. Барбасов, П. Ю. Орлов, Е. А. Федорова // Электрические станции. 2016. № 10. С. 32–35.
- Самарин, А. В. Современные технологии мониторинга воздушных электросетей ЛЭП / А. В. Самарин, Д. Б. Рыгалин, Н. А. Шкляев // Естественные и технические науки. 2012. № 1. С. 296–304.
- 10. Организация технического обслуживания и ремонта объектов электроэнергетики: СТО 34.01-24-002–2018. М.: ПАО «Россети», 2018. С. 116.
- Ляпунов, Е. А. Исследовательский комитет В2. Воздушные линии электропередачи / Е. А. Ляпунов // Энергетика за рубежом. Приложение к журналу «Энергетик». 2019. № 5. С. 32–35.

Поступила 03.03.2021 Подписана в печать 27.05.2021 Опубликована онлайн 30.09.2021

#### REFERENCES

- 1. Standard of the Enterprise 34.01-23.1-001–2017. *Scope and Standards of Testing of Electrical Equipment*. Moscow, Rosseti Publ., 2017 (in Russian).
- Pysmenna U. Ye., Trypolska G. S. (2020) Maintaining the Sustainable Energy Systems: Turning from Cost to Value. Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations, 63 (1), 14–29. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-1-14-29.
- Standard of the Enterprise 56947007-29.240.01.053–2010. Methodological Guidelines for Conducting Periodic Inspection of Overhead Power Transmission Lines ENES. Moscow, 2010. 51 (in Russian).
- Farkhadzadeh E. M., Muradaliyev A. Z., Ismailova S. M., Yusifly R. F. (2019) Method and Algorithm for Predicting the Danger of the Technical Condition of Objects of Electric Power Systems. *Elektrichestvo*, (4), 12–18 (in Russian).
- Farkhadzadeh E. M., Muradaliev A. Z., Abdullaeva S. A., Ashurova U. K. (2011) Improving the Operational Efficiency of Condensing Power Plants. *Izvestiya Rossiiskoi Akademii Nauk. Energetika* [Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Power Engineering], (1), 70–78 (in Russian).
- Farkhadzadeh E. M., Muradaliyev A. Z., Farzaliyev Yu. Z. (2016) Evaluation of the Accuracy of the Reliability Indicators of the Equipment of Electric Power Systems Based on Small Multidimensional Statistical Data. *Elektrichestvo*, (12), 3–14 (in Russian).
- 7. Farhadzadeh E. M., Muradaliyev A. Z., Rafiyeva T. K., Abdullayeva S. A. (2017) Method and Algorithms of Calculation of Parameters of Reliability in Accordance with Multivariate Data. Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations, 60 (1), 16–29 https://doi.org/10.21122/1029-7448-2017-60-1-16-29 (in Russian).
- 8. Barbasov V. K., Orlov P. Yu., Fedorova E. A. (2016) The Use of Unmanned Aerial Vehicles for the Inspection of Power Transmission Lines. *Elektricheskie Stantsii = Electrical Stations*, (10), 32–35 (in Russian).
- Samarin A. V., Rygalin D. B., Shklyaev N. A. (2012) Modern Technologies for Monitoring Overhead Power Grids of Power Lines. *Estestvennye i Tekhnicheskie Nauki* [Natural and Technical Sciences], 296–304 (in Russian).
- 10. Standard of the Enterprise 34.01-24-002–2018. Organization of Maintenance and Repair of Electric Power Facilities. Moscow, Rosseti Publ., 2018. 116 (in Russian).
- 11. Lyapunov E. A. (2019) Study Committee B2 "Overhead Lines". *Energetika za Rubezhom* [Power Engineering Abroad], (5), 32–35 (in Russian).

Received: 3 March 2021

Accepted: 27 May 2021

Published online: 30 September 2021

Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. Т. 64, № 5 (2021), с. 446–458 446 Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc. V. 64, No 5 (2021), pp. 446–458

https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-5-446-458

УДК 621.6

# Метод расчета переходных процессов в газопроводе

# А. С. Фиков<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Государственный институт повышения квалификации и переподготовки кадров в области газоснабжения «ГАЗ-ИНСТИТУТ» (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2021 Belarusian National Technical University, 2021

Реферат. Рассматривается аналитическое решение системы дифференциальных уравнений в частных производных, описывающей неустановившееся изотермическое течение реальных газов в газопроводах. Такая задача возникает при изучении закономерности изменения мгновенных значений давления и расхода газа в магистральных газопроводах, например при пусках и остановах крупных потребителей газа. При этом переходные процессы не обязательно имеют ярко выраженный колебательный характер, невзирая на то что описываются периодическими функциями. В ходе исследований поставлена задача получить математическую модель процесса с учетом инерционного члена уравнения движения, пренебрежение которым возможно только при условии превышения в 3,5-4 раза потерь на трение над ударным давлением. Важной особенностью найденного решения является его универсальность, что позволяет значительно снизить трудозатраты при нахождении с его использованием частных решений практических задач, отличающихся граничными условиями. Граничные условия первого рода задаются в виде произвольной функции как по расходу газа, так и по его давлению. В основу решения положен широко применяемый метод разделения переменных Фурье. С целью упрощения расчетов исходное дифференциальное уравнение преобразуется таким образом, чтобы граничные условия приобрели свойство однородности. Установлено, что введенные в решение требования равенства нулю граничных условий в начальный момент времени позволяют получить компактную запись аналитической модели, но не ограничивают область использования модели при скачкообразном изменении расхода газа или давления. Полученная аналитическая модель неустановившегося течения газа позволяет без использования интеграла Дюамеля находить аналитические решения при более сложных граничных условиях, чем скачок расхода. При этом найденные решения полностью совпадают с решениями на основе интеграла Дюамеля, но без интегрирования, что положительно сказывается на применимости данного подхода в практике инженерных расчетов.

Ключевые слова: неустановившееся течение газа, граничные условия первого рода, метод Фурье, скачок расхода газа

Для цитирования: Фиков, А. С. Метод расчета переходных процессов в газопроводе / А. С. Фиков // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2021. Т. 64, № 5. С. 446–458. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-5-446-458

# Method for Calculating Transients in a Gas Pipeline

#### A. S. Fikov<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>The State Institute of Professional Development and Retraining of Personnel at Field of Gas-Supply «GAS-INSTITUTE» (Minsk, Republic of Belarus)

Abstaract. An analytical solution of a system of partial differential equations describing the unsteady isothermal flow of real gases in gas pipelines is considered. Such a problem arises when

Адрес для переписки	Address for correspondence
Фиков Александр Станиславович	Fikov Alekksandr S.
Государственный институт повышения	The State Institute of Professional
квалификации и переподготовки кадров	Development and Retraining of Personnel at Field
в области газоснабжения «ГАЗ-ИНСТИТУТ»	of Gas-Supply «Gas-Institute»
Тверлый пер 1-й 8	8 1 <sup>st</sup> Tverdi allev
квалификации и переподготовки кадров в области газоснабжения «ГАЗ-ИНСТИТУТ» Твердый пер. 1-й, 8 220037, г. Минск, Республика Беларусь Тел.: +375 17 293-53-31 fikov@list.ru	of Gas-Supply «Gas-Institute» 8, 1 <sup>st</sup> Tverdi alley, 220037, Minsk, Republic of Belarus Tel.: +375 17 293-53-31 fikov@list.ru

studying the regularity of alterations in the instantaneous values of pressure and gas flow in main gas pipelines, for example, during startups and shutdowns of large gas consumers. Meanwhile, transients are not necessarily of a pronounced oscillatory nature, despite the fact that they are described by periodic functions. In the course of the research, the task was set to obtain a mathematical model of the process taking into account the inertial term of the equation of motion, the neglect of which is possible only if the friction losses are exceeded by 3.5-4 times over the shock pressure. An important feature of the solution that have been found is its universality, which makes it possible to significantly reduce labor costs when using it to find partial solutions to practical problems that differ in boundary conditions. The boundary conditions of the first kind are given as an arbitrary function of both the gas flow rate and its pressure. The solution is based on the widely used method of separation of Fourier variables. In order to simplify the calculations, the original differential equation is transformed in such a way that the boundary conditions acquire the property of homogeneity. It has been determined that the requirements that the boundary conditions are equal to zero at the initial moment of time introduced into the solution make it possible to obtain a concise record of the obtained analytical model, but do not limit the area of the use of the model with a surge change in the gas flow rate or pressure. The obtained analytical model of unsteady gas flow makes it possible, without using the Duhamel integral, to find analytical solutions under more complex boundary conditions than the flow rate jump. At the same time, the solutions found completely coincide with the solutions based on the Duhamel integral, but in the course of the solution that we have found it is possible to avoid integration, which has a positive effect on the applicability of this approach in the practice of engineering calculations.

Keywords: unsteady gas flow, boundary conditions of the first kind, Fourier method, gas flow rate surge

For citation: Fikov A. S. (2021) Method for Calculating Transients in a Gas Pipeline. *Energetika*. *Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 64 (5), 446–458. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-5-446-458 (in Russian).

# Введение

Переходные процессы течения реальных газов в газопроводах можно описать системой уравнений в частных производных [1], аналитическое решение которой затруднено и производится с некоторыми упрощениями. Систему уравнений линеаризуют различными способами: путем отбрасывания пренебрежимо малых членов уравнения движения ее сводят к дифференциальному уравнению второго порядка гиперболического или параболического типа [1, 2]. Основной интерес представляет решение уравнения гиперболического типа как наиболее общее, учитывающее инерционный член уравнения движения. Пренебрежение инерционным членом, согласно [2], возможно только при условии увеличения в 3,5-4 раза потерь на трение над ударным давлением. Для решения линеаризованной системы уравнений используют различные математические методы [1, 3, 4]: разделения переменных Фурье, операционный, контурного интегрирования. Каждый из методов имеет свои достоинства и недостатки, при этом чаще используются классический метод разделения переменных Фурье и операционный метод. В электроэнергетике для решения аналогичного по типу телеграфного уравнения также используется специальный класс функций – полилогарифмы [5, 6].

Самым трудоемким по праву считается метод Фурье [1]. Однако и при использовании операционного метода встречаются ситуации, когда невозможно найти оригинал функции через табличные формы преобразования Лапласа. При этом найти решение помогает аппроксимация отображений дробно-рациональными функциями [7], что, несомненно, ведет к дополнительной потере точности решения.

В данной работе ставится задача найти решения указанной системы уравнений при задании граничных условий не конкретными функциями, а в общем виде. Это позволит значительно снизить трудоемкость получения частных решений системы для конкретизированных граничных условий, а также отказаться от использования интеграла Дюамеля [7] для решений при более сложных граничных условиях, чем скачок расхода.

# Основная часть

Систему дифференциальных уравнений, описывающую течение газа по трубопроводу [2], можно представить в относительных величинах и их отклонениях от стационарных значений до начала переходного процесса:

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{m}}{\partial t} + 2a \cdot \tilde{m} = 0; \\ \frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{m}}{\partial x} = 0, \end{cases}$$

где  $\tilde{p}$ ,  $\tilde{m}$  – отклонение от стационарных значений относительного давления и удельного массового расхода газа соответственно;  $\bar{x}$  – относительная координата газопровода;  $\bar{t}$  – относительное время течения переходного процесса; a – параметр линеаризации.

Параметр *а* в общем случае зависит как от координаты, так и от времени, а нахождение его оптимального значения представляет собой нетривиальную задачу, решение которой выходит за рамки данного исследования. С некоторыми подходам в определении параметра линеаризации можно ознакомиться в [2, 8–11]. Отметим лишь, что здесь параметр *а* рассматривается в качестве константы, значение которой необходимо определять для каждого значения  $\overline{x}$ .

Сведенная к линейной система уравнений в отклонениях от установившегося режима является неоднородной. Ее решение относительно  $\tilde{p}$ или  $\tilde{m}$  приводит к неоднородным гиперболическим уравнениям второго порядка. Общее решение системы будем искать в виде непериодической функции методом Фурье.

Начальные условия для полученной системы являются однородными:  $\tilde{p}(\bar{x}, \bar{t} = 0) = 0$ ,  $\tilde{m}(\bar{x}, \bar{t} = 0) = 0$ . Зададим граничные условия первого рода на концах газопровода длиной *L* (в относительных единицах 1), дополнительно потребовав их равенства нулю в начальный момент времени:

$$\tilde{p}(\overline{x}=0,\overline{t}) = F_p(\overline{t}); \quad \tilde{m}(\overline{x}=1,\overline{t}) = F_m(\overline{t})$$
  
при  $\overline{t} > 0; \quad \tilde{p}(\overline{x}=0,\overline{t}=0) = 0; \quad \tilde{m}(\overline{x}=1,\overline{t}=0) = 0.$ 

Следует отметить, что обычно на граничные условия не накладывается требование равенства нулю в начале переходного процесса. Напротив, как правило, рассматривают граничные условия для скачкообразного изменения расхода [1, 2, 4]. Здесь эти ограничения введены для получения компактной записи аналитической модели, и, как будет показано ниже, из нее нетрудно получить решение для случая скачкообразного изменения параметров.
Поскольку граничные условия являются неоднородными, произведем замену переменных в соответствии с выражениями:

$$P(\overline{x},\overline{t}) = \tilde{p}(\overline{x},\overline{t}) - (1 - \overline{x})F_p(\overline{t}); \ M(\overline{x},\overline{t}) = \tilde{m}(\overline{x},\overline{t}) - \overline{x} \cdot F_m(\overline{t}).$$

Действительно, при такой замене начальные условия сохраняют свойство однородности, а граничные условия становятся однородными, что в дальнейшем существенно облегчит решение системы дифференциальных уравнений:

$$P(0,\overline{t}) = \tilde{p}(0,\overline{t}) - F_p(\overline{t}) = 0; \quad M(1,\overline{t}) = \tilde{m}(1,\overline{t}) - F_m(\overline{t}) = 0.$$

С учетом новых переменных, опуская надчеркивание как символ относительных величин, запишем исходную систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial \overline{x}} + \frac{\partial M}{\partial \overline{t}} + 2a \cdot M = F_p - \overline{x} \cdot F'_m - 2a \cdot \overline{x} \cdot F_m; \\ \frac{\partial P}{\partial \overline{t}} + \frac{\partial M}{\partial \overline{x}} = (\overline{x} - 1)F'_p - F_m.$$

Правые части уравнений обозначим новыми функциями:

$$\varphi(\overline{x},\overline{t}) = F_p - \overline{x} \cdot F'_m - 2a \cdot \overline{x} \cdot F_m; \quad \psi(\overline{x},\overline{t}) = (\overline{x} - 1)F'_p - F_m.$$

Тогда решение системы можно представить в виде общего решения однородной системы и частного решения неоднородной, введя переменные  $P = P_1 + P_2$  и  $M = M_1 + M_2$ . Следовательно, имеем две системы с однородными начальными и граничными условиями:

$$\begin{cases} \frac{\partial P_1}{\partial x} + \frac{\partial M_1}{\partial t} + 2a \cdot M_1 = 0; \\ \frac{\partial P_1}{\partial t} + \frac{\partial M_1}{\partial x} = 0; \end{cases} \begin{pmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial x} + \frac{\partial M_2}{\partial t} + 2a \cdot M_2 = \varphi; \\ \frac{\partial P_2}{\partial t} + \frac{\partial M_2}{\partial x} = \psi. \end{cases}$$

Для однородной системы поиск решения будем вести, представив величины  $P_1$  и  $M_1$  в виде перемножения двух функций, зависящих только от одного параметра:

$$P_{1}(x, t) = X_{p}(x) \cdot T_{p}(t); \quad M_{1}(x, t) = X_{m}(x) \cdot T_{m}(t).$$

В новых переменных однородная система уравнений примет вид:

$$\begin{pmatrix} T_p \cdot X'_p + X_m \cdot T'_m + 2a \cdot X_m \cdot T_m = 0; \\ X_p \cdot T'_p + T_m \cdot X'_m = 0. \end{pmatrix}$$

Из уравнения неразрывности, разделяя переменные, получаем соотношение, левая часть которого зависит только от координаты x, а правая – только от времени t. Полученное равенство возможно только в случае, когда отношение функций является константой, обозначить которую удобно через  $-\mu$ :

$$-\frac{X'_m}{X_p} = \frac{T'_p}{T_m} = -\mu.$$

Аналогичным образом поступаем с уравнением движения. Без нарушения общности решения потребуем, чтобы в качестве константы, определяющей отношение функций, также выступала константа  $\mu$ , т. е. функции  $X_p$  и  $X_m$  будем подбирать такими, чтобы  $-X'_p/X_m = \mu$ :

$$\frac{X'_p}{X_m} = \frac{T'_m}{T_p} + 2a\frac{T_m}{T_p} = \mu.$$

Отсюда можно получить однородные дифференциальные уравнения второго порядка для каждой искомой функции:

$$X_{p}'' + \mu^{2} \cdot X_{p} = 0; \quad X_{m}'' + \mu^{2} \cdot X_{m} = 0;$$
(1)

$$T_p'' + 2a \cdot T_p' + \mu^2 \cdot T_p = 0; \ T_m'' + 2a \cdot T_m' + \mu^2 \cdot T_m = 0.$$
(2)

Общий вид решения дифференциального уравнения (1)

$$X_p = A_1 \cdot e^{\lambda_1 \cdot x} + A_2 \cdot e^{\lambda_2 \cdot x},$$

где  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  – корни характеристического уравнения  $\lambda^2 + \mu^2 = 0$ , решением которого является  $\lambda = \pm i \cdot \mu$ .

Подставляя в общее решение найденные корни и требуя выполнения граничных условий при x = 0, получим  $A_1 + A_2 = 0$ .

Следует отметить, что рассматриваемое граничное условие требует равенства  $P_1(0, t) = X_p(0) \cdot T_p(t) = 0$ . При этом случай  $T_p(t) = 0$  не рассматривается, так как при любых *t* приводит к тривиальному решению  $P_1(x, t) = 0$ . В дельнейшем будем исключать рассмотрение тривиальных решений без акцентирования на этом внимания.

Согласно полученному результату, без нарушения общности решения, коэффициенты  $A_1$  и  $A_2$  можно представлять любой парой чисел, сумма которых равна нулю, за исключением нулевых коэффициентов.

В общем виде выражения для  $X_p$  и  $X_m$  запишем как:

$$X_{p} = -A_{2} \left( e^{i \cdot \mu \cdot x} - e^{-i \cdot \mu \cdot x} \right); \tag{3}$$

$$X_{m} = -\frac{X'_{p}}{\mu} = i \cdot A_{2} \left( e^{i \cdot \mu \cdot x} + e^{-i \cdot \mu \cdot x} \right).$$
(4)

Для граничных условий  $X_m = 0$  при x = 1 получим  $(e^{i\cdot\mu} + e^{-i\cdot\mu}) = 0$ , откуда с использованием формулы Эйлера можно определить искомую константу  $\mu$ , принимающую множество значений:

$$\mu_k = (2k-1)\frac{\pi}{2}, \ k = \overline{1,\infty}.$$

Таким образом, решается задача Штурма – Лиувилля, а найденные значения  $\mu_k$  являются собственными значениями задачи. Собственную функцию  $X_{pk}$  определим из (3):

$$X_{pk} = -A_2\left(e^{i\cdot\mu_k\cdot x} - e^{-i\cdot\mu_k\cdot x}\right) = -2A_2\cdot i\sin(\mu_k x).$$

Положим  $A_2$  таким, что  $2A_2 \cdot i = 1$ , тогда  $X_{pk} = -\sin(\mu_k \cdot x)$ . Функцию  $X_{mk}$  получим, подставляя принятое значение  $A_2$  в (4):

$$X_{mk} = \cos(\mu_k \cdot x).$$

Решим задачу Штурма – Лиувилля для функций времени  $T_p$  согласно (2). В качестве общего решения по-прежнему рассматриваем функцию вида  $T_p = B_1 \cdot e^{\lambda_1 \cdot t} + B_2 \cdot e^{\lambda_2 \cdot t}$ , где  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  – корни характеристического уравнения  $\lambda^2 + 2a \cdot \lambda + \mu_k^2 = 0$ , решением которого является  $\lambda = -a \pm i \sqrt{\mu_k^2 - a^2}$ . Введем обозначение мнимой части полученных корней  $b_k = \sqrt{\mu_k^2 - a^2}$ , а также комплексно-сопряженных чисел  $z_k = a + i \cdot b_k$ ,  $z_k^* = a - i \cdot b_k$ .

В таких обозначениях общее решение  $T_p$ 

$$T_{pk} = B_1 \cdot e^{-z_k \cdot t} + B_2 \cdot e^{-z_k \cdot t},$$

а искомые функции  $P_1$  и  $M_1$  можно представить в виде ряда:

$$P_{1}(x, t) = \mp \sum_{k=1}^{\infty} \left( B_{1} \cdot e^{-z_{k}^{*} \cdot t} + B_{2} \cdot e^{-z_{k} \cdot t} \right) \sin(\mu_{k} \cdot x);$$
$$M_{1}(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_{k}} \left( B_{1} z_{k}^{*} e^{-z_{k}^{*} \cdot t} + B_{2} z_{k} e^{-z_{k} \cdot t} \right) \cos(\mu_{k} \cdot x).$$

Определение из полученных выражений при начальных условиях значений коэффициентов  $B_1$  и  $B_2$  дает их нулевые значения, следовательно имеем  $P_1(x, t) = 0$  и  $M_1(x, t) = 0$ .

Отметим, что хоть полученное решение однородной системы и является тривиальным, ход решения позволил определить значения собственных чисел, а также указал на необходимость поиска решения неоднородной системы в виде рядов по собственным функциям однородной системы:

$$P_{2}(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} T_{pk}(t) \sin(\mu_{k} \cdot x); \quad M_{2}(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} T_{mk}(t) \cos(\mu_{k} \cdot x).$$
(5)

Подставим в неоднородную систему дифференциальных уравнений общее решение (5). После дифференцирования имеем:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left( \mu_k \cdot T_{pk} + T'_{mk} + 2a \cdot T_{mk} \right) \cos\left(\mu_k \cdot x\right) = \varphi(x,t);$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left( T'_{pk} - \mu_k \cdot T_{mk} \right) \sin\left(\mu_k \cdot x\right) = \psi(x,t).$$
(6)

Из полученного результата видно, что для решения системы необходимо разложить функцию  $\varphi(x, t)$  в обобщенный Фурье [12] ряд по  $\cos(\mu_k \cdot x)$ , а функцию  $\psi(x, t)$  в ряд по  $\sin(\mu_k \cdot x)$ . С учетом разложений элементарных функций в обобщенный ряд Фурье запишем:

$$\varphi = -2F_p \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \cos(\mu_k \cdot x)}{\mu_k} + 2(F'_m + 2a \cdot F_m) \sum_{k=1}^{\infty} (\mu_k (-1)^k + 1) \frac{\cos(\mu_k \cdot x)}{\mu_k^2};$$
$$\psi = -2F'_p \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \sin(\mu_k \cdot x)}{\mu_k^2} - 2(F'_p + F_m) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(\mu_k \cdot x)}{\mu_k}.$$

Тогда можно приравнять каждый член ряда в левой части системы (6) соответствующему члену ряда функций ф и ψ:

$$\begin{cases} \mu_{k} \cdot T_{pk} + T'_{mk} + 2a \cdot T_{mk} = -\frac{2}{\mu_{k}} (-1)^{k} F_{p} + \frac{2}{\mu_{k}^{2}} (\mu_{k} (-1)^{k} + 1) (F'_{m} + 2a \cdot F_{m}); \\ T'_{pk} - \mu_{k} \cdot T_{mk} = -\frac{2}{\mu_{k}^{2}} (-1)^{k} F'_{p} - \frac{2}{\mu_{k}} (F'_{p} + F_{m}). \end{cases}$$

Разрешим данную систему уравнений относительно переменой  $T_{pk}$ , продифференцировав уравнения:

$$T''_{pk} + 2a \cdot T'_{pk} + \mu_k^2 \cdot T_{pk} = Z_k;$$
  
$$Z_k = 4a(-1)^k F_m + 2(-1)^k F_m' - 2(-1)^k F_p - \frac{2}{\mu_k} \left(\frac{(-1)^k}{\mu_k} + 1\right) \left(2a \cdot F'_p + F''_p\right).$$

Неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами второго порядка решаем методом вариации произвольных постоянных (методом Лагранжа). При этом общий вид искомой функции принимаем  $T = e^{\lambda \cdot t}$ , а общее решение ищем в виде суммы общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного. Тогда общее решение однородного уравнения

$$T_p^o = A_1 e^{\lambda_1 \cdot t} + A_2 e^{\lambda_2 \cdot t},$$

где корни характеристического уравнения находятся из  $\lambda^2 + 2a \cdot \lambda + \mu_k^2 = 0$ или  $\lambda^2 + 2a \cdot \lambda + \mu_k^2 = 0$  и численно равны  $\lambda_1 = -(a - i \cdot b_k) = -z_k^*$ ,  $\lambda_2 = = -(a + i \cdot b_k) = -z_k$ .

С учетом найденных значений  $\lambda$ :

• общее решение

$$T_{pk}^{o} = A_1 e^{-z_k^* \cdot t} + A_2 e^{-z_k \cdot t}.$$

• частное решение

$$T_{pk}^{ch} = T_2\left(t\right) \left(\int \frac{T_1(t)Z_k(t)}{W} dt + B_2 - T_1(t) \left(\int \frac{T_2(t)Z_k(t)}{W} dt + B_1\right),$$

где *B*<sub>1</sub>, *B*<sub>2</sub> – постоянные интегрирования.

Определитель Вронского с учетом принятого вида функции  $T = e^{\lambda \cdot t}$ 

$$W = \begin{vmatrix} e^{-z_k \cdot t} & e^{-z_k \cdot t} \\ -z_k^* e^{-z_k^* \cdot t} & -z_k e^{-z_k \cdot t} \end{vmatrix} = (z_k^* - z_k) e^{-z_k^* \cdot t} e^{-z_k \cdot t}.$$

Подставив найденное значение определителя в частное решение, получим

$$T_{pk}^{ch} = \left(\frac{1}{z_{k}^{*} - z_{k}}\int e^{z_{k}t}Z_{k}(t)dt + B_{2}\right)e^{-z_{k}\cdot t} - \left(\frac{1}{z_{k}^{*} - z_{k}}\int e^{z_{k}^{*}\cdot t}Z_{k}(t)dt + B_{1}\right)e^{-z_{k}^{*}\cdot t}.$$

Обозначив интегралы  $Z_{k}^{+} = \frac{1}{z_{k}^{*} - z_{k}} \int e^{z_{k} \cdot t} Z_{k}(t) dt$  и  $Z_{k}^{-} = \frac{1}{z_{k}^{*} - z_{k}} \int e^{z_{k}^{*} \cdot t} Z_{k}(t) dt$ ,

общее решение рассматриваемого неоднородного уравнения можно записать с учетом переобозначения констант  $C_2 = A_2 + B_2$  и  $C_1 = B_1 - A_1$ :

$$T_{pk} = T_{pk}^{o} + T_{pk}^{ch} = \left(Z_k^+ + C_2\right)e^{-z_k \cdot t} - \left(Z_k^- + C_1\right)e^{-z_k^* \cdot t}$$

Для отыскания функции  $T_{mk}$  необходимо взять производную от  $T_{pk}$ 

$$T_{mk} = \frac{T'_{pk} - \Psi_k}{\mu_k} = \frac{z_k^*}{\mu_k} \Big( Z_k^- + C_1 \Big) e^{-z_k^* \cdot t} - \frac{z_k}{\mu_k} \Big( Z_k^+ + C_2 \Big) e^{-z_k \cdot t} - \frac{\Psi_k}{\mu_k} \Big]$$

Накладывая на полученные решения  $T_{pk}$  и  $T_{mk}$  начальные условия, имеем систему уравнений, из которой можно получить постоянные интегрирования  $C_1$  и  $C_2$ :

$$C_1 = rac{\Psi_k(0)}{z_k^* - z_k} - Z_k^-(0); \ C_2 = rac{\Psi_k(0)}{z_k^* - z_k} - Z_k^+(0),$$

а искомые функции с учетом полученных коэффициентов:

$$T_{pk}(t) = \left(Z_{k}^{+}(t) - Z_{k}^{+}(0) + \frac{\Psi_{k}(0)}{z_{k}^{*} - z_{k}}\right)e^{-z_{k}\cdot t} - \left(Z_{k}^{-}(t) - Z_{k}^{-}(0) + \frac{\Psi_{k}(0)}{z_{k}^{*} - z_{k}}\right)e^{-z_{k}^{*}\cdot t};$$

$$T_{mk}(t) = \frac{z_{k}^{*}}{\mu_{k}}\left(Z_{k}^{-}(t) - Z_{k}^{-}(0) + \frac{\Psi_{k}(0)}{z_{k}^{*} - z_{k}}\right)e^{-z_{k}^{*}\cdot t} - \frac{z_{k}}{\mu_{k}}\left(Z_{k}^{+}(t) - Z_{k}^{+}(0) + \frac{\Psi_{k}(0)}{z_{k}^{*} - z_{k}}\right)e^{-z_{k}\cdot t} - \frac{\psi_{k}(t)}{\mu_{k}}.$$

Для обобщения записи полученных выражений введем в решение новые функции. Во-первых, введем функцию  $K_k(\xi) = \frac{\xi - t}{t} \psi_k(\xi)$  и покажем, что  $\psi_k(0)$  можно представить в виде определенного интеграла с переменным верхним пределом

$$\int_{0}^{t} K_{k}'(\xi) d\xi = \frac{\xi - t}{t} \psi_{k}(\xi) \Big|_{0}^{t} = \psi_{k}(0).$$

Во-вторых, с учетом того, что имеет место соотношение  $(Z_k^+(\xi))' = \frac{e^{z_k \cdot \xi} Z_k(\xi)}{z_k^* - z_k}$ , приращение функции  $Z_k^+$ , выраженной через неопределенный интеграл, также можно представить в виде определенного интеграла с переменным верхним пределом

$$Z_{k}^{+}(t) - Z_{k}^{+}(0) = \int_{0}^{t} \left( Z_{k}^{+}(\xi) \right)' d\xi = \frac{1}{z_{k}^{*} - z_{k}} \int_{0}^{t} e^{z_{k} \cdot \xi} Z_{k}(\xi) d\xi$$

С учетом этих соображений запишем:

$$F_{k}^{+}(t) = Z_{k}^{+}(t) - Z_{k}^{+}(0) + \frac{\Psi_{k}(0)}{z_{k}^{*} - z_{k}} = \frac{1}{z_{k}^{*} - z_{k}} \int_{0}^{t} \left(e^{z_{k} \cdot \xi} Z_{k}(\xi) + K_{k}'(\xi)\right) d\xi;$$
  
$$F_{k}^{-}(t) = Z_{k}^{-}(t) - Z_{k}^{-}(0) + \frac{\Psi_{k}(0)}{z_{k}^{*} - z_{k}} = \frac{1}{z_{k}^{*} - z_{k}} \int_{0}^{t} \left(e^{z_{k}^{*} \cdot \xi} Z_{k}(\xi) + K_{k}'(\xi)\right) d\xi.$$

А решение неоднородной системы уравнений выглядит так:

$$P_{2}(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left( F_{k}^{+} e^{-z_{k} \cdot t} - F_{k}^{-} e^{-z_{k}^{*} \cdot t} \right) \sin(\mu_{k} \cdot x);$$
$$M_{2}(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_{k}} \left( z_{k}^{*} \cdot F_{k}^{-} e^{-z_{k}^{*} \cdot t} - z_{k} \cdot F_{k}^{+} e^{-z_{k} \cdot t} \right) \cos(\mu_{k} \cdot x) - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Psi_{k}}{\mu_{k}} \cos(\mu_{k} \cdot x).$$

Здесь выражать экспоненту через тригонометрические функции, а также в целом переходить от решения в комплексной области к решению в действительной области целесообразно только после нахождения функций  $F_k^+$  и  $F_k^-$ . При этом второй ряд в полученном выражении  $M_2(x,t)$ легко просуммировать. Действительно, подставив в ряд значение параметра  $\Psi_k$ , выраженное через исходные переменные, получим разложение в обобщенный ряд Фурье

$$-\sum_{k=1}^{\infty} \Psi_k \frac{\cos\left(\mu_k \cdot x\right)}{\mu_k} = \left(1 - x - \frac{1}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right) F_p' + F_m \left(1 - x\right).$$

Возвращаясь к исходным переменным, решение поставленной задачи с учетом принятых ранее обозначений можно записать:

$$\tilde{p}(\overline{x},\overline{t}) = (1-\overline{x})F_p(\overline{t}) + \sum_{k=1}^{\infty} \left(F_k^+ e^{-z_k \cdot t} - F_k^- e^{-z_k^* \cdot t}\right) \sin(\mu_k \cdot \overline{x});$$

$$\begin{split} \tilde{m}(\overline{x},\overline{t}) &= F_m(\overline{t}) + \left(1 - \overline{x} - \frac{1}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}\overline{x}\right)\right)F_p'(\overline{t}) + \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \left(z_k^* \cdot F_k^- e^{-z_k^* \cdot \overline{t}} - z_k \cdot F_k^+ e^{-z_k \cdot \overline{t}}\right) \frac{\cos(\mu_k \cdot \overline{x})}{\mu_k}. \end{split}$$

### Пример получения частных моделей

В качестве примера, используя полученную общую модель, найдем функции давления, описывающие экспоненциальный и скачкообразный рост расхода в конце трубопровода до величины  $\Delta \overline{m}$  при поддержании неизменным давления в начале газопровода. Граничные условия при экспоненциальном росте запишутся:

$$F_{p} = \tilde{p}(0, \overline{t}) = 0; \quad F_{p}' = 0; \quad F_{m}(\overline{t}) = \tilde{m}(1, \overline{t}) = \Delta \overline{m} \left(1 - e^{-\frac{\overline{t}}{\tau}}\right); \quad F_{m}' = \frac{\Delta \overline{m}}{\tau} e^{-\frac{\overline{t}}{\tau}}.$$

Здесь, в отличие от поиска решения при скачке расхода, расход возрастает плавно от стационарного значения на величину  $\Delta \overline{m}$ . Скорость возрастания расхода газа зависит от величины  $\tau$ .

Исходя из новых граничных условий и обозначений, определим функции:

,

- \

$$\begin{split} \Psi_{k}\left(\overline{t}\right) &= -\frac{2}{\mu_{k}} \Delta \overline{m} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right); \\ K_{k}\left(\xi\right) &= -2\frac{\xi - \overline{t}}{\overline{t}} \frac{\Delta \overline{m}}{\mu_{k}} \left(1 - e^{-\frac{\xi}{\tau}}\right); \\ Z_{k}\left(\xi\right) &= 4\left(-1\right)^{k} a \cdot \Delta \overline{m} \left(1 + \left(\frac{1}{2a \cdot \tau} - 1\right)e^{-\frac{\xi}{\tau}}\right); \\ F_{k}^{+}\left(\overline{t}\right) &= \frac{1}{z_{k}^{*} - z_{k}} \int_{0}^{\overline{t}} \left(e^{z_{k} \cdot \xi} Z_{k}\left(\xi\right) + K_{k}'\left(\xi\right)\right) d\xi = \\ &= 4\left(-1\right)^{k} \frac{a \cdot \Delta \overline{m}}{z_{k}^{*} - z_{k}} \left(\left(\frac{1}{z_{k}} + \frac{1 - 2a \cdot \tau}{2a\left(z_{k} \cdot \tau - 1\right)}e^{-\frac{\overline{t}}{\tau}}\right)e^{z_{k} \cdot \overline{t}} - \frac{1}{2a\left(z_{k} \cdot \tau - 1\right)} + \frac{\tau}{z_{k} \cdot \tau - 1} - \frac{1}{z_{k}}\right); \\ F_{k}^{-}\left(\overline{t}\right) &= 4\left(-1\right)^{k} \frac{a \cdot \Delta \overline{m}}{z_{k}^{*} - z_{k}} \times \\ &\times \left(\left(\frac{1}{z_{k}^{*}} + \frac{1 - 2a \cdot \tau}{2a\left(z_{k}^{*} \cdot \tau - 1\right)}e^{-\frac{\overline{t}}{\tau}}\right)e^{z_{k}^{*} \cdot \overline{t}} - \frac{1}{2a\left(z_{k}^{*} \cdot \tau - 1\right)} + \frac{\tau}{z_{k}^{*} \cdot \tau - 1} - \frac{1}{z_{k}^{*}}\right). \end{split}$$

Отметим, что получение решения основывается на ряде соотношений:

$$z_k = a + i \cdot b_k; \ z_k^* = a - i \cdot b_k; \ z_k^* - z_k = -2i \cdot b_k; \ z_k^* + z_k = 2a; \ z_k \cdot z_k^* = \mu_k^2,$$

с использованием которых найдем комбинацию функций:

$$F_{k}^{+}e^{-z_{k}\cdot\overline{t}} - F_{k}^{-}e^{-z_{k}^{-}\cdot\overline{t}} =$$

$$= 2(-1)^{k} \Delta \overline{m} \left( \left( \left( \frac{\alpha_{k}}{\mu_{k}} \cdot \tau - \frac{2a}{\mu_{k}^{2}} \right) \cos\left(b_{k}\cdot\overline{t}\right) + \left( \frac{\alpha_{k}}{\mu_{k}}(a\cdot\tau-1) - \frac{2a^{2}}{\mu_{k}^{2}} \right) \frac{\sin\left(b_{k}\cdot\overline{t}\right)}{b_{k}} \right) \times$$

$$\times e^{-a\cdot\overline{t}} + \frac{2a}{\mu_{k}^{2}} - \frac{\alpha_{k}}{\mu_{k}} \cdot \tau \cdot e^{-\frac{\overline{t}}{\tau}} \right).$$

$$\mu_{k} \left( 2a\cdot\tau-1 \right)$$

Здесь введено обозначение  $\alpha_k = \frac{\mu_k (2a \cdot \tau - 1)}{\mu_k^2 \cdot \tau^2 - 2a \cdot \tau + 1}.$ 

Подставив полученное выражение в функцию отклонения давления и учитывая разложение  $\overline{x}$  в обобщенный ряд Фурье по синусам  $\overline{x} = -2\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\mu_k^2} \sin(\mu_k \cdot \overline{x})$ , для экспоненциального роста расхода по-

лучим

$$\tilde{p}_{exp}\left(\overline{x}, \overline{t}\right) = -2a \cdot \Delta \overline{m} \cdot \overline{x} - 2\Delta m \cdot \tau \cdot e^{-\frac{\overline{t}}{\tau}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\left(-1\right)^{k}}{\mu_{k}} \alpha_{k} \sin\left(\mu_{k} \cdot \overline{x}\right) + \\ + 2\Delta m e^{-a \cdot \overline{t}} \sum_{k=1}^{\infty} \left(-1\right)^{k} \frac{\alpha_{k}}{\mu_{k}} \times \\ \times \left[ \left(\tau - \frac{2a}{\mu_{k}} \alpha_{k}\right) \cos\left(b_{k} \cdot \overline{t}\right) + \left(a \cdot \tau - \frac{2a^{2}}{\mu_{k}} \alpha_{k}} - 1\right) \frac{\sin\left(b_{k} \cdot \overline{t}\right)}{b_{k}} \right] \sin\left(\mu_{k} \cdot \overline{x}\right).$$

Полученное выражение для определения отклонения относительного давления при экспоненциальном росте расхода является наиболее общим случаем по отношению к случаю скачка расхода, поскольку при устремлении к нулю параметра т граничные условия при экспоненциальном росте полностью совпадают с граничными условиями при скачкообразном росте расхода газа по трубопроводу.

Действительно, рассматривая предел граничных условий, получим

$$F_m = \tilde{m}(1, \ \overline{t}) = \Delta \overline{m} \lim_{\tau \to 0} \left( 1 - e^{-\frac{\overline{t}}{\tau}} \right) = \Delta \overline{m}.$$

Функция отклонения давления для случая скачка расхода газа примет вид

$$\tilde{p}_{jmp}\left(\overline{x}, \ \overline{t}\right) = \lim_{\tau \to 0} \tilde{p}_{exp}\left(\overline{x}, \ \overline{t}\right) =$$

$$= -2a \cdot \Delta \overline{m} \cdot \overline{x} - 2a \cdot \Delta m \cdot e^{-a \cdot \overline{t}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\mu_k^2} \times \left( 2\cos(b_k \cdot \overline{t}) + (a^2 - b_k^2) \frac{\sin(b_k \cdot \overline{t})}{a \cdot b_k} \right) \sin(\mu_k \cdot \overline{x}).$$

Аналогичным образом можно получить решение для скачкообразного изменения давления газа в начале газопровода.

#### выводы

1. На основе классического метода Фурье получено решение системы дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих неустановившееся изотермическое течение газа в трубопроводе постоянного сечения, с учетом инерционного члена уравнения движения. Представленное решение отличается учетом граничных условий первого рода в виде произвольной функции как по расходу газа, так и по его давлению, что позволяет с минимальными трудозатратами находить частные решения системы уравнений при конкретизации граничных условий.

2. Введенные в решение требования равенства нулю граничных условий в начальный момент времени позволяют получить компактную запись аналитической модели, но не ограничивают область использования модели при скачкообразном изменении расхода газа или давления.

3. Полученная аналитическая модель неустановившегося течения газа позволяет без использования интеграла Дюамеля находить аналитические решения при более сложных граничных условиях, чем скачок расхода.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Чарный, И. А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах / И. А. Чарный. М.: Недра, 1975. 296 с.
- 2. Сложные трубопроводные системы / В. В. Грачев [и др.]. М.: Недра, 1982. 256 с.
- Ванчин, А. Г. Методы расчета режима работы сложных магистральных газопроводов / А. Г. Ванчин // Нефтегазовое дело. 2014. № 4. С. 192–214. http://ogbus.ru/issues/4\_2014/ ogbus\_4\_2014\_p192-214\_VanchinAG\_ru.pdf.
- 4. Панферов, В. И. Моделирование нестационарных процессов в газопроводах / В. И. Панферов, С. В. Панферов // Вестник ЮУрГУ. Сер. Строительство и архитектура. 2007. Вып. 4. № 14. С. 44–47. https://dspace.susu.ru/xmlui/bitstream/handle/0001.74/385/10.pdf.
- 5. Ласый, П. Г. Приближенное решение одной задачи об электрических колебаниях в проводах с помощью полилогарифмов / П. Г. Ласый, И. Н. Мелешко // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2017. Т. 60, № 4. С. 334–340. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2017-60-4-334-340.
- 6. Ласый, П. Г. Применение полилогарифмов к приближенному решению неоднородного телеграфного уравнения для линии без искажений / П. Г. Ласый, И. Н. Мелешко // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2019. Т. 62, № 5. С. 413–421. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-5-413-421.
- 7. Трофимов, А. С. Квазилинеаризация уравнения движения газа в трубопроводе / А. С. Трофимов, В. А. Василенко, Е. В. Кочарян // Нефтегазовое дело. 2003. № 1. С. 1–11.
- Фиков, А. С. Наилучшая оценка параметра линеаризации математической модели нестационарного течения газа в трубопроводах / А. С. Фиков // Инновации. Образование. Энергоэффективность: материалы XIV Междунар. науч.-практ. конф. / ГИПК «ГАЗ-ИНСТИТУТ». Минск, 29–30 окт. 2020. Минск, 2020. С. 82–85.
- 9. Фиков, А. С. Аналитическая модель переходного процесса в телескопическом газопроводе при внезапном изменении расхода газа / А. С. Фиков // Вестник науки. 2020. Т. 1, № 12. С. 127–129. https://www.вестник-науки.рф/archiv/journal-12-33-1.pdf.
- 10. Аствацатурьян, Р. Е. Моделирование движения газа в газопроводах с учетом сил инерции потока / Р. Е. Аствацатурьян, Е. В. Кочарян // Нефтегазовое дело. 2007. № 2. С. 1–8. http://ogbus.ru/files/ogbus/authors/Astvatsatur'yan/Astvatsatur'yan\_1.pdf.

- Паренкина, В. И. О линеаризации уравнения движения вязкой жидкости / В. И. Паренкина // Парадигмальные стратегии науки и практики в условиях формирования устойчивой бизнес-модели России: сб. науч. ст. по итогам Нац. науч.-практ. конф. / Санкт-Петербург. гос. экон. ун-т, 3–4 окт. 2019 г. СПб., 2019. С. 74–77.
- Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. СПб.: Лань, 2008. 288 с.

Поступила 19.01.2021 Подписана в печать 16.03.2021 Опубликована онлайн 30.09.2021

REFERENCES

- 1. Charnyi I. A. (1975) Unsteady Movement of Real Liquid in Pipes. Moscow, Nedra Publ. 296 (in Russian).
- Grachev V. V., Guseinzade M. A., Ksenz B. I., Yakovlev E. I. (1982) Complex Pipeline Systems. Moscow, Nedra Publ. 256 (in Russian).
- 3. Vanchin A. G. (2014) Methods for Calculating the Operating Mode of Complex Main Gas Pipelines. *Neftegazovoe Delo = Oil and Gas Busines*, (4), 192–214 (in Russian).
- Panferov V. I., Panferov S. V. (2007) Modeling of Non-Stationary Processes in Gas Pipelines. *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo Gosudarstvennogo Universiteta. Seriya "Stroitel'stvo i Arkhitektura"* [Bulletin of South Ural State University. Series "Construction and Architecture"], 4 (14), 44–47 (in Russian).
- 5. Lasy P. G., Meleshko I. N. (2017) Approximate Solution of One Problem on Electrical Oscillations in Wires with the Use of Polylogarithms. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 60 (4), 334–340. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2017-60-4-334-340 (in Russian).
- 6. Lasy P. G., Meleshko I. N. (2019) Application of Polylogarithms to the Approximate Solution of the Inhomogeneous Telegraph Equation for the Distortionless Line. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 62 (5), 413–421. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-5-413-421 (in Russian).
- Trofimov A. S., Vasilenko V. A., Kocharyan E. V. (2003) Quasi-Linearization of the Equation of Gas Motion in the Pipeline. *Neftegazovoe Delo = Oil and Gas Business*, (1), 1–11 (in Russian).
- Fikov A. S. (2020) The Best Estimate of the Linearization Parameter of a Mathematical Model of Non-Stationary Gas Flow in Pipelines. *Innovatsii. Obrazovanie. Energoeffektivnost': Materialy XIV Mezhdunar. Nauch.-Prakt. Konf.* [Education. Energy Efficiency: Materials of the XIV International Scientific and Practical Conference], Minsk, October 29–30, 2020. Minsk. 82–85 (in Russian).
- 9. Fikov A. S. (2020) Analytical Model of The Transition Process in a Telescopic Gas Pipeline with a Sudden Change in Gas Flow. *Vestnik Nauki* [Science Herald], 1 (12), 127–129 (in Russian).
- Astvatsatur'yan R. E., Kocharyan E. V. (2007) Modeling of Gas Movement in Gas Pipelines Taking into Account the Forces of Inertia of the Flow. *Neftegazovoe Delo = Oil and Gas Business*, (2), 1–8 (in Russian).
- Parenkina V. I. (2019) On the Linearization of the Equation of Motion of a Viscous Fluid. *Paradig-mal'nye Strategii Nauki i Praktiki v Usloviyakh Formirovaniya Ustoichivoi Biznes-Modeli Rossii: Sb. Nauch. St. po Itogam Nats. Nauch.-Prakt. Konf.* [Paradigmatic Strategies of Science and Practice in the Conditions of the Formation of a Sustainable Business Model of Russia: Collection of Scientific Papers Based on the Results of the National Scientific and Practical Conference], October 3–4, 2019, St. Petersburg State University of Economics. St. Petersburg. 74–77 (in Russian).
- 12. Demidovich B. P., Modenov V. P. (2008) *Differential Equations*. St. Petersburg, Lan' Publ. 288 (in Russian).

Received: 19 January 2021 Accepted: 16 March 2021 Published online: 30 September 2021

https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-5-459-474

УДК 532.539

# Оценка эффективности процессов переноса в роторном аппарате

А. М. Волк<sup>1)</sup>, А. И. Вилькоцкий<sup>1)</sup>, О. Н. Пыжкова<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Белорусский государственный технологический университет (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2021 Belarusian National Technical University, 2021

Реферат. В статье рассматривается возможность применения вихревых аппаратов для межфазного взаимодействия при проведении различных физико-химических процессов в химической, пищевой, газодобывающей, строительной и других отраслях. В процессах массопередачи один или несколько распределяемых компонентов через активную поверхность их раздела переходят из одной фазы в другую. Для эффективного выполнения данных процессов в абсорберах, ректификаторах, адсорберах, экстракторах важное значение имеет развитая поверхность взаимодействующих фаз. Большинство химических реакций в реакционных аппаратах и гетерогенных средах происходят при подводе исходных распределяемых веществ в зону реакции и отводе образующихся продуктов из зоны химического взаимодействия через поверхность раздела фаз. Указанные процессы используются и при решении экологических проблем: для санитарной очистки вентиляционных газов, мокрой очистки выбросов. При выпарке, абсорбции, ректификации, мокрой очистке газов и других процессах актуальна задача предотвращения уноса капель жидкости с газовым потоком. Рассмотрена одна из конструкций роторного многоступенчатого массообменного аппарата, позволяющего достигать равномерного по высоте тонкодисперсного распыла жидкости при восходящем перекрестном движении газа. Приведены схемы установок для выполнения эксперимента. На основании экспериментальных исследований получена зависимость среднего диаметра капель диспергированной жидкости от геометрических и гидродинамических параметров. Описан дисперсный состав и приведены зависимости для определения основных характеристик, используемых в физико-химических процессах. Выполнен теоретический расчет движения частиц дисперсной фазы в рабочем объеме аппарата при разных расходах жидкости и газа. Теоретическими и экспериментальным методами произведена оценка уноса жидкой фазы, выполнен анализ процесса и даны практические рекомендации.

**Ключевые слова:** вихревые аппараты, физико-химические процессы, массопередача, абсорбция, ректификация, адсорбция, мокрая очистка, роторный аппарат, диспергирование жидкости, дисперсный состав, движение частиц, унос жидкости

Для цитирования: Волк, А. М. Оценка эффективности процессов переноса в роторном аппарате / А. М. Волк, А. И. Вилькоцкий, О. Н. Пыжкова // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2021. Т. 64, № 5. С. 459–474. https://doi.org/10.21122/ 1029-7448-2021-64-5-459-474

Адрес для переписки	Address for correspondence
Волк Анатолий Матвеевич	Volk Anatoly M.
Белорусский государственный	Belarusian State
технологический университет	Technological University
ул. Свердлова, 13а	13a, Sverdlov str.
220006, г. Минск, Республика Беларусь	220006, Minsk, Republic of Belarus
Тел.: +375 17 397-36-20	Tel.: +375 17 397-36-20
Anatoliyvolk@mail.ru	Anatoliyvolk@mail.ru

# **Evaluation of the Efficiency of Transfer Processes in a Rotary Apparatus**

### A. M. Volk<sup>1)</sup>, A. I. Vilkotsky<sup>1)</sup>, O. N. Pyzhcova<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Belarusian State Technological University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. This paper considers the possibility of using vortex devices for interphase interaction while carrying out various physical and chemical processes in the chemical, food, gas production, construction and other industries. In the processes of mass transfer, one or several distributed components perform the transition from one phase to another through the active surface of their interface. To perform the implementation of these processes in absorbers, rectifiers, adsorbers, extractors effectively, the developed surface of the interacting phases acquire s a particular significance. Most of the chemical reactions in reaction devices and heterogeneous media occur when the initial distributed substances are supplied to the reaction zone and when the resulting products are removed from the chemical interaction zone through the phase interface. The processes under consideration are also used in solving environmental problems, viz. for sanitary cleaning of ventilation gases, wet cleaning of emissions. During evaporation, absorption, rectification, wet cleaning of gases and other processes, the problem of preventing the entrainment of liquid droplets with the gas flow is of great importance. One of the designs of a rotary multistage mass transfer apparatus is considered which makes it possible to achieve a finely dispersed liquid spray, uniform in height, with an ascending cross-flow of gas. The diagrams of installations for carrying out the experiment are given. On the basis of experimental studies, the dependence of the average diameter of dispersed liquid droplets on the geometric and hydrodynamic parameters has been obtained. The dispersed composition is described and dependences are given for determining the main characteristics used in physicochemical processes. The theoretical calculation of the movement of particles of the dispersed phase in the working volume of the apparatus at different flow rates of liquid and gas has been carried out. Theoretical and experimental methods were used to estimate the carryover of the liquid phase, an analysis of the process was carried out, and practical recommendations were given.

**Keywords:** vortex devices, physicochemical processes, mass transfer, absorption, rectification, adsorption, wet cleaning, rotary apparatus, liquid dispersion, dispersed composition, particle movement, liquid entrainment

For citation: Volk A. M., Vilkotsky A. I., Pyzhcova O. N. (2021) Evaluation of the Efficiency of Transfer Processes in a Rotary Apparatus. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 64 (5), 459–474. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-5-459-474 (in Russian)

#### Введение

Вихревые аппараты широко применяются в химической, пищевой, газодобывающей, строительной и других отраслях для проведения различных физико-химических процессов, таких как разделение гетерогенных систем и тепломассоперенос [1]. Циклонные камеры с вихревыми потоками характеризуются простотой конструкции и позволяют добиться высокой степени интенсивности тепло- и массообменных, сепарационных и других процессов [2]. Вихревые аппараты могут использоваться для: выпаривания нестойких к повышенным температурам и некристаллизующихся растворов большой вязкости; вакуумной ректификации жидких смесей, склонных к разложению при нагревании; проведения процессов экстракции. Одним из перспективных направлений применения роторных аппаратов следует признать создание компактных установок с замкнутой системой очистки газовых выбросов от вредных компонентов, например при сжигании углеводородного топлива в камерах теплогенерирующих установок [3].

Эффективность явлений переноса в таких аппаратах [4, 5] обеспечивается высокими относительными скоростям взаимодействующих фаз, развитой поверхностью контакта, высокой интенсивностью процессов межфазного взаимодействия и существенно превосходит кинетические характеристики контактных устройств с традиционными способами взаимодействия фаз в системах, что способствует заметному уменьшению габаритов оборудования.

Вихревые аппараты характеризуются небольшим гидравлическим сопротивлением, малой металлоемкостью, внешним подводом энергии. Внедрение аппаратов в производство требует математического моделирования исследуемых процессов, сочетания теоретических и экспериментальных методов, относительной простоты расчетов.

#### Конструкция роторного массообменного аппарата

На основе анализа работы известных конструкций разработан многоступенчатый роторный аппарат [6], позволяющий в пределах ступени контакта благодаря вращению ротора достигать равномерного по высоте тонкодисперсного распыла жидкости при восходящем перекрестном движении газа. Устройство аппарата схематично изображено на рис. 1.





*Fig. 1.* Diagram of a rotary mass transfer apparatus: 1 – rotor; 2 – shaft; 3 – body of the apparatus; 4 – overflow device; 5 – perforated cylinders; 6 – redistribution element

Ротор аппарата состоит из соосных перфорированных цилиндров, закреплен на валу в корпусе вместе с переливным устройством. Цилиндры ротора имеют отбортовку. Нижний торец внутреннего цилиндра заглушен. Перераспределительный элемент в виде гофрированной сетки служит для равномерного распределения по высоте жидкой фазы.

При работе жидкость с вышележащей ступени контакта поступает по переливному устройству во внутренний перфорированный цилиндр. За счет механического воздействия перераспределительного элемента жидкости передается вращательное движение, и это приводит к быстрому выравниванию скоростей их вращения, причем наблюдается равномерное распределение толщины пленки по высоте цилиндра. Под действием центробежных сил происходят истечение жидкости из отверстий перфорации и ее диспергирование в пространстве между цилиндрами, где капли жидкости перемещаются в радиальном направлении и попадают на внутреннюю стенку элемента следующего цилиндра, после чего циклы повторяются соответственно числу цилиндров. При этом газ проходит в направлении оси аппарата, взаимодействуя с диспергированной жидкостью в пространстве между соседними цилиндрами и между внешним цилиндром и корпусом, а также с пленкой жидкости на внутренней поверхности цилиндров и корпуса.

## Экспериментальные и теоретические исследования процессов массопереноса

Для разработки методики расчета аппарата важно установить зависимость дисперсного состава жидкой фазы от режимных и конструктивных параметров, а также функций распределения количества, поверхности, объема капель жидкости и характеристики этих распределений [7, 8]. С этой целью проведены экспериментальные исследования по изучению дисперсного состава жидкой фазы методом стробоскопического фотографирования по методике, предложенной в [9]. Также выполнены теоретические исследования. Схема экспериментальной установки приведена на рис. 2.

В опытах использовался полый цилиндрический стакан, жестко закрепленный на валу и предназначенный для диспергирования жидкой фазы (в рассматриваемом случае – воды). Подвод жидкости осуществлялся внутрь вращающегося стакана, отвод – через отверстие, выполненное на его боковой поверхности. Благодаря воздействию центробежных сил, возникающих при вращении, жидкость при выходе из отверстия диспергировалась и в виде капель отбрасывалась на стенку неподвижной обечайки.

Фотографирование капель проводилось при установившемся режиме истечения на разных участках между стаканом и обечайкой. При этом диаметр отверстия на стенке стакана изменялся в пределах 1,3–3,0 мм, частота вращения 1000–2300 об/мин, диаметр стакана 50 мм, диаметр наружного цилиндра 300 мм. Установлено (рис. 3), что средний диаметр диспергированных капель жидкости зависит от скорости вращения стакана, а также диаметра отверстия для оттока жидкости.



Рис. 2. Схема экспериментальной установки по изучению дисперсного состава жидкости: 1 – горизонтальная плита; 2 – электродвигатель; 3 – вал; 4 – ступица; 5 – цилиндр; 6 – жидкостная пленка; 7 – отверстие; 8 – выпрямитель; 9 – тахометр;
10 – фотоэлектрический датчик; 11 – диск датчика; 12 – измеритель газосодержания;
13 – датчик; 14 – осциллограф; 15 – механизм перемещения датчика; 16 – штатив;
17 – микрометр; 18 – цилиндрическая обечайка; 19 – матовое стекло; 20 – зеркало;
21 – стробоскоп; 22 – штатив; 23 – фотоаппарат; 24 – емкость; 25 – вентиль;
26 – капли диспергированной жидкости

Fig. 2. Diagram of the experimental installation for the study of the dispersed composition of a liquid: 1 – horizontal plate; 2 – electric motor; 3 – shaft; 4 – hub; 5 – cylinder; 6 – liquid film; 7 – hole; 8 – straightener; 9 – tachometer;

10 – photoelectric sensor; 11 – sensor disk; 12 – gas content meter;

13 - sensor; 14 - oscilloscope; 15 - sensor movement mechanism; 16 - tripod;
17 - micrometer; 18 - cylindrical shell; 19 - frosted glass; 20 - mirror; 21 - stroboscope;
22 - tripod; 23 - camera; 24 - container; 25 - valve; 26 - drops of dispersed liquid





*Fig. 3.* Dependency of the average diameter of dispersed liquid droplets  $\overline{d}$  on the diameter of holes in the cylinder  $d_0$ : 1 - n = 1000 rpm; 2 - 1300; 3 - 1600; 4 - 2000; 5 - n = 2300 rpm

Обработка большого количества экспериментальных данных показала, что зависимость среднего диаметра капель диспергированной жидкости от указанных параметров хорошо аппроксимируется выражением

$$\overline{d} = 0,089 \left(\frac{\pi n}{30}\right)^{-0.64} \left(\frac{d_0}{D_{\rm u}}\right)^{0.31},\tag{1}$$

где  $\overline{d}$  – средний диаметр капель диспергированной жидкости, м; n – частота вращения диспергирующего цилиндра, об/мин;  $d_0$  – диаметр отверстия в цилиндре, м;  $D_{\mu}$  – наружный диаметр диспергирующего цилиндра, м.

Погрешность аппроксимации составляет 6,4 %.

Дисперсный состав капель диспергируемой жидкости опишем обобщенным гамма-распределением [8], которое наиболее точно характеризует статистические распределения во всем диапазоне изменения размера частиц и инвариантно относительно величины порядка  $d^k$ .

Обобщенное гамма-распределение, рассмотренное в работе Стейси в 1962 г. [10], отличается универсальностью и широкой областью применения. Оно включает в себя гамма-распределение, его частные случаи, распределения Рэлея, Максвелла, Вейбулла, Леви, Хи-квадрат и другое и широко используется в прикладных задачах, связанных с расчетами инженерных рисков и рисков катастроф (землетрясений и наводнений), обработкой изображений и дистанционным зондированием, а также применяется в качестве описания дисперсного состава частиц дробления [11].

Рассмотрим функцию плотности распределения непрерывной неотрицательной случайной величины ξ в виде [8]

$$f(x;\beta,b,c) = \frac{|c|}{\beta\Gamma\left(\frac{b}{c}\right)} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{b-1} \exp\left(-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{c}\right), \quad x \ge 0, \quad b/c > 0,$$
(2)

где β – параметр масштаба; *b*, *c* – параметры формы.

Выполним переход к безразмерной случайной величине  $\eta = \xi/\beta$ 

$$f(t;\beta,b,c) = \frac{|c|}{\beta\Gamma\left(\frac{b}{c}\right)} t^{b-1} \exp\left(-t^{c}\right).$$
(3)

Функция распределения непрерывной случайной величины η

$$F(t;\beta,b,c) = \frac{|c|}{\Gamma\left(\frac{b}{c}\right)^{0}} \int_{0}^{t} \tau^{b-1} \exp\left(-\tau^{c}\right) d\tau$$
(4)

сводится к неполной гамма-функции для c > 0 [12]

$$F(t; \beta, b, c) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{b}{c}\right)^{1}} \int_{0}^{t^{c}} z^{\frac{b}{c}-1} \exp\left(-z\right) dz = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{b}{c}\right)} \gamma\left(\frac{b}{c}, t^{c}\right).$$

Для распределений (1)–(3) определены начальные моменты порядка v, удовлетворяющего условию (b + v) > 0, причем:

$$\alpha_{\nu}(\eta) = \frac{\Gamma\left(\frac{b+\nu}{c}\right)}{\Gamma\left(\frac{b}{c}\right)}; \quad \alpha_{\nu}(\xi) = \beta^{\nu}\alpha_{\nu}(\eta) = \frac{\beta^{\nu}\Gamma\left(\frac{b+\nu}{c}\right)}{\Gamma\left(\frac{b}{c}\right)}.$$

Средние значения, используемые при оценке дисперсного состава среды и расчетах процессов взаимодействия фаз [13, 14], связаны с моментами распределения  $\alpha_m$  выборки объема *n* соотношением

$$d_{ml}^{m-l} = \alpha_m(d) / \alpha_l(d) = \sum_{i=1}^n n_i d_i^m / \sum_{i=1}^n n_i d_i^l.$$

Для распределения (1)–(3) приведенные средние значения диаметра частиц жидкости выражаются через гамма-функции

$$d_{ml} = \beta \left[ \Gamma\left(\frac{b+m}{c}\right) / \Gamma\left(\frac{b+l}{c}\right) \right]^{1/(m-l)}.$$
(5)

Выполним статистическую оценку параметров распределения (1) методом наибольшего правдоподобия [15]. Пусть имеется некоторая выборка  $X = (x_1, x_2, ..., x_n)$  генеральной совокупности обобщенного гаммараспределения. Рассмотрим функцию правдоподобия

$$L = \prod_{i=1}^{n} \frac{|c|}{\beta \Gamma\left(\frac{b}{c}\right)} \left(\frac{x_i}{\beta}\right)^{b-1} \exp\left\{-\left(\frac{x_i}{\beta}\right)^{c}\right\}.$$
 (6)

Прологарифмируем данную функцию

$$L_{n} = LnL = \sum_{i=1}^{n} \left[ \ln \frac{|c|}{\theta} - \ln \Gamma\left(\frac{b}{c}\right) + (b-1)\ln \frac{x_{i}}{\theta} - \left(\frac{x_{i}}{\theta}\right)^{c} \right] =$$
$$= n \left[ \ln \frac{|c|}{\beta} - \ln \Gamma\left(\frac{b}{c}\right) + (b-1)\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln \frac{x_{i}}{\beta} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_{i}}{\beta}\right)^{c} \right].$$
(7)

Находим частные производные функции (7):

$$\frac{\partial L_n}{\partial \beta} = -\frac{nb}{\beta} + \frac{c}{\beta} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\beta}\right)^c;$$

$$\frac{\partial L_n}{\partial b} = -\frac{n}{c} \psi\left(\frac{b}{c}\right) + \sum_{i=1}^n \ln\frac{x_i}{\beta};$$
$$\frac{\partial L_n}{\partial c} = \frac{n}{c} + \frac{nb}{c^2} \psi\left(\frac{b}{c}\right) - \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\beta}\right)^c \ln\frac{x_i}{\beta}.$$

Приравнивая частные производные к нулю, получим систему уравнений для определения статистических оценок распределения (2):

$$-\frac{nb}{\beta} + \frac{c}{\beta} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i}{\beta}\right)^c = 0;$$
(8)

$$\frac{n}{c}\psi\left(\frac{b}{c}\right) - \sum_{i=1}^{n}\ln\frac{x_i}{\beta} = 0;$$
(9)

$$\frac{n}{c} + \frac{nb}{c^2} \psi\left(\frac{b}{c}\right) - \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\beta}\right)^c \ln\frac{x_i}{\beta} = 0.$$
(10)

Решение уравнений (8)–(10) дает статистическую оценку параметров распределения (2). Данные оценки будут состоятельными, асимптотически несмещенными и асимптотически эффективными [15]. При условии эффективности оценок система (8)–(10) имеет единственное решение.

Решением системы (8)–(10) для экспериментальных данных найдены следующие значения параметров:  $\beta = 0,84$ ; c = 4,5; b = 2,5.

Функция распределения величины порядка  $d^k$  имеет вид

$$F_k(t; \beta, b, c) = \frac{|c|}{\Gamma\left(\frac{b+k}{c}\right)^{t}} \int_{0}^{t} x^{b+k-1} \exp\left(-x^c\right) dx.$$
(11)

Параметр  $t = d/\beta$  является приведенным.

При k = 3 получаем функцию распределения объемов частиц жидкости, диспергируемой вращающимся ротором:

$$F_3(d) = 4.93 \int_0^{d/\overline{d}} x^{4.5} \exp(-x^{4.5}) dx.$$
 (12)

Средние значения диаметра частиц жидкости вычисляются по (5).

Полученные результаты позволяют в зависимости от нагрузок по газовой фазе, геометрических параметров роторных аппаратов, режимов их работы рассчитать дисперсный состав частиц жидкости, оценить допустимую величину уноса. Кроме того, зная дисперсный состав жидкой фазы, можно рассчитать величину межфазной поверхности и, следовательно, определить тепломассообменные характеристики роторных и других диспергирующих аппаратов.

Для проверки теоретических расчетов и определения гидравлического сопротивления конструкции выполнены экспериментальные исследования по методике, разработанной в [9]. Схема экспериментальной установки представлена на рис. 4.



Рис. 4. Схема экспериментальной установки для проверки теоретических расчетов: 1 – газодувка; 2 – измерительная диафрагма; 3 – корпус аппарата;
4 – перфорированные цилиндры; 5 – брызгоуловитель; 6 – U-образный манометр;
7 – ротаметр; 8 – насос; 9 – стакан; 10 – емкость; 11 – выпрямитель; 12 – тонометр;
13 – фотоэлектрический датчик; 14 – диск; 15 – задвижка; 16 – вентиль

*Fig. 4.* Diagram of the experimental installation to check the theoretical calculations: 1 – gas blower; 2 – measuring diaphragm; 3 – body of the apparatus; 4 – perforated cylinders; 5 – spray trap; 6 – U-shaped manometer; 7 – rotameter; 8 – pump; 9 – barrel; 10 – container; 11 – straightener; 12 – tonometer; 13 – photoelectric sensor; 14 – disk; 15 – gate valve; 16 – valve

С помощью газодувки через измерительную диафрагму газовый поток поступает в корпус аппарата. Жидкая фаза диспергируется вращающимися перфорированными цилиндрами. Мелкие капли увлекаются потоком воздуха, и в брызгоуловителе происходит их сепарация. Величина относительного уноса определялась по количеству уловленной жидкости. Для измерения гидравлического сопротивления применялся U-образный манометр. Конструкция ротора представляла собой соосно установленные цилиндры высотой 160 мм каждый и диаметрами 50, 130 и 210 мм. Суммарная площадь отверстий, расположенных в шахматном порядке, 0,6·10<sup>-3</sup> м<sup>2</sup> на каждом цилиндре. Диаметр отверстий 1,5 мм.

Опыты проводились на системе «вода – воздух» в пределах изменения следующих параметров: плотность орошения  $q = (0,5-15,0) \text{ м}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{q})$ ; скорость газа по сечению аппарата  $w_z = (0-5) \text{ м/c}$ ; число оборотов ротора n = (500-2000) об/мин; плотность частиц  $\rho_{\text{ж}} = (800-1400) \text{ кг/m}^3$ .

Задачей диспергирования жидкости в роторном аппарате является равномерное орошение цилиндров и отсутствие ее уноса из корпуса. Анализ уноса частиц диспергированной жидкой фазы в роторном аппарате можно выполнить при оценке траектории движения частиц жидкости в пространстве между цилиндрами.

Рассмотрим равномерное вращательное движение ротора с постоянной угловой скоростью ω. Движение частиц в закрученном газовом потоке исследовано в [16, 17] и описывается системой дифференциальных уравнений в цилиндрической системе координат.

Изучим движение одиночной частицы диаметром d и массой m в цилиндрической системе координат r,  $\varphi$ , z. Ось z цилиндрической системы координат направим вверх по оси аппарата. Будем считать, что капли имеют шарообразную форму. Масса частицы

$$m = \rho_{\star} \frac{1}{6} \pi d^3. \tag{13}$$

Пусть  $v_r, v_{\varphi}, v_z$  – радиальная, касательная и осевая составляющие скорости движущейся частицы соответственно. Уравнения движения одиночной частицы имеют вид [16, 17]:

$$\begin{cases} m \left( \frac{dv_r}{dt} - \frac{v_{\phi}^2}{r} \right) = F_r; \\ m \left( \frac{dv_{\phi}}{dt} + 2\frac{v_{\phi}v_r}{r} \right) = F_{\phi}; \\ m \frac{dv_z}{dt} = -F_g + F_z, \end{cases}$$
(14)

где  $\vec{F}_g = mg$  – сила тяжести;  $F_r, F_{\phi}, F_z$  – составляющие силы гидродинамического воздействия  $\vec{F} = \zeta \frac{1}{2} \rho |\vec{w} - \vec{v}| (\vec{w} - \vec{v}) \pi \frac{d^2}{4}$  (остальные силы как минимум на порядок меньше, и ими можно пренебречь [18, 19]).

Коэффициент сопротивления сферической частицы зависит от числа Рейнольдса [18]

468

$$\operatorname{Re}_{d} = \frac{d\left|\vec{w} - \vec{v}\right|}{v}.$$
(15)

При движении частицы в вязкой среде наблюдаются ламинарный, переходной турбулентный и турбулентный режимы обтекания частицы. Коэффициент сопротивления соответственно определяется следующими зависимостями:

$$\zeta = \begin{cases} 24 \text{ Re}_d^{-1}, & \text{Re}_d < 2; \\ 18,5 \text{ Re}_d^{-0,6}, & 2 \le \text{Re}_d \le 500; \\ 0,44, & \text{Re}_d > 500. \end{cases}$$
(16)

При орошении цилиндров жидкостью их поверхность будет непроницаемой для газа,  $w_r = 0$ . Осевую скорость  $w_z$  газового потока считаем распределенной равномерно по оси цилиндров.

Касательная составляющая скорости  $w_{\phi}$  газового потока в зависимости от текущего радиуса r в пространстве между вращающимися непроницаемыми цилиндрами описывается зависимостью [20]

$$w_{\varphi}(r) = \frac{\omega_2 R_2^2 - \omega_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} r - \frac{(\omega_2 - \omega_1) R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \frac{1}{r},$$
(17)

где  $\omega_1, \omega_2$  – угловая скорость вращения цилиндров;  $R_1, R_2$  – радиус внутреннего и внешнего цилиндров.

При неподвижном внешнем цилиндре (корпусе аппарата) принимаем  $\omega_1 = \omega$ ,  $\omega_2 = 0$ . Тогда зависимость (17) имеет вид

$$w_{\varphi}(r) = \frac{\omega R_{\rm l}^2}{R_2^2 - R_{\rm l}^2} \left(\frac{R_2^2}{r} - r\right).$$
(18)

Если цилиндры вращаются с одинаковой угловой скоростью  $\omega = \omega_1 = \omega_2$ , в пространстве между ними вращение газа происходит по закону твердого тела

$$w_{0}(r) = \omega r . \tag{19}$$

Для решения составленной системы необходимо задать начальные условия. В начальный момент времени t = 0 касательную скорость частицы принимаем равной линейной скорости диспергирующего цилиндра  $v_{\phi} = \omega R_1$ . Радиальную скорость частицы при  $r = R_1$  зададим в пределах  $v_r = (0-5)$  м/с. Диаметр частиц принимаем  $d = (0,1\cdot10^{-3})-(3\cdot10^{-3})$  м.

При анализе траектории движения оценим отклонение z от горизонтальной плоскости частиц различного диаметра d в зависимости от текущего радиуса r в пространстве между цилиндрами (рис. 5).



*Рис.* 5. Траектории движения частиц жидкости в вертикальной плоскости:  $1 - w_z = 3 \text{ м/с}, n = 960 \text{ об/мин}, d = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}; 2 - 5,960, 0,5 \cdot 10^{-3}; 3 - 3,960, 0,5 \cdot 10^{-3};$  $4 - 5,960, 0,7 \cdot 10^{-3}; 5 - w_z = 0, n = 480 \text{ об/мин}, d = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ 

*Fig. 5.* Trajectories of motion of liquid particles in the vertical plane:  $1 - w_z = 3 \text{ m/s}, n = 960 \text{ rpm}, d = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}; 2 - 5,960, 0,5 \cdot 10^{-3}; 3 - 3,960, 0,5 \cdot 10^{-3};$  $4 - 5,960, 0,7 \cdot 10^{-3}; 5 - w_z = 0, n = 480 \text{ rpm}, d = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ 

Анализ расчетов свидетельствует о том, что изменение плотности частицы в этих пределах не оказывает существенного влияния на изменение траектории ее движения. Высота подъема частицы уменьшается при увеличении частоты вращения ротора, так как повышаются ее начальные касательная и радиальная составляющие скорости. Время движения от стенки до стенки сокращается. Возрастание газовых нагрузок увеличивает высоту подъема частиц, мелкие частицы при этом уносятся газовым потоком. Режимы работы аппарата необходимо выбирать таким образом, чтобы траектории движения частиц имели минимальное отклонение от горизонтальной плоскости. При отклонении частиц вниз нарушается равномерность орошения цилиндров, а при отклонении вверх увеличивается унос. В обоих случаях эффективность процессов массопереноса снижается.

Обобщение выполненных расчетов при заданной нулевой радиальной скорости газового потока ( $w_r = 0$ ) и нулевом начальном значении радиальной составляющей скорости частицы ( $v_r = 0$ ) дало возможность получить расчетную осевую скорость газового потока, при которой достигается равномерное орошение цилиндров:

$$w_{z} = 3,96 \cdot 10^{5} d^{2,1} \left( \omega R_{1} \right)^{0,5} \left( R_{2} - R_{1} \right)^{-1,1}.$$
 (20)

Экспериментальные результаты уноса жидкости представлены на рис. 6–8. Из полученных результатов следует, что величина уноса жидкости растет с увеличением числа оборотов ротора и скорости газа и снижается при увеличении плотности орошения. Это значит, что основную долю составляет вторичный унос.



*Рис. 6.* Влияние плотности орошения q на величину уноса жидкой фазы E при  $w_z = 2$  м/с: 1 - n = 700 об/мин; 2 - 1000; 3 - 1300; 4 - 1600; 5 - n = 1800 об/мин

*Fig. 6.* Influence of the density of irrigation q on the amount of entrainment of the liquid phase E at  $w_z = 2$  m/s: 1 - n = 700 rpm; 2 - 1000; 3 - 1300; 4 - 1600; 5 - n = 1800 rpm



*Рис.* 7. Влияние плотности орошения q на величину уноса жидкой фазы E при  $w_z = 3$  м/с: 1 - n = 700 об/мин; 2 - 1000; 3 - 1300; 4 - 1600; 5 - n = 1800 об/мин

*Fig.* 7. Influence of the density of irrigation q on the amount of entrainment of the liquid phase E at  $w_z = 3$  m/s: 1 - n = 700 rpm; 2 - 1000; 3 - 1300; 4 - 1600; 5 - n = 1800 rpm

При повышении плотности орошения увеличивается толщина пленки жидкости на внутренних поверхностях цилиндров, и капли, достигшие стенки, поглощаются пленкой. Резкое снижение уноса наблюдается при плотности орошения  $q > 6 \text{ м}^3/(\text{м}^2 \cdot \text{ч})$ . При этом характер зависимостей аналогичен для разных скоростей газа. Обработкой экспериментальных данных получена зависимость величины уноса жидкости от основных режимных параметров

$$E = 1, 4 \cdot 10^{-15} \operatorname{Re}_{r}^{2,61} q^{-1,46} n^{1,82}, \qquad (21)$$

где  $\operatorname{Re}_{r} = w_{z} D \rho_{r} / \mu_{r}$  – число Рейнольдса; D – внутренний диаметр корпуса аппарата, м;  $\mu_{r}$  – коэффициент динамической вязкости газа, Па·с.



*Рис.* 8. Влияние скорости газового потока  $w_z$  на величину уноса жидкой фазы E при  $q = 11,03 \text{ м}^3/(\text{м}^2 \cdot \text{ч})$ : 1 - n = 700 об/мин; 2 - 1000; 3 - 1300; 4 - 1600; 5 - n = 1800 об/мин

*Fig.* 8. Influence of the gas flow rate  $w_z$  on the amount of entrainment of the liquid phase *E* at  $q = 11,03 \text{ m}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{h})$ : 1 - n = 700 rpm; 2 - 1000; 3 - 1300; 4 - 1600; 5 - n = 1800 rpm

Аналитический расчет величины уноса жидкости, выполненный решением системы (14), оценка объема жидкости по функции распределения (12) с учетом (1) показывают, что расчетные и экспериментальные значения достаточно близки при плотности орошения  $q \ge 6 \text{ m}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{q})$ . Например, при частоте вращения ротора n = 1000 об/мин, диаметре отверстий  $d_0 = 2 \cdot 10^{-3}$  м и диаметре диспергирующего цилиндра  $D_u = 0,21$  м средний диаметр капель, рассчитанный по (1), равен  $1,07 \cdot 10^{-3}$  м. При осевой скорости газа  $w_z = 2$  м/с решение системы (14) и оценка (12) показывают, что уноситься будут капли диаметром менее  $(0,4-0,5) \cdot 10^{-3}$  м. Величина уноса, определенная по (21), составляет 0,7-0,8 %. Данные значения соответствуют результатам опыта. Расхождение расчетных и опытных значений при плотности орошения  $q < 6 \text{ m}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{q})$  свидетельствует о вторичном уносе.

Измерение гидравлического сопротивления роторного аппарата в диапазоне изменения рассмотренных параметров дает низкие значения, не превышающие 500 Па, поэтому они в статье не приводятся.

### выводы

1. Вихревые аппараты позволяют существенно интенсифицировать процесс межфазного массообмена, создать гидродинамические режимы с достаточно высокими относительными скоростями частиц и несущей среды, значительными центробежными ускорениями. Пленочные и вихревые аппараты характеризуются также развитой поверхностью контакта фаз.

2. Разработанный метод определения дисперсности, исследование механизма и закономерностей диспергирования и взаимодействия фаз в роторном аппарате позволяют определить нагрузки по фазам, режимы работы, обеспечить равномерное орошение поверхностей частиц жидкой фазы, минимальный унос жидкости и наименьшее гидравлическое сопротивление аппарата. 3. Выполненные исследования могут применяться при разработке конструкций вихревых аппаратов и исследовании процессов межфазного взаимодействия в аналогичных конструкциях.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Кутепов, А. М. Вихревые процессы для модификации дисперсных систем / А. М. Кутепов, А. С. Латкин. М.: Наука, 1992. 250 с.
- Сабуров, Э. Н. Аэродинамика и устойчивость потока в относительно длинных циклонных камерах / Э. Н. Сабуров, Д. А. Онохин // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2018. Т. 61, № 6. С. 527–538. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2018-61-6-527-538.
- Yarmolchick, Yu. P. (2019) Formation Mechanisms and Methods for Calculating Pollutant Emissions from Natural Gas Combustion Depending on the Burner Emission Class / Yu. P. Yarmolchick // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2019. Т. 62, № 6. С. 565–582. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-6-565-582.
- 4. Пленочная тепло- и массообменная аппаратура (Процессы и аппараты химической и нефтехимической технологии) / В. М. Олевский [и др.]; под общ. ред. В. М. Олевского. М.: Химия, 1988. 240 с.
- 5. Кафаров, В. А. Анализ и синтез химико-технологических систем / В. А. Кафаров, В. М. Мешалкин. М.: Химия, 1991. 431 с.
- 6. Роторный массообменный аппарат вентиляторного типа: пат. 2605 Респ. Беларусь, МКИ<sup>5</sup> В 01D 3/30 / В. А. Марков, А. И. Ершов, А. А. Боровик, А. М. Волк. Опубл. 30.12.1998.
- Коузов, П. А. Основы анализа дисперсного состава промышленных пылей и измельченных материалов / П. А. Коузов. 3-е изд., перераб. Л.: Химия, 1987. 264 с.
- Волк, А. М. Статистическая оценка параметров обобщенного гамма-распределения / А. М. Волк // Труды БГТУ, Физ.-мат. науки и информатика. 2016. № 6. С. 10–13.
- 9. Марков, В. А. Разделение фаз в тепломассообменных аппаратах / В. А. Марков. Минск, 1996. 333 с.
- Stacy, E. W. A Generalization of the Gamma Distribution / E. W. Stacy // Ann. Math. Statistics. 1962. Vol. 33, Iss. 3. P. 1187–1192.
- Королев, В. Ю. Устойчивость конечных смесей обобщенных гамма-распределений относительно возмущений параметров / В. Ю. Королев, В. А. Крылов, В. Ю. Кузьмин // Информатика и ее применения. 2011. Т. 5, Вып. 1. С. 31–38.
- Янке, Е. Специальные функции: формулы, графики, таблицы / Е. Янке, Ф. Эмдэ, Ф. Леш. М.: Наука, 1977. 458 с.
- Дитякин, Ю. Ф. Распыливание жидкостей / Ю. Ф. Дитякин, Л. А. Клячко. М.: Машиностроение, 1977. 206 с.
- Лышевский, А. С. Процессы распыливания топлива дизельными форсунками / А. С. Лышевский. М.: Машгиз, 1963. 180 с.
- Крамер, Г. Математические методы статистики: Основы моделирования и первичная обработка данных / Г. Крамер. М.: Мир, 1975. 648 с.
- 16. Волк, А. М. Движение твердых частиц в закрученном потоке / А. М. Волк // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2009. № 3. С. 77–81.
- 17. Волк, А. М. Тонкодисперная сепарация жидкости / А. М. Волк // Труды БГТУ. Физ.-мат. науки и информатика. 2020. Т. 236, № 2. С. 31–36.
- 18. Соу, С. Гидродинамика многофазных систем / С. Соу. М.: Мир, 1971. 536 с.
- Медников, Е. П. Турбулентный перенос и осаждение аэрозолей / Е. П. Медников. М.: Наука, 1980. 176 с.
- Волк, А. М. Течение вязкой жидкости в пространстве между движущимися проницаемыми поверхностями / А. М. Волк // Инженерно-физический журнал. 1993. Т. 65, № 2. С. 152–158.

Поступила 18.05.2021 Подписана в печать 23.07.2021 Опубликована онлайн 30.09.2021

#### REFERENCES

- Kutepov A. M., Latkin A. S. (1992) Vortical Processes for Modification of Dispersed Systems. Moscow, Nauka Publ. 250 (in Russian).
- Saburov E. N., Onokhin D. A. (2018) Aerodynamics and Stability of the Flow in Relatively Long Cyclone Chambers. Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations, 61 (6), 527–538. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2018-61-6-527-538 (in Russian).
- 3. Yarmolchick Yu. P. (2019) Formation Mechanisms and Methods for Calculating Pollutant Emissions from Natural Gas Combustion Depending on the Burner Emission Class. *Energeti*ka. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations, 62 (6), 565–582. https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-6-565-582 (in Russian).
- Olevsky V. M., Ruchinsky V. R., Kashnikov A. M., Chernyshev V. I. (1988) Film Heat and Mass Transfer Equipment (Processes and Apparatuses of Chemical and Petrochemical Technology). Moscow, Khimiya Publ. 240 (in Russian).
- Kafarov V. A., Meshalkin V. M. (1991) Analysis and Synthesis of Chemical-Technological Systems. Moscow, Khimiya Publ. 431 (in Russian).
- 6. Markov V. A., Yershov A. I., Borovik A. A., Volk A. M. (1998) *Rotary Mass Transfer Device* of a Ventilator Type. Patent No 2605 Republic of Belarus (in Russian).
- Kouzov P. A. (1987) Fundamentals of Analysis of the Dispersed Composition of Industrial Dust and Crushed Materials. 3<sup>rd</sup> ed. Leningrad, Khimiya Publ. 264 (in Russian).
- Volk A. M. (2016) Statistical Evaluation of the Parameters of the Generalized Gamma Distribution. *Trudy BGTU. Fiziko-Matematicheskie Nauki i Informatika = Proceedings of BSTU. Physics and Mathematics, Informatics,* (6), 10–13 (in Russian).
- 9. Markov V. A. (1996) *Phase Separation in Heat and Mass Transfer Apparatuses*. Minsk. 333 (in Russian).
- Stacy E. W. (1962) A Generalization of the Gamma Distribution. Annals of Mathematical Statistics, 33 (3), 1187–1192. https://doi.org/10.1214/aoms/1177704481.
- Korolev V. Yu., Krylov V. A., Kuz'min V. Yu. (2011) Stability of Finite Mixtures of Generalized Gamma Distributions with Respect to Parameter Perturbations. *Informatika i ee Primeneniya = Informatics and Applications*, 5 (1), 31–38 (in Russian).
- 12. Janke E., Emde F., Lesh F. (1977) *Special Functions: Formulae, Diagrams, Tables.* Moscow, Nauka Publ. 458 (in Russian).
- 13. Dityakin Yu. F., Klyachko L. A. (1977) *Atomization of Liquids*. Moscow, Mashinostroenie Publ. 206 (in Russian).
- 14. Lyshevsky A. S. (1963.) *Processes of Fuel Atomization by Diesel Injectors*. Moscow, Mashgiz Publ. 180 (in Russian).
- 15. Cramer H. (1975) Mathematical Methods of Statistics: Fundamentals of Modeling and Primary Data Processing. Moscow, Mir Publ. 648 (in Russian).
- 16. Volk A. M. (2009) Motion of Solid Particles in a Swirling Stream. Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations, (3), 77–81 (in Russian).
- Volk A. M. (2020) Fine-Dispersed Liquid Separation. Trudy BGTU. Fiziko-Matematicheskie Nauki i Informatika = Proceedings of BSTU. Physics and Mathematics, Informatics, 236 (2), 31–36 (in Russian).
- 18. Sow S. (1971) Hydrodynamics of Multiphase Systems. New York, Wiley Publ. 533 (in Russian).
- 19. Mednikov E. P. (1980) *Turbulent Transport and Deposition of Aerosols*. Moscow, Nauka Publ. 176 (in Russian).
- Volk A. M. (1993) Flow of a Viscous Liquid Between Moving Permeable Surfaces. Journal of Engineering Physics and Thermophysics, 65, (2), 734–739. https://doi.org/10.1007/BF00861534.

Received: 18 May 2021

Accepted: 23 July 2021

Published online: 30 September 2021