

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ОБЪЕДИНЕНИЙ СНГ

ЭНЕРГЕТИКА

Том 64, № 2
2021

МЕЖДУНАРОДНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1958 ГОДА

Учредитель

Министерство образования Республики Беларусь

Журнал включен в базы данных:
Scopus, EBSCO, DOAJ, WorldCat, OpenAIRE, Google Scholar, РИНЦ,
ЭБС «Лань», НЭБ «КиберЛенинка», Соционет

СОДЕРЖАНИЕ

ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКА

- Романюк Ф. А., Румянцев Ю. В., Румянцев В. Ю., Новаш И. В.** Совершенствование алгоритма формирования ортогональных составляющих входных величин в микропроцессорных защитах 95
- Бладыко Ю. В., Пономаренко Е. Г.** Механический расчет гибких токопроводов с учетом отпаек к электрическим аппаратам 109
- Олексюк И. В.** Старение изоляции из сшитого полиэтилена кабельных линий 121
- Хвалин Д. И., Кенсицкий О. Г., Кобзарь К. А.** Моделирование электромагнитного поля мощной электрической машины 130
- Sidorkin D. I., Kupavykh K. S.** Justification on Choosing Screw Pumping Units as Energy Efficient Artificial Lift Technology
(**Сидоркин Д. И., Купавых К. С.** Обоснование выбора винтовых насосных установок как энергоэффективной технологии механизированной добычи) 143
- Ласый П. Г., Мелешко И. Н.** Приближенное решение смешанной задачи для телеграфного уравнения с однородными краевыми условиями первого рода с помощью специальных функций 152

ТЕПЛОЭНЕРГЕТИКА

- Овсянник А. В., Ключинский В. П.** Термодинамический анализ и оптимизация параметров вторичного перегрева в турбодетандерных установках на низкокипящих рабочих телах 164
- Сорокин В. В.** Анализ производительности пассивного каталитического реактора водорода с учетом условий внутри герметичного ограждения локализирующей системы безопасности АЭС с ВВЭР 178

Главный редактор Федор Алексеевич Романюк

Редакционная коллегия

- В. ВУЙЦИК (Технический университет «Люблинская политехника», Люблин, Республика Польша),*
В. В. ГАЛАКТИОНОВ (Русский институт управления имени В. П. Чернова, Москва, Российская Федерация),
М. ДАДО (Зволенский технический университет, Зволен, Словацкая Республика),
К. В. ДОБРЕГО (Высшая аттестационная комиссия Республики Беларусь, Минск, Республика Беларусь) (заместитель главного редактора),
И. В. ЖЕЖЕЛЕНКО (Приазовский государственный технический университет, Мариуполь, Украина),
П. В. ЖУКОВСКИ (Технический университет «Люблинская политехника», Люблин, Республика Польша),
В. В. ИВАШЕЧКИН (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),
А. С. КАЛИНИЧЕНКО (Белорусский государственный технологический университет, Минск, Республика Беларусь),
А. И. КИРИЛЛОВ (Санкт-Петербургский государственный политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация),
А. КОННОВ (Университет Лунда, Швеция),
Х. МАХКАМОВ (Университет Нортумбрии, Великобритания),
А. А. МИХАЛЕВИЧ (Национальная академия наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь),
НГО ТУАН КИЕТ (Научный энергетический институт Вьетнамской академии наук и технологий, Ханой, Социалистическая Республика Вьетнам),
О. Г. ПЕНЯЗЬКОВ (Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова НАН Беларуси, Минск, Республика Беларусь),
Е. Н. ПИСЬМЕННЫЙ (Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Киев, Украина),
В. Ю. РУМЯНЦЕВ (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),
А.-С. С. САУХАТАС (Рижский технический университет, Рига, Латвийская Республика),
В. С. СЕВЕРЯНИН (Брестский государственный технический университет, Брест, Республика Беларусь),
В. А. СЕДНИН (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),
Б. С. СОРОКА (Институт газа НАН Украины, Киев, Украина),
В. А. СТРОЕВ (Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва, Российская Федерация),
Е. В. ТОРОПОВ (Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Российская Федерация),
Е. УШПУРАС (Литовский энергетический институт, Каунас, Литовская Республика),
Б. М. ХРУСТАЛЕВ (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),
Л. В. ШЕНЕЦ (Евразийская экономическая комиссия, Москва, Российская Федерация)

Ведущий стилистический редактор В. Н. Гурьянчик

**Издание зарегистрировано в Министерстве информации Республики Беларусь 28 февраля 2019 г.
Регистрационный номер 1257**

Набор и верстка выполнены в редакции журналов «Энергетика» и «Наука и техника»

Подписано к печати 06.04.2021. Формат бумаги 60×84¹/₈. Бумага мелованная.
Печать цифровая. Гарнитура Таймс. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 100 экз.
Дата выхода в свет . 2021. Заказ .

Адрес редакции: 220013, г. Минск, Республика Беларусь, пр. Независимости, 65.
Белорусский национальный технический университет, корп. 2, комн. 327.
Тел.: +375 17 292-65-14
e-mail: energy@bntu.by; energy-bntu@mail.ru
<http://energy.bntu.by>

Отпечатано в БНТУ. Лицензия ЛП № 02330/74 от 03.03.2014.
220013, г. Минск, пр. Независимости, 65

© Белорусский национальный технический университет, 2021

ISSN 1029-7448 (Print)
ISSN 2414-0341 (Online)

PROCEEDINGS OF THE CIS
HIGHER EDUCATION INSTITUTIONS
AND POWER ENGINEERING ASSOCIATIONS

ENERGETIKA

V. 64, No 2
2021

INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL
PUBLISHED FROM JANUARY, 1958

Founder

Ministry of Education of the Republic of Belarus

The Journal is included in the following databases:
Scopus, EBSCO, DOAJ, WorldCat, OpenAIRE, Google Scholar, RISC,
Lan, CyberLeninka, Socionet

CONTENTS

ELECTRICAL POWER ENGINEERING

| | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Romaniuk F. A., Rumiantsev Yu. V., Rumiantsev V. Yu., Novash I. V. Improvement of Algorithm for Formation of Orthogonal Components of Input Quantities in Microprocessor Protection. | 95 |
| Bladyko Y. V., Ponomarenko E. G. Mechanical Calculation of Flexible Wires Taking into Account Taps to Electrical Apparatuses | 109 |
| Oleksyuk I. V. Aging of Cross-Linked Polyethylene Insulation Cable Lines | 121 |
| Hvalin D. I., Kensytskyi O. H., Kobzar K. O. Simulation of Electromagnetic Field of a Powerful Electrical Machine. | 130 |
| Sidorkin D. I., Kupavykh K. S. Justification on Choosing Screw Pumping Units as Energy Efficient Artificial Lift Technology | 143 |
| Lasy P. G., Meleshko I. N. Approximate Solution of Mixed Problem for Telegrapher Equation with Homogeneous Boundary Conditions of First Kind Using Special Functions | 152 |

HEAT POWER ENGINEERING

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Ovsyannik A. V., Kliuchinski V. P. Thermodynamic Analysis and Optimization of Secondary Overheating Parameters in Turbo-Expander Plants on Low Boiling Working Fluids | 164 |
| Sorokin V. V. Analysis Catalytic Hydrogen Recombiner Capacity Calculation Taking into Account Conditions Inside Sealed Enclosure of Containment Safety System of Nuclear Power Plants with Water-Water Energetic Reactor | 178 |

Editor-in-Chief Fiodar A. Romaniuk

Editorial Board

- W. T. WÓJCIK (Lublin University of Technology “Politechnika Lubelska”, Lublin, Republic of Poland),*
V. V. GALAKTIONOV (Russian Institute of Management named after V. P. Chernov, Moscow, Russian Federation),
M. DADO (Technical University in Zvolen, Zvolen, Slovak Republic),
K. V. DOBREGO (Higher Attestation Commission of the Republic of Belarus, Minsk, Republic of Belarus) (Deputy Editor-in-Chief),
I. V. ZHEZHELENKO (Pryazovskyi State Technical University, Mariupol, Ukraine),
P. W. ZHUKOWSKI (Lublin University of Technology “Politechnika Lubelska”, Lublin, Republic of Poland),
V. V. IVASHECHKIN (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),
A. S. KALINICHENKO (Belarusian State Technological University, Minsk, Republic of Belarus),
A. I. KIRILLOV (Peter the Great Saint-Petersburg Polytechnic University, Saint-Petersburg, Russian Federation),
A. KONNOV (Lund University, Sweden),
K. MAHKAMOV (Northumbria University, United Kingdom),
A. A. MIKHALEVICH (The National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus),
NGO TUAN KIET (Research Energy Institute under the Vietnam Academy of Science and Technology, Hanoi, Socialist Republic of Vietnam),
O. G. PENYAZKOV (A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus),
E. N. PISMENNYI (National Technical University of Ukraine “Kyiv Polytechnic Institute”, Kiev, Ukraine),
V. Yu. RUMIANTSEV (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),
A.-S. S. SAUHATAS (Riga Technical University, Riga, Republic of Latvia),
V. S. SEVERYANIN (Brest State Technical University, Brest, Republic of Belarus),
V. A. SEDNIN (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),
B. S. SOROKA (The Gas Institute of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kiev, Ukraine),
V. A. STROEV (National Research University “Moscow Power Engineering Institute”, Moscow, Russian Federation),
E. V. TOROPOV (South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation),
E. UŠPURAS (Lithuanian Energy Institute, Kaunas, Republic of Lithuania),
B. M. KHROUSTALEV (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),
L. V. SHENETS (The Eurasian Economic Commission, Moscow, Russian Federation)

Leading Style Editor V. N. Guryanchyk

**Publication is registered in the Ministry of Information of the Republic of Belarus in 2019, February, 28th
Reg. No 1257**

Typesetting and makeup are made in editorial office
of Journals “Energetika” and “Science and Technique”

Passed for printing 06.04.2021. Dimension of paper 60×84¹/₈. Coated paper.
Digital printing. Type face Times. Conventional printed sheet
An edition of 100 copies. Date of publishing 2021. Order list

ADDRESS

Belarusian National Technical University
65, Nezavisimosty Ave., Building 2, Room 327
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 292-65-14
e-mail: energy@bntu.by; energy-bntu@mail.ru
<http://energy.bntu.by>

Printed in BNTU. License LP No 02330/74 from 03.03.2014.
220013, Minsk, 65, Nezavisimosty Ave.

© Belarusian National Technical University, 2021

<https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-2-95-108>

УДК 621.316.925

Совершенствование алгоритма формирования ортогональных составляющих входных величин в микропроцессорных защитах

Ф. А. Романюк¹⁾, Ю. В. Румянцев¹⁾, В. Ю. Румянцев¹⁾, И. В. Новаш¹⁾

¹⁾Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2021
Belarusian National Technical University, 2021

Реферат. Использование ортогональных составляющих (ОС) лежит в основе построения измерительных органов современных устройств защиты и автоматики. В большинстве микропроцессорных защит выделение ОС входного сигнала осуществляется с использованием дискретного преобразования Фурье (ДПФ). Недостатками ДПФ являются его невысокое быстродействие, превышающее один период основной частоты, а также чувствительность к свободной апериодической составляющей, создающей, в зависимости от постоянной времени ее затухания, существенные погрешности преобразования. Для построения быстродействующих измерительных органов такое время установления истинного выходного сигнала часто является неприемлемым. В статье предлагается формировать ОС эквивалентного сигнала по значениям косинусной и синусной ОС основной гармоники, сформированных с использованием ДПФ, путем их умножения на результирующий корректирующий коэффициент. Разработанный алгоритм формирования ОС входных сигналов в микропроцессорных защитах отличается высоким быстродействием в переходных режимах и обладает широкими функциональными возможностями. Так, предлагаемое цифровое устройство формирования ОС эквивалентного сигнала по сравнению с цифровым фильтром на основе ДПФ отличается повышенным быстродействием функционирования как в режиме возникновения короткого замыкания, так и при спаде контролируемого сигнала, сохраняя такие же, как у ДПФ, характеристики в остальных режимах. Разработана структурная схема предлагаемого цифрового устройства формирования ОС эквивалентного сигнала, все блоки которого могут быть реализованы на микроэлектронной и микропроцессорной элементной базе. В соответствии со структурной схемой разработана цифровая модель указанного устройства в системе динамического моделирования MatLab-Simulink. В результате проведенных расчетов установлено существенное (до двух раз) повышение быстродействия предлагаемого цифрового устройства формирования ОС в переходных режимах по сравнению с формирователями, основанными на ДПФ.

Ключевые слова: ортогональные составляющие, цифровое устройство формирования ортогональных составляющих, микропроцессорная защита, цифровые фильтры, дискретное преобразование Фурье, интегральное преобразование Фурье, модель, тестовое воздействие, вычислительный эксперимент, MatLab-Simulink

Для цитирования: Совершенствование алгоритма формирования ортогональных составляющих входных величин в микропроцессорных защитах / Ф. А. Романюк [и др.] // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2021. Т. 64, № 2. С. 95–108. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-2-95-108>

Адрес для переписки

Романюк Федор Алексеевич
Белорусский национальный технический университет
просп. Независимости, 65/2,
220013, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 331-00-51
faromanuk@bntu.by

Address for correspondence

Romaniuk Fiodar A.
Belarusian National Technical University
65/2, Nezavisimosty Ave.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 331-00-51
faromanuk@bntu.by

Improvement of Algorithm for Formation of Orthogonal Components of Input Quantities in Microprocessor Protection

F. A. Romaniuk¹⁾, Yu. V. Rumiantsev¹⁾, V. Yu. Rumiantsev¹⁾, I. V. Novash¹⁾

¹⁾Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. The use of orthogonal components (OC) underlies the construction of measuring elements of modern protection and automation devices. In most microprocessor-based protections, the orthogonal component of the input signal is extracted using a discrete Fourier transform (DFT). The DFT disadvantages are its low speed, which is more than one period of the fundamental frequency, as well as the sensitivity to the free aperiodic component, which creates significant conversion errors depending on the time constant of its decay. Such a settling time of the true output signal is often unacceptable for the design of high-speed measuring devices. The paper proposes to form the OC of the equivalent signal according to the values of the cosine and sine OC of the fundamental harmonic, formed using the DFT by multiplying them by the resulting correction factor. The developed algorithm for the formation of orthogonal components of input signals in microprocessor protections is characterized by high speed in transient modes and it has wide functionality. So, the proposed digital device for forming the orthogonal components of an equivalent signal, in comparison with digital filter based on the DFT, has an increased operating speed both in the mode of occurrence of a short circuit and during the decay of the monitored signal, while maintaining the same characteristics as in the DFT in other modes. A block diagram of the proposed digital device for forming the OC of an equivalent signal has been developed, all blocks of which can be implemented on a microelectronic and microprocessor element base. A digital model of the specified device has been developed in the dynamic modeling system MatLab-Simulink in accordance with the structural diagram. As a result of the calculations, a significant (up to two times) increase in the performance of the proposed digital device for forming the OC in transient modes has been established in comparison with the shapers based on the DFT.

Keywords: orthogonal components, digital device for forming the orthogonal components, microprocessor protection, digital filters, discrete Fourier transform, integral Fourier transform, model, test impact, computational experiment, MatLab-Simulink

For citation: Romaniuk F. A., Rumiantsev Yu. V., Rumiantsev V. Yu., Novash I. V. (2021) Improvement of Algorithm for Formation of Orthogonal Components of Input Quantities in Microprocessor Protection. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 64 (2), 95–108. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-2-95-108> (in Russian)

Введение

Характерными состояниями контролируемого микропроцессорной защитой сигнала являются его практически неизменное значение в нормальном режиме и установившемся режиме короткого замыкания (КЗ), возрастание при возникновении КЗ и спад после отключения КЗ. Принимая за основу выделения ОС основной гармоники входного сигнала ДПФ, можно отметить, что показатели существующих формирователей ОС могут быть существенно улучшены во всех перечисленных режимах.

С целью повышения быстродействия предлагается формировать прогнозные ОС, называя их ортогональными составляющими эквивалентного сигнала, по значениям косинусной и синусной ОС основной гармоники, полученных с использованием ДПФ, путем их умножения на результирующий корректирующий коэффициент, который является функцией значений амплитуд входного сигнала и его основной гармоники, а также характера изменения сигнала во времени.

Основная часть

Использование ОС является основным направлением определения информационных параметров в микропроцессорной релейной защите и автоматике электроэнергетических систем [1].

В существующих микропроцессорных защитах для формирования ОС входных сигналов главным образом используются цифровые фильтры (ЦФ) на основе ДПФ [2]. К недостаткам указанных ЦФ относятся их невысокое быстродействие, а также условие использования в качестве входных сигналов периодических функций для получения приемлемой точности. Однако при КЗ токи и напряжения зачастую изменяются не по синусоидальному закону, что вносит дополнительные погрешности в определение контролируемого защитой информационного параметра сигнала.

Основное влияние на быстродействие формирования ОС входных сигналов в микропроцессорных защитах оказывают два фактора. Первый из них обусловлен инерционностью цифровых частотных фильтров, второй – насыщением стали магнитопроводов трансформаторов тока. Указанные факторы могут приводить к тому, что время формирования достоверных значений ОС недопустимо затягивается.

Для решения данной проблемы предлагается формировать прогнозные ОС, называя их ортогональными составляющими эквивалентного сигнала. Указанные ОС являются функцией текущего значения корректирующего коэффициента и ОС основной частоты, выделяемых с помощью ЦФ Фурье, которые будем называть базовыми.

Формирование косинусной x_{cn} и синусной x_{sn} ОС ЦФ на основе ДПФ осуществляется согласно выражениям:

$$\begin{aligned}x_{cn} &= \sum_{n=1}^N a_{cn} x_n; \\x_{sn} &= \sum_{n=1}^N a_{sn} x_n,\end{aligned}\tag{1}$$

где N – число выборок на периоде промышленной частоты; $n = 1 \dots N$ – номер выборки входного сигнала в окне наблюдения; x_n – выборка входного сигнала; a_{cn} , a_{sn} – коэффициенты косинусного и синусного ЦФ, вычисляемые как:

$$\begin{aligned}a_{cn} &= \frac{2}{N} \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right); \\a_{sn} &= \frac{2}{N} \sin\left(\frac{2\pi n}{N}\right).\end{aligned}\tag{2}$$

Значение амплитуды основной гармоники для произвольной выборки n вычисляется как

$$X_{mn} = \sqrt{x_{cn}^2 + x_{sn}^2}.\tag{3}$$

Формирование косинусной x_{eqcn} и синусной x_{eqsn} ОС эквивалентного сигнала для выборки n осуществляется путем умножения x_{cn} , x_{sn} на результирующий корректирующий коэффициент k_{rn} [3]:

$$\begin{aligned}x_{eqcn} &= k_{rn} x_{cn}; \\x_{eqsn} &= k_{rn} x_{sn}.\end{aligned}\quad (4)$$

Численное значение результирующего корректирующего коэффициента k_{rn} является функцией базового корректирующего коэффициента k_{kn} , который непосредственно рассчитывается по амплитудам сигналов базового и дополнительного ЦФ с учетом характера изменения сигнала.

В основе получения выражения для текущего значения базового корректирующего коэффициента k_{kn} , обеспечивающего компенсацию влияния на быстродействие формирования ОС причин первого фактора, лежат следующие соображения.

В нормальном режиме при синусоидальном сигнале x на входе ЦФ на его выходе присутствует синусоидальный сигнал основной частоты x_1 с такой же амплитудой. При внезапном изменении сигнала x сигнал на выходе фильтра x_1 достигает установившегося значения с некоторым запаздыванием, обусловленным инерционностью ЦФ.

В сигнале переходного режима, даже синусоидальном по форме (рис. 1, кривая 3), помимо составляющей основной гармоники (кривая 1) содержится постоянная составляющая и высшие гармоники (кривые 2), амплитуды которых вначале возрастают, а затем снижаются до нулевых значений при наступлении установившегося режима. При этом амплитуда основной гармоники сигнала на выходе ЦФ x_1 постепенно возрастает и достигает амплитуды входного сигнала x после завершения переходного процесса.

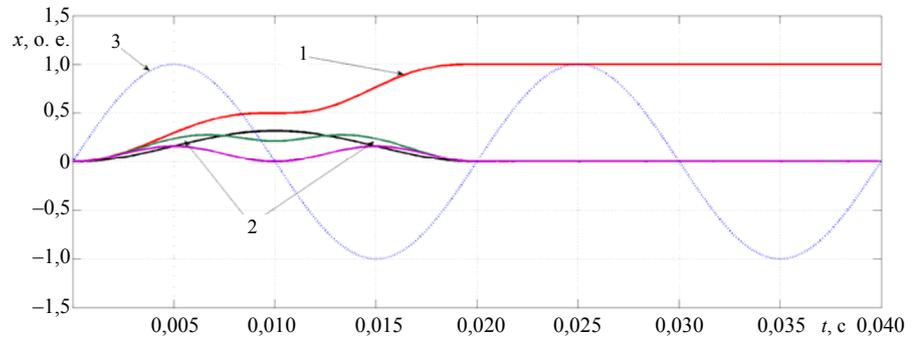


Рис. 1. Переходный режим при синусоидальном сигнале

Fig. 1. Transient mode with a sinusoidal signal

Поскольку описанный выше процесс сопровождается изменением состава гармоник в сигнале, его можно зафиксировать по возникновению нелинейных искажений с помощью соответствующего коэффициента

$$THDf_n = \sqrt{\frac{X_{mnd}^2}{X_{mn}^2} - 1}, \quad (5)$$

где X_{mn} — амплитудные значения сигнала основной гармоники на выходе базового ЦФ; X_{mnd} — амплитуда входного сигнала, которая определяется

дополнительным ЦФ, формирующим амплитудные значения сигнала, в соответствии с выражением

$$X_{mnd} = \sqrt{\frac{2}{N} \sum_{n=1}^N x_n^2}. \quad (6)$$

Степень запаздывания сигнала на выходе ЦФ можно оценить с помощью коэффициента запаздывания, являющегося функцией $THDf_n$:

$$K_{Zn} = THDf_n^2 = \frac{X_{mnd}^2}{X_{mn}^2} - 1. \quad (7)$$

В установившемся режиме (при $X_{mn} = X_{mnd}$) $K_{Zn} = 0$. При возникновении переходного режима текущие значения K_{Zn} изменяются от 0 до соответствующих величин и возвращаются к нулевым значениям после завершения переходного процесса.

Для компенсации инерционности ЦФ текущие значения корректирующего коэффициента k_{kn} в переходном режиме должны соответствовать изменению K_{Zn} , а в установившемся режиме – быть равными 1. Принимая во внимание изложенное выше, получим выражение для текущих значений корректирующего коэффициента

$$k_{kn} = K_{Zn} + 1 = \frac{X_{mnd}^2}{X_{mn}^2}. \quad (8)$$

Предлагаемое цифровое устройство формирования ортогональных составляющих (ЦУФОС) входных сигналов релейной защиты отличается высоким быстродействием в переходных режимах, обладает широкими функциональными возможностями, позволяющими реализовать практически все применяемые в релейной защите измерительные органы. Необходимое условие реализуемости ЦУФОС на основе предложенной методики формирования ОС с положительным эффектом состоит в том, чтобы переходная характеристика входного сигнала не пересекалась с аналогичной характеристикой основной гармоники указанного сигнала.

В переходных режимах текущие значения k_{kn} могут возрастать из-за влияния случайных факторов. Вследствие этого на переходной характеристике эквивалентного сигнала будут появляться выбросы. Для их исключения и получения гладкой переходной характеристики необходимо ограничить текущие значения корректирующего коэффициента максимальным уровнем k_{kmax} .

Для определения значения k_{kmax} целесообразно перейти к аналоговому представлению сигнала. Для этих целей необходимо существенно увеличить дискретизацию сигнала, например от используемых 24 выборок на период основной гармоники перейти к 128 выборкам. В этом случае сигнал, оставаясь по форме дискретным, приближается к аналоговому, что

позволяет воспользоваться более удобным для анализа интегральным преобразованием Фурье.

Характер переходного процесса зависит от момента появления гармонического сигнала, т. е. от его фазы. Наиболее характерен переходный процесс при входных воздействиях с фазой $\varphi = 0$ или $\varphi = \pi/2$, поэтому в качестве входных гармонических воздействий целесообразно использовать сигналы вида $x(t) = \sin \omega t$ или $x(t) = \cos \omega t$ [4]. Как показывают проведенные исследования, наибольшее значение k_{kmax} получается при косинусоидальном входном сигнале $x(t) = \cos \omega t$.

При использовании интегрального преобразования Фурье амплитуда сигнала X_m определяется по амплитудным синусной X_{ms} и косинусной X_{mc} ОС по следующим выражениям:

$$\begin{aligned} X_{mc} &= \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos \omega t dt; \\ X_{ms} &= \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin \omega t dt; \\ X_m &= \sqrt{X_{mc}^2 + X_{ms}^2}, \end{aligned} \quad (9)$$

где T – период основной частоты.

Значение базового корректирующего коэффициента k_k определяется как отношение квадрата входного сигнала

$$X_{md}^2 = \frac{2}{T} \int_0^T x(t)^2 dt \quad (10)$$

к квадрату сигнала основной гармоники согласно выражению

$$k_k = \frac{X_{md}^2}{X_{ms}^2 + X_{mc}^2}. \quad (11)$$

Тогда применительно к сигналу вида $x(t) = \cos \omega t$ величины, входящие в выражение (11), определяются как [5]:

$$\begin{aligned} X_{md}^2 &= \frac{2}{T} \int_0^T \cos^2 \omega t dt = \frac{2\omega t + \sin 2\omega t}{2\omega T}; \\ X_{mc}^2 &= \left[\frac{2}{T} \int_0^T \cos^2 \omega t dt \right]^2 = \frac{(2\omega t + \sin 2\omega t)^2}{(2T\omega)^2}; \\ X_{ms}^2 &= \left[\frac{2}{T} \int_0^T \cos \omega t \sin \omega t dt \right]^2 = \frac{\sin^4 \omega t}{(T\omega)^2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Окончательно значение базового корректирующего коэффициента

$$k_k(t) = \frac{2\omega T(2\omega t + \sin 2\omega t)}{4\sin^4 \omega t + (2\omega t + \sin 2\omega t)^2}. \quad (13)$$

Аналитическое определение максимума функции $k_k(t)$ по выражению (13) является непростой задачей. Поэтому в диапазоне времени $0,005 \leq t \leq 0,02$ с, когда происходит интенсивное нарастание сигнала, построен график изменения $k_k(t)$ (рис. 2), показывающий, что в указанном диапазоне значения $k_{k\max} = 3,2$ (кривая 1).

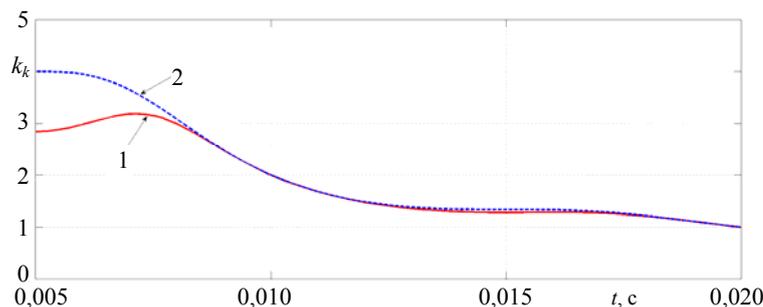


Рис. 2. Изменение базового корректирующего коэффициента

Fig. 2. Changing the basic correction factor

Для приближенного аналитического определения максимума базового коэффициента $k_{k\max}$ можно пренебречь первым членом в знаменателе выражения (13), что несущественно повлияет на результат, но значительно упростит выражение:

$$k_k(t) = \frac{2\omega T}{2\omega t + \sin 2\omega t} = \frac{4\pi}{2\omega t + \sin 2\omega t}. \quad (14)$$

При исследовании на экстремум функции (14) определено ее максимальное значение $k_{k\max} = 4$ и построена соответствующая зависимость (рис. 2, кривая 2).

Таким образом, значение $k_{k\max} = 4$ можно рекомендовать в качестве максимального значения базового корректирующего коэффициента. Все остальные выбросы $k_{k\max} > 4$ могут возникать в первые моменты коммутации, когда в ЦФ происходит замещение данных доаварийных выборок аварийными. При аналоговом представлении базового коэффициента большие значения коэффициента k_k получаются при нулевых или близких к ним величинах сигнала основной гармоники, т. е. когда знаменатель выражения (11) стремится к нулю.

Анализ выражения (14) показывает, что в диапазоне времени $0,0 \leq t \leq 0,02$ с значения базового коэффициента k_k не могут превышать 1. Это означает, что переходные характеристики входного сигнала и основной гармоники не пересекаются, т. е. выполняется необходимое условие реализуемости предлагаемого ЦУФОС.

Для определения характера изменения входного сигнала $x(t)$ формируется признак n , которому соответствуют три характерных участка кривой,

представленной на рис. 3: 1 – сигнал возрастает; 2 – сигнал не изменяется; 3 – сигнал снижается. Так, участку 1 присваивается признак $n = 1$, участку 2 – признак $n = 0$, участку 3 – признак $n = -1$. Определение признака n происходит в два этапа.

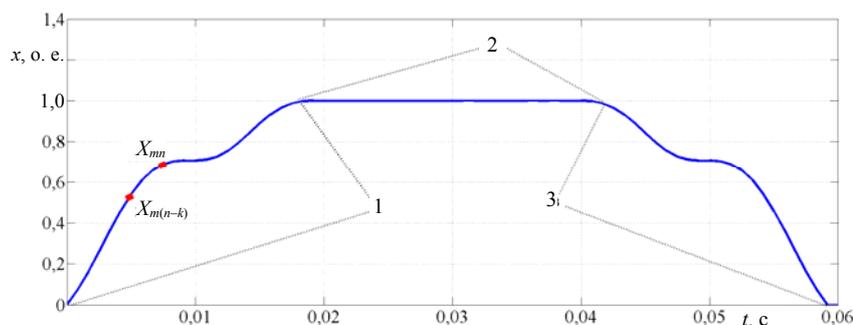


Рис. 3. Переходная характеристика цифрового фильтра

Fig. 3. Digital filter transient response

На первом этапе объединяются участки 1, 2 и им присваивается промежуточный признак $n_1 = 1$, участку 3 – промежуточный признак $n_1 = -1$. Далее фиксируются два смежных амплитудных значения основной гармоники входного сигнала X_{mn} и $X_{m(n-k)}$, по которым вычисляется параметр P_1

$$P_1 = \frac{X_{mn}}{X_{m(n-k)}}(1 + \varepsilon), \quad (15)$$

где постоянная $0 < \varepsilon \leq 0,1$ обеспечивает отстройку от кратковременных провалов амплитудных значений сигнала основной гармоники.

Если выполняется условие $P_1 \geq 1$, это соответствует объединенным участкам 1 и 2 (сигнал нарастает либо не изменяется) с присвоением промежуточного признака $n_1 = 1$, в противном случае по промежуточному признаку $n_1 = -1$ идентифицируется участок 3.

На втором этапе объединяются участки 3, 2, для них вырабатывается промежуточный признак $n_2 = -1$, участку 1 присваивается $n_2 = 1$ и вычисляется параметр P_2

$$P_2 = \frac{X_{mn}}{X_{m(n-k)}}(1 - \varepsilon). \quad (16)$$

Объединенные участки 3, 2 определяются по условию $P_2 \leq 1$ при промежуточном признаке $n_2 = -1$, в противном случае $n_2 = 1$, что соответствует участку 1.

Результирующий признак определяется по выражению

$$n = \frac{n_1 + n_2}{2}. \quad (17)$$

Все этапы определения характера изменения сигнала по рассмотренной выше методике сведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры и признаки определения характера изменения входного сигнала
Parameters and signs for determining the nature of changes in the input signal

| Параметр | | Признак | | | Номер участка |
|--------------|--------------|---------|-------|-----|---------------|
| P_1 | P_2 | n_1 | n_2 | n | |
| $P_1 \geq 1$ | $P_2 > 1$ | 1 | 1 | 1 | 1 |
| $P_1 \geq 1$ | $P_2 \leq 1$ | 1 | -1 | 0 | 2 |
| $P_1 < 1$ | $P_2 \leq 1$ | -1 | -1 | -1 | 3 |

При известном базовом корректирующем коэффициенте k_{kn} результирующий корректирующий коэффициент определяется как

$$k_{rn} = 0,5(|n| + n)k_{kn} + 0,5(|n| - n) \frac{1}{k_{kn}} + 1 - |n|. \quad (18)$$

Численное значение k_{rn} для произвольной выборки n рассчитывается по величине базового корректирующего коэффициента k_{kn} для этой же выборки с учетом характера изменения сигнала. В случае нарастания сигнала ($n = 1$) результирующий корректирующий коэффициент принимает значение базового корректирующего коэффициента $k_{rn} = k_{kn}$, при его неизменном состоянии ($n = 0$) коэффициент $k_{rn} = 1$, т. е. совпадает с характеристиками ЦФ на основе ДПФ, а при спаде сигнала ($n = -1$) приобретает значение, обратное величине базового корректирующего коэффициента $k_{rn} = \frac{1}{k_{kn}}$.

На рис. 4 представлена структурная схема ЦУФОС эквивалентного сигнала, в каждом блоке которой выполняется определенное преобразование сигнала или реализуется математическое выражение в соответствии с рассмотренной выше методикой.

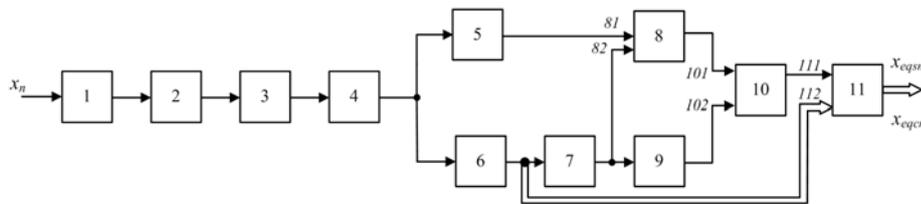


Рис. 4. Структурная схема цифрового устройства формирования ортогональных составляющих эквивалентного сигнала в микропроцессорных защитах

Fig. 4. Block diagram of a digital device for the formation of orthogonal components of an equivalent signal in microprocessor protections

Входной сигнал x_n от измерительного трансформатора тока (на рис. 4 отсутствует) защищаемого объекта поступает на вход блока (1) входного преобразователя, выходной сигнал которого пропорционален x_n . Блок (2) фильтра нижних частот ограничивает спектр входного сигнала. Аналого-цифровой преобразователь (3) формирует последовательность выборок из поступающего на его вход выходного сигнала фильтра нижних частот с шагом дискретизации $\Delta t = T/N$.

Полученные на выходе аналого-цифрового преобразователя (3) выборки на протяжении всего периода наблюдения после включения ЦУФОС поступают в буфер оперативного запоминающего устройства (4), формируя окно наблюдения.

Выборки сигнала, хранящиеся в буфере, поступают на входы: блока (5) определения амплитудного значения входного сигнала, по которым в соответствии с выражением (6) определяется X_{mnd} , и блока (6) формирования ортогональных составляющих основной гармоники входного сигнала, где в соответствии с выражением (1) вычисляются ОС основной гармоники входного тока x_{sn} , x_{cn} .

На вход блока (7) определения амплитудного значения основной гармоники входного сигнала подаются ОС x_{sn} , x_{cn} , по которым вычисляется амплитудное значение основной гармоники входного сигнала X_{mn} в соответствии с выражением (3).

На входы 81 и 82 блока (8) определения базового значения корректирующего коэффициента поступают соответственно амплитудные значения входного сигнала X_{mnd} и его первой гармоники X_{mn} .

По указанным параметрам согласно выражению (8) вычисляется базовое значение корректирующего коэффициента k_{kn} .

В блоке (9) определения характера изменения входного сигнала по двум смежным амплитудным значениям входного сигнала, поступающим из блока (7) определения амплитудного значения основной гармоники входного сигнала, и постоянной ϵ вычисляются по выражениям (15), (16) параметры P_1 и P_2 . В зависимости от знаков последних формируются показатели изменения сигнала n согласно табл. 1.

На входы 101 и 102 блока (10) определяющего результирующее значение корректирующего коэффициента из блока (8) определения базового значения корректирующего коэффициента и блока (9) определения характера изменения входного сигнала соответственно поступают значения базового корректирующего коэффициента k_{kn} и признака n , по которым согласно выражению (18) вычисляется результирующий корректирующий коэффициент k_{rn} .

Рассчитанный выше результирующий корректирующий коэффициент k_{rn} подается на вход 111 блока (11) формирования ортогональных составляющих эквивалентного сигнала x_{eqcn} , x_{eqsn} , на вход 112 которого с выхода блока (6) формирования ортогональных составляющих основной гармоники входного сигнала поступают ОС основной гармоники входного сигнала x_{cn} , x_{sn} , каждая из которых умножается на результирующее значение корректирующего коэффициент k_{rn} согласно выражению (4).

По значениям ОС эквивалентного сигнала x_{eqcn} , x_{eqsn} с использованием выражения, аналогичного (3), вычисляется амплитудное значение эквивалентного сигнала X_{meqn} (на схеме не показано).

Все блоки и элементы структурной ЦУФОС эквивалентного сигнала могут быть реализованы по известным схемам с использованием средств микроэлектронной и микропроцессорной техники.

Моделирование

Оценка эффективности предлагаемого метода формирования ОС входных сигналов проводилась с использованием цифровой модели, реализованной в среде динамического моделирования MatLab-Simulink.

В структуру указанной модели входят элементы, обеспечивающие реализацию алгоритма получения ОС [6–8] в соответствии с рассмотренной выше схемой (рис. 4). Моделирование блоков и элементов цифровой структуры выполнено с применением методов и правил, использовавшихся в [9–11].

Укрупненно модель содержит составные блоки, в которых моделируется работа основных элементов ЦУФОС: входного преобразователя, фильтра нижних частот, аналого-цифрового преобразователя, базового и дополнительных фильтров, признаков и коэффициентов, определяющих характер изменения сигнала, базового и результирующего корректирующих коэффициентов, а также вычислительных блоков, на выходах которых формируются ОС эквивалентного сигнала x_{eqn} , x_{eqsn} .

Результаты исследования

Проверка работоспособности и эффективности предложенного метода формирования ОС входных сигналов в микропроцессорных защитах осуществлялась с использованием тестовых воздействий в форме синусоидальных сигналов с различными амплитудами и фазами.

На рис. 5 представлены результаты функционирования предлагаемого ЦУФОС (кривая 1) в сравнении с ЦФ, реализованным с использованием ДПФ (кривая 2), при их включении на синусоидальное входное воздействие единичной амплитуды с частотой 50 Гц (кривая 3).

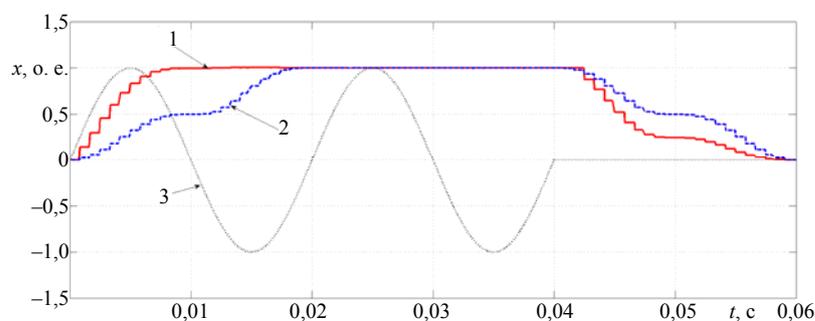


Рис. 5. Результаты функционирования моделей цифровых фильтров

Fig. 5. Results on functioning of digital filter models

Время установления амплитудного значения эквивалентного сигнала X_{meqn} составляет менее 0,5 периода промышленной частоты, что более чем в два раза быстрее, чем у ЦФ на основе ДПФ. В установившемся режиме оба устройства функционируют идентично. Однако при спаде сигнала предлагаемое ЦУФОС возвращается в исходное состояние быстрее.

Для проверки правильности определения амплитуды эквивалентного сигнала основной гармоники (рис. 6, кривая 1) из незатухающего гармонического воздействия использовался сигнал (кривая 2) вида $x(t) = \sin \omega t + 2 \sin 2\omega t + 3 \sin 3\omega t$. Необходимо отметить, что по сравнению с более ранними реализациями ЦУФОС [3, 11] предлагаемое устройство, благодаря

улучшенному алгоритму определения характера изменения входного сигнала, практически за период промышленной частоты выделяет основную гармонику из сильно зашумленного сигнала.

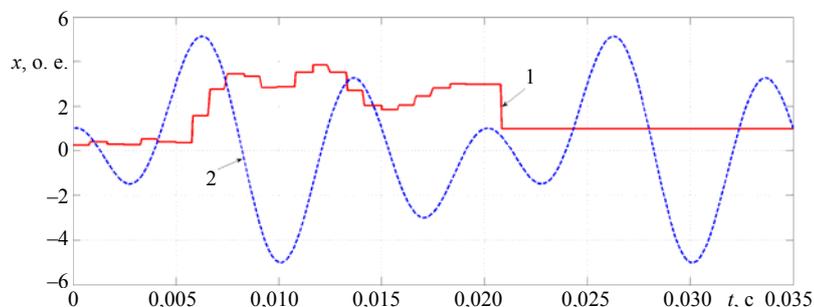


Рис. 6. Выделение основной гармоники цифровым устройством формирования ортогональных составляющих из сложного гармонического сигнала

Fig. 6. Isolation of the fundamental harmonic by a digital device for the formation of orthogonal components from a complex harmonic signal

На рис. 7 приведены результаты расчетов при сложном гармоническом входном воздействии, имитирующем функционирование ЦУФОС и ЦФ на основе ДПФ в различных режимах работы сети: нормальный режим – возникновение КЗ – установившийся режим – отключение КЗ – бестоковая пауза – успешное автоматическое повторное включение.

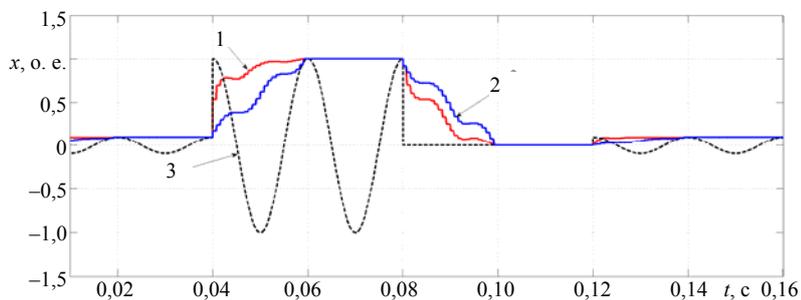


Рис. 7. Функционирование формирователя ортогональных составляющих при сложном гармоническом входном воздействии

Fig. 7. Functioning of the orthogonal component generator under complex harmonic input action

На рис. 8 показано, как изменяются значения базовых корректирующих коэффициентов (ограниченного и неограниченного) для вышеуказанных режимов.

В промежутке времени $t = 0,00-0,04$ с моделируется доаварийный режим. В момент времени $t = 0,04$ с происходит трехфазное КЗ – аварийный режим. При этом время нарастания выходных сигналов рассматриваемых моделей в переходном режиме различное: у предлагаемого ЦУФОС выходной сигнал нарастает быстрее (кривая 1) и располагается выше выходного сигнала ЦФ на основе ДПФ (кривая 2). Так продолжается до момента времени $t = 0,06$ с, когда заканчивается переходный процесс.

В момент времени $t = 0,08$ с КЗ отключается и сигналы обоих устройств спадают до нуля, при этом скорость спадания у ЦУФОС существенно выше. Далее наступает бестоковая пауза, а затем в момент времени $t = 0,12$ с происходит успешное автоматическое повторное включение и амплитуды обоих сигналов возвращаются к доаварийному уровню.

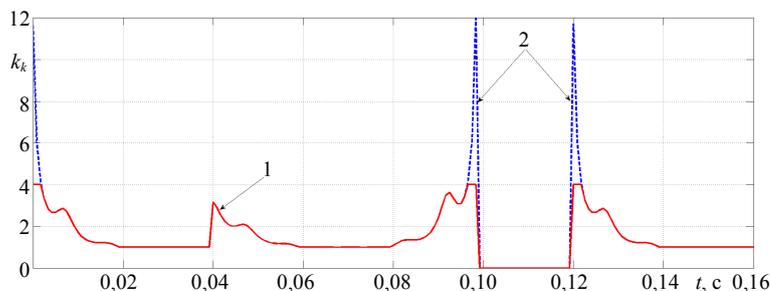


Рис. 8. Изменение во времени значений базовых корректирующих коэффициентов

Fig. 8. Change over time in the values of the basic correction factors

На рис. 8 приведено синхронизированное по времени с рис. 7 изменение значений базовых корректирующих коэффициентов k_{kn} – ограниченно по уровню (кривая 1) и неограниченного (кривая 2). Как видно из рис. 8, любая коммутация с нулевого уровня или до него сопровождается значительным повышением значения корректирующего коэффициента (кривая 2), что подтверждает необходимость его ограничения. При возникновении непосредственно аварийного режима – трехфазного КЗ, начинающегося с уровня нагрузочного режима в момент времени $t = 0,04$ с (кривая 1), корректирующий коэффициент ($k_{kn} = 3,2$) не превышает значения, определенного выражением (13).

ВЫВОДЫ

1. Предложенный быстродействующий метод формирования ортогональных составляющих входных сигналов может быть использован как в токовых цепях, так и в цепях напряжения микропроцессорных защит.

2. Цифровое устройство формирования ортогональных составляющих эквивалентного сигнала на основе предложенного метода по сравнению с формирователем, использующим дискретное преобразование Фурье, обладает повышенным быстродействием как в режиме возрастания, так и при спаде контролируемого сигнала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шнеерсон, Э. М. Цифровая релейная защита / Э. М. Шнеерсон. М.: Энергоатомиздат, 2007. 594 с.
2. Schweitzer III, E. O. Filtering for Protective Relays / E. O. Schweitzer III, D. Hou // WESCANEX 93. Communications, Computers and Power in the Modern Environment. Conference Proceedings. IEEE, 1993. P. 15–23. <https://doi.org/10.1109/wescan.1993.270548>.
3. Методика повышения быстродействия измерительных органов микропроцессорных защит электроустановок / Ф. А. Романюк [и др.] // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2019. Т. 62, № 5. С. 403–412. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-5-403-412>.

4. Ванин, В. К. Релейная защита на элементах вычислительной техники / В. К. Ванин, Г. М. Павлов. М.: Энергоатомиздат, 1991. 336 с.
5. Бронштейн, И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. М.: Наука, Главная ред. физ.-мат. лит., 1986. 544 с.
6. SimPowerSystems. User's Guide. Version 5. The MathWorks, 2011.
7. Черных, И. В. Моделирование электротехнических устройств в MatLab, SimowerSystems и Simulink / И. В. Черных. М.: ДМК Пресс; СПб.: Питер, 2011. 288 с.
8. Дэбни, Дж. Simulink 4. Секреты мастерства / Дж. Дэбни, Т. Харман; пер. с англ. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2003. 403 с.
9. Измерительный орган тока для функционирования в условиях глубокого насыщения магнитопровода трансформатора тока: пат. 20808 Респ. Беларусь: МПК (2006.01) Н 02Н 3/08 / Ю. В. Румянцев, Ф. А. Романюк, В. Ю. Румянцев, И. В. Новаш. Оpubл. 28.02.2017.
10. Цифровой измерительный орган тока для функционирования в условиях глубокого насыщения трансформатора тока / Ю. В. Румянцев [и др.] // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2018. Т. 61, № 6. С. 483–493. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2018-61-6-483-493>.
11. Формирование ортогональных составляющих входных сигналов в микропроцессорных защитах / Ф. А. Романюк [и др.] // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2020. Т. 63, № 4. С. 328–339. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-4-328-339>.

Поступила 05.01.2021 Подписана в печать 09.03.2021 Опубликована онлайн 30.03.2021

REFERENCES

1. Schneerson E. M. (2007) *Digital Relay Protection*. Moscow, Energoatomizdat Publ. 594 (in Russian).
2. Schweitzer III E. O., Hou D. (1993) Filtering for Protective Relays. *WESCANEX 93. Communications, Computers and Power in the Modern Environment. Conference Proceedings. IEEE*, 15–23. <https://doi.org/10.1109/wescan.1993.270548>.
3. Romaniuk F. A., Rumiantsev V. Yu., Novash I. A., Rumiantsev Yu. V. (2019) Technique of Performance Improvement of the Microprocessor-Based Protection Measuring Element. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of the CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 62 (5), 403–412. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-5-403-412> (in Russian).
4. Vanin V. K., Pavlov G. M. (1991) *Relay Protection on the Elements of Computer Technology*. Moscow, Energoatomizdat Publ. 336 (in Russian).
5. Bronstein I. N., Semendyayev K. A. (1986) *Handbook of Mathematics for Engineers and Students of Technical Universities*. Moscow, Nauka Publ. Main Editorial Office of Physical and Mathematical Literature. 544 (in Russian).
6. *SimPowerSystems. User's Guide. Version 5*. (2011) The MathWorks.
7. Chernykh I. V. (2011) *Modeling of Electrical Devices in MatLab, SimowerSystems and Simulink*. Moscow, DМК Press Publ; Saint-Petersburg, Piter Publ. 288 (in Russian).
8. Dabney J., Harman T. (2003) *Simulink 4. Mastering Secrets*. Moscow, BINOM Publ. 403 (in Russian).
9. Rumiantsev Yu. V., Romaniuk F. A., Rumiantsev V. Yu., Novash I. V. (2017) *Current Measuring Element for Operation under Conditions of Deep Saturation of Magnetic Circuit of Current Transformer*. Patent No 20808 Republic of Belarus (in Russian).
10. Rumiantsev Yu. V., Romaniuk F. A., Rumiantsev V. Yu., Novash I. V. (2018) Digital Current Measurement Element for Operation During Current Transformer Severe Saturation. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of the CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 61 (6), 483–493. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2018-61-6-483-493> (in Russian).
11. Romaniuk F. A., Rumiantsev V. Yu., Rumiantsev Yu. V., Kachenya V. S. (2020) Orthogonal Components Forming of the Microprocessor-Based Protection Input Signals. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of the CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 63 (4), 328–339. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-4-328-339> (in Russian).

Received: 5 January 2021

Accepted: 9 March 2021

Published online: 30 March 2021

<https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-2-109-120>

УДК 621.315.176

Механический расчет гибких токопроводов с учетом отпайк к электрическим аппаратам

Ю. В. Бладыко¹⁾, Е. Г. Пономаренко¹⁾

¹⁾Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2021
Belarusian National Technical University, 2021

Реферат. Предложена методика механического расчета гибких проводов распределительного устройства при наличии одной отпайки к электрическому аппарату, расположенной в середине пролета, с учетом ее реального расположения. Принимаются во внимание наличие натяжных гирлянд изоляторов, разные высоты подвеса проводов. Нагрузки на токопровод и отпайку зависят от климатического режима, ветровых и гололедных условий, а также изменения температуры. Переход к другому климатическому режиму выполняется решением уравнения состояния с учетом коэффициентов горизонтальной и вертикальной нагрузки данного и исходного режимов. Приводятся формулы для определения коэффициентов нагрузки, учитывающих весовые, ветровые и гололедные нагрузки на провода и гирлянды изоляторов, а также наклон пролета. Расчеты производятся для каждого климатического режима исходя из реального расположения отпайки к электрическому аппарату и усилий от нее на ошиновку. Показано хорошее совпадение результатов, полученных по предложенной методике и с помощью компьютерной программы. Приведены формулы для расчета стрелы провеса и горизонтальных отклонений токопроводов при расположении отпайки в середине пролета. Предложена методика определения составляющих усилий на ошиновку от отпайки с учетом ее реального расположения в распределительном устройстве. Даны формулы расчета этих составляющих для разных вариантов ориентации отпайки. Знание значений составляющих сосредоточенных сил от отпайки позволяет повысить точность расчета стрел провеса и тяжелых токопроводов распределительных устройств. Приведены формулы для определения коэффициентов увеличения стрелы провеса с учетом составляющих сил от отпайки.

Ключевые слова: стрела провеса, тяжение, гирлянды изоляторов, уравнение состояния, пролет, отпайка, коэффициент нагрузки

Для цитирования: Бладыко, Ю. В. Механический расчет гибких токопроводов с учетом отпайк к электрическим аппаратам / Ю. В. Бладыко, Е. Г. Пономаренко // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2021. Т. 64, № 2. С. 109–120. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-2-109-120>

Mechanical Calculation of Flexible Wires Taking into Account Taps to Electrical Apparatuses

Y. V. Bladyko¹⁾, E. G. Ponomarenko¹⁾

¹⁾Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. A method is proposed for the mechanical calculation of flexible wires of substation in the presence of one tap to an electrical apparatus located in the middle of the span, taking into

Адрес для переписки

Бладыко Юрий Витальевич
Белорусский национальный технический университет
просп. Независимости, 65/2,
220013, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 292-71-93
eic@bntu.by

Address for correspondence

Bladyko Yuri V.
Belarusian National Technical University
65/2, Nezavisimosty Ave.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 292-71-93
eic@bntu.by

account its real location. The technique takes into account the presence of tension insulator strings, different heights of the suspension of wires. The loads on the conductor and tap depend on the climatic regime and take into account wind and icy conditions, as well as temperature changes. The transition to another climatic regime is performed by solving the equation of state, taking into account the coefficients of the horizontal and vertical load of the given and initial regimes. Formulas are given for calculating load factors that take into account weight, wind and ice cover loads on wires and insulator strings, as well as the slope of the span. They are calculated for each climatic mode based on the actual location of the tap to the electrical apparatus and the forces from it to the busbar. It is shown that the calculation results are in good agreement with the proposed method and the computer program. Formulas are given for calculating the sag and horizontal deviations of the wires when the tap is located in the middle of the span. A method is proposed for calculating the components of the forces on the busbar from the tap, taking into account its real location in substation. Formulas for calculating these components are given for different variants of the tap orientation. Knowledge of the values of the components of concentrated forces from the tap allows to increase the accuracy of calculating the sag and tension of the substation wires. Formulas are given for calculating the coefficients of increasing the sag, taking into account the components of the forces from the tap.

Keywords: sag, tension, insulator strings, equation of state, span, tap, load factor

For citation: Bladyko Y. V., Ponomarenko E. G. (2021) Mechanical Calculation of Flexible Wires Taking into Account Taps to Electrical Apparatuses. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 64 (2), 109–120. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-2-109-120> (in Russian)

Введение

Механическому расчету гибких токопроводов распределительных устройств (РУ), воздушных линий и тросов с сосредоточенными нагрузками от распорок, заградительных шаров, гирлянд изоляторов, отпаек к электрическим аппаратам посвящены работы [1–14]. В последние годы интерес вырос к инженерным методикам определения стрел провеса и тяжений [1–8]. В [1] рассматривается наличие сосредоточенных нагрузок, равномерно размещенных в пролете. Показано, что самые большие погрешности от их замены на распределенные нагрузки вдоль пролета имеют место при одной сосредоточенной силе. В [2] учтены натяжные гирлянды изоляторов, наклонный пролет, ветровые нагрузки. Работы [3, 4] рассматривают в качестве сосредоточенных сил заградительные шары, статья [5] – распорки. Различие в натяжных гирляндах изоляторов вносит коррективы в механический расчет [6, 7]. Большое внимание уделяется горизонтальным составляющим усилий от ветра на конструктивные элементы РУ [8]. В проектной практике рекомендовано принимать направление ветра в сторону действия горизонтальных сосредоточенных сил, так как в этом случае получаются наибольшие горизонтальные отклонения и коэффициенты нагрузки [8]. Напротив, снижение коэффициентов горизонтальной нагрузки происходит при разгрузке токопровода от встречных направлений действия ветра и горизонтальных сосредоточенных сил [8]. При отсутствии ветра предлагается пользоваться формулами расчета горизонтальных отклонений и нагрузки после нахождения произведений коэффициента увеличения горизонтальных отклонений и горизонтальной составляющей коэффициента нагрузки на погонную нагрузку [8]. Показано хорошее совпадение результатов, полученных по методике, принятой в проектной

практике, и с помощью разработанной в БНТУ компьютерной программы MR21 [9–13]. Полученные программой значения сосредоточенных сил взяты для инженерной методики [9]. Погрешность возрастает с увеличением длины гирлянды и объясняется различием в ее учете. Согласно сделанному в [9] выводу, инженерная методика, принятая в проектной практике, дает приемлемый результат, если будут точно определены составляющие сосредоточенных усилий от отпаяк. В компьютерной программе учитывается реальное расположение отпаяк в РУ [9–13].

Цель данной статьи – дальнейшее развитие инженерного метода механического расчета гибкой ошиновки РУ с учетом влияния усилий от отпайки к электрическому аппарату, а также определение составляющих этих сил.

Методика механического расчета гибких проводов при наличии одной отпайки в середине пролета

Расчетная схема пролета для вертикальной плоскости xOy , где Q_1 – вес провода; Q_r – вес гирлянды, представлена на рис. 1. Точно такая схема будет и для горизонтальной плоскости xOz , в которой действует горизонтальная составляющая усилия от отпайки P_z .

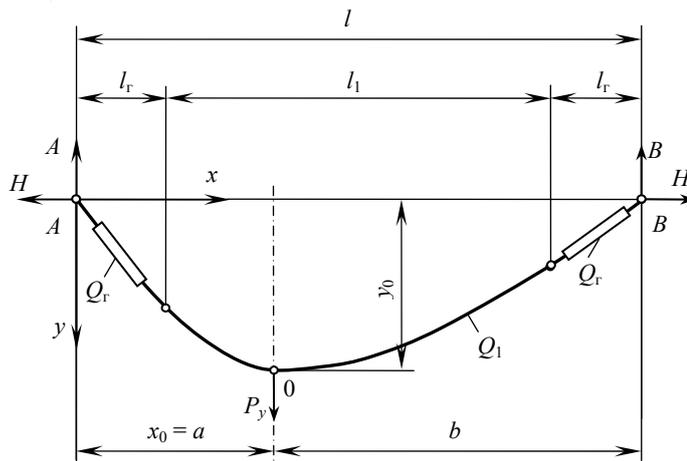


Рис. 1. Расчетная схема пролета: A, B – точки крепления ошиновки к опорам;
0 – точка крепления отпайки

Fig. 1. An estimated span scheme: A, B – points of the fixing busbar to the pillars;
0 – point of fixing the tap

В общем случае для любого пролета при одной отпайке, расположенной в середине пролета $a = b = 0,5l$, максимальные стрелы провеса [4] относительно линии, соединяющей точки подвеса провода, рассчитываются следующим образом:

$$y_0 = \frac{q_y l^2 K_{fy}}{8H}; \quad z_0 = \frac{q_z l^2 K_{fz}}{8H}, \quad (1)$$

где y_0 – максимальная стрела провеса в вертикальной плоскости; z_0 – максимальное горизонтальное отклонение провода; q_y – погонный вес провода

с учетом возможного гололеда на нем; q_z – погонная нагрузка от ветра на провод, покрытый гололедом; l – длина пролета; H – тяжесть провода (горизонтальная составляющая); K_{fy} , K_{fz} – коэффициенты увеличения стрелы провеса и горизонтального отклонения, обусловленные наличием отпайки и гирлянд изоляторов [2, 4]:

$$K_{fy} = \frac{1 + 4\delta_y + 2K_{Py}}{\cos\theta}; \quad K_{fz} = \frac{1 + 4\delta_z + 2K_{Pz}}{\cos\theta}; \quad (2)$$

δ_y , δ_z – коэффициенты, учитывающие наличие натяжных гирлянд изоляторов:

$$\delta_y = \left(\frac{q_{gy}}{q_y} - 1 \right) \left(\frac{l_0}{l} \right)^2 = (K_{By} - 1) K_r^2; \quad \delta_z = \left(\frac{q_{gz}}{q_z} - 1 \right) \left(\frac{l_0}{l} \right)^2 = (K_{Bz} - 1) K_r^2; \quad (3)$$

q_{gy} – погонный вес гирлянды изоляторов с гололедом на ней; q_{gz} – погонная нагрузка от ветра на гирлянду изоляторов, покрытую гололедом; $l_0 = l_r \cos\theta$ – проекция гирлянды на горизонтальную ось; l_r – длина натяжной гирлянды изоляторов;

$K_{By} = \frac{q_{gy}}{q_y}$; $K_{Bz} = \frac{q_{gz}}{q_z}$ – кратность веса и горизонтальных нагрузок от ветра натяжной гирлянды изоляторов относительно нагрузок провода;

$K_r = \frac{l_0}{l} = \frac{l_r \cos\theta}{l}$ – то же длины натяжной гирлянды изоляторов относительно длины пролета;

$K_{Py} = \frac{P_y \cos\theta}{q_y l}$; $K_{Pz} = \frac{P_z \cos\theta}{q_z l}$ – коэффициенты сосредоточенных сил от отпайки; P_y , P_z – сосредоточенные силы от отпайки по осям y и z ; θ – угол наклона пролета: $\operatorname{tg}\theta = h/l$; h – разность высот подвеса проводов: $h = H_A - H_B$; H_A , H_B – высоты подвеса провода на опорах A и B .

Для расщепленных проводов берутся суммарные погонные нагрузки на фазу, при наличии нескольких цепей гирлянд – суммарные погонные весовые и ветровые нагрузки. Гололед на ошиновке увеличивает не только весовые показатели, но и ветровую нагрузку на провода и гирлянды [4].

Как погонные нагрузки, так и сосредоточенные силы от отпайки берутся со знаком, зависящим от их направления относительно осей координат. Принято направление скорости ветра, совпадающее с осью z .

При подвесе токопровода на одинаковой высоте: $H_A = H_B$; $h = 0$; $\theta = 0$; $\cos\theta = 1$.

Уравнение состояния провода записывается в виде [4]

$$\frac{\alpha_y H}{\cos\theta} - \frac{\left[(q_y K_y)^2 + (q_z K_z)^2 \right] l^2 k_\phi^2}{24 H^2} + \alpha t =$$

$$= \frac{\alpha_y H_0}{\cos \theta} - \frac{\left[(q_{y0} K_{y0})^2 + (q_{z0} K_{z0})^2 \right] l^2 k_{\varphi 0}^2}{24 H_0^2} + \alpha t_0, \quad (4)$$

где $\alpha_y = \frac{1}{EA}$ – коэффициент упругого удлинения провода; E – модуль

упругости провода; A – сечение провода; $k_{\varphi} = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta \sin^2 \varphi}$; $\operatorname{tg} \varphi = \frac{q_z K_z}{q_y K_y}$;

α – коэффициент температурного удлинения провода; t – температура провода; K_y, K_z – коэффициенты вертикальной и горизонтальной нагрузки:

$$K_y^2 = (1 - 2K_r)(1 + 4K_r) + \frac{1}{1 - 2K_r} \left[12K_{By} K_r^2 \left(1 - 2K_r + \frac{2}{3} K_{By} K_r \right) + 3K_{Py} (1 + 4\delta_y) + 3K_{Py}^2 \right]; \quad (5)$$

$$K_z^2 = (1 - 2K_r)(1 + 4K_r) + \frac{1}{1 - 2K_r} \left[12K_{Bz} K_r^2 \left(1 - 2K_r + \frac{2}{3} K_{Bz} K_r \right) + 3K_{Pz} (1 + 4\delta_z) + 3K_{Pz}^2 \right]. \quad (6)$$

В формуле (4) с индексом 0 используются параметры исходного режима, без него – рассчитываемого.

Сложность в применении вышеизложенных формул заключается в том, что неизвестны составляющие усилий от отпайки P_y и P_z , зависящие от реального расположения отпайки, ее натяжения, которое в свою очередь зависит от координат точки крепления. В программе MR21 [9–13] это решается итерационным путем.

Расчет составляющих усилий на ошиновку от отпайки в середине пролета

Ниже приводятся формулы для оценки усилий от отпайки в середине пролета.

Допускается, что отпайка к электрическому аппарату выполнена тем же проводом, что и токопровод РУ, и на нее действуют те же распределенные нагрузки от веса, гололеда и ветра. Отпайку можно рассматривать как гибкую нить с малой стрелой провеса [14]. Тогда усилия на ошиновку и аппарат можно приравнять к реакциям балочной модели на точки крепления. Для первого приближения предлагается использовать выражения:

$$P_y = q_y \sqrt{z_C^2 + \left(\frac{H_A + H_B}{2} - H_{\text{ан}} \right)^2}; \quad (7)$$

$$P_z = q_z \sqrt{z_C^2 + \left(\frac{H_A + H_B}{2} - H_{\text{ан}} \right)^2}, \quad (8)$$

где z_C – горизонтальное расстояние от оси пролета до электрического аппарата (со знаком «плюс» при направлении отпайки по оси z , со зна-

ком «минус» – в противоположном направлении); $H_{\text{ап}}$ – высота электрического аппарата.

Расчетная схема отпайки к электрическому аппарату, где D – точка с максимальной стрелой провеса; H_C – тяжение в отпайке; R – реакция от отпайки на точки крепления; Q_C – вес отпайки; h_C – разница высот подвеса точек 0 – C ; l_0 – расстояние между точками 0 – C , представлена на рис. 2.

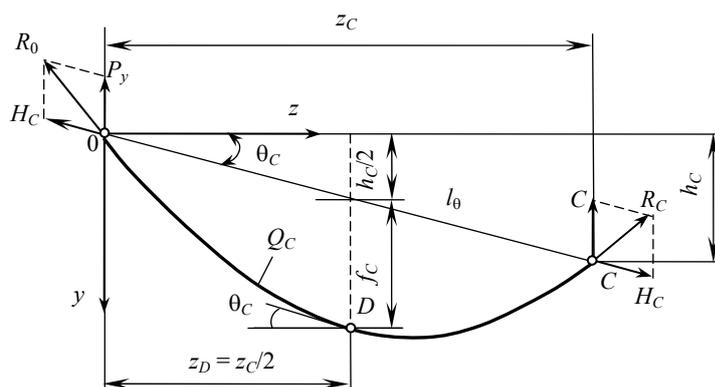


Рис. 2. Расчетная схема отпайки к электрическому аппарату:

0 – точка крепления отпайки к токопроводу; C – точка крепления отпайки к аппарату

Fig. 2. An estimated scheme of a tap to an electrical apparatus:

0 – point of fixing the tap to the electrical conductor;

C – point of fixing the tap to an electrical apparatus

После предварительного расчета по формулам (1) составляющие можно уточнить:

$$P_y = q_y \sqrt{(z_C - z_0)^2 + \left(\frac{H_A + H_B}{2} - H_{\text{ап}} - y_0 \right)^2}; \quad (9)$$

$$P_z = q_z \sqrt{(z_C - z_0)^2 + \left(\frac{H_A + H_B}{2} - H_{\text{ап}} - y_0 \right)^2}, \quad (10)$$

либо по [14]:

$$P_y = \frac{q_y |z_C - z_0|}{2} \cdot \left[1 + \frac{0,5(H_A + H_B) - H_{\text{ап}} - y_0}{4f_C} \right]; \quad (11)$$

$$P_z = \frac{q_z [0,5(H_A + H_B) - H_{\text{ап}} - y_0]}{2} \cdot \left[1 + \frac{(z_C - z_0) \text{sign}(q_z)}{4f_C} \right], \quad (12)$$

где f_C – стрела провеса отпайки; $\text{sign}(q_z)$ – знак погонной нагрузки q_z .

Формулами (11), (12) можно воспользоваться, если известна стрела провеса отпайки.

Так как отпайки монтируются практически без натяжения, определение стрелы провеса затруднительно. При изменении климатического режима меняется положение отпайки и ее натяжение.

Длину отпайки ориентировочно можно определить по формуле [14]

$$L_C = \frac{|z_C - z_0|}{\cos \theta_C} + \frac{8}{3} \frac{f_C^2}{|z_C - z_0|} \cos^3 \theta_C, \quad (13)$$

где

$$\cos \theta_C = \frac{|z_C - z_0|}{l_\theta} = \frac{|z_C - z_0|}{\sqrt{(z_C - z_0)^2 + [0,5(H_A + H_B) - H_{\text{ан}} - y_0]^2}}.$$

При больших углах наклона пролета отпайки θ_C (рис. 2) и килевом расположении отпайки формулы (11)–(13) либо дают большую погрешность, либо ими вовсе нельзя воспользоваться.

При вертикальном расположении отпайки ($z_C = 0$):

$$P_y = q_y \left(\frac{H_A + H_B}{2} - H_{\text{ан}} - y_0 \right); \quad (14)$$

$$P_z = 0,5q_z \left(\frac{H_A + H_B}{2} - H_{\text{ан}} - y_0 \right). \quad (15)$$

Коэффициент 0,5 в формуле (15) связан с практическим равенством усилий на провод и электрический аппарат при воздействии ветра на отпайку.

Если провода отпайки отличаются от токопровода, например, числом расщепленных проводов или маркой, то в формулы (7)–(15) подставляются погонные нагрузки, действующие на отпайку в рассчитываемом климатическом режиме.

Результаты механического расчета ошиновки с отпайкой

Расчеты выполнялись для следующих исходных данных: длина пролета РУ $l = 30$ м, провод 264/34 ACSR с погонным весом $q_y = 0,98$ даН/м, площадью поперечного сечения $F = 297,8$ мм², модулем упругости $E = 7400$ даН/мм², тяжение в исходном режиме $H = 490$ даН, погонный вес гирлянд изоляторов $q_{\text{гв}} = 30$ даН/м, длина каждой натяжной гирлянды изоляторов $l_{\text{г}} = 2$ м. Высоты подвеса провода к порталам $H_A = H_B = 15$ м. Отпайка к электрическому аппарату крепится в середине пролета сборных шин ($a = l/2 = 15$ м) на расстоянии z_C от оси пролета, выполнена тем же проводом. Высота электрического аппарата $H_{\text{ан}} = 2$ м. Исходный климатический режим – без ветра и гололеда, температура $t = -5$ °С. В режиме максимального скоростного напора ветра принимается его скорость $v = 30$ м/с. В гололедном режиме скорость ветра $v = 15$ м/с, толщина стенки гололеда $b = 20$ мм. В режиме максимальной температуры последняя достигает $t = 50$ °С.

Результаты расчета по предложенной методике в сравнении с результатами, полученными компьютерной программой MR21 [13], приведены в табл. 1. При использовании формул (1)–(6) подставлялись значения силы отпайки P_y и P_z , рассчитанные программой MR21.

Таблица 1

Результаты расчетов

Calculation results

| № пп | Конфигурация отпайки | Климатические условия | Нагрузка на провод q_1/q_2 , даН/м | Нагрузка на гирлянду $q_{1г}/q_{2г}$, даН/м | Сила от отпайки по MR21 P_1/P_2 , даН | Коэффициент сосредоточенных сил $K_{г1}/K_{г2} (q_1 K_{г1})$ | Коэффициент нагрузки $K_1/K_2 (q_2 K_2)$ | Коэффициент увеличения стрелы провеса $K_{г1}/K_{г2} (q_2 K_{г2})$ | Тяжение H , даН | Максимум стрелы провеса y_0/z_0 , м | Тяжение по MR21 H , даН | Максимум стрелы провеса y_0/z_0 , м |
|------|----------------------|----------------------------------------|--------------------------------------|----------------------------------------------|-----------------------------------------|--------------------------------------------------------------|------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|-------------------|---------------------------------------|---------------------------|---------------------------------------|
| 1 | | $v = 0$ м/с, $b = 0$ мм, $t = -5$ °С | 0,98/0 | 30/0 | 15/4 | 0,510/(0,133) | 2,982/(0,248) | 2,547/(0,267) | 490 | 0,57/0,06 | 490 | 0,59/0,07 |
| 2 | $z_c = 10$ м | $v = 15$ м/с, $b = 20$ мм, $t = -5$ °С | 2,43/1,51 | 45/4,66 | 39/25 | 0,534/(0,553) | 2,536/2,081 | 2,380/2,142 | 1059 | 0,62/0,34 | 1043 | 0,63/0,35 |
| 3 | | $v = 30$ м/с, $b = 0$ мм, $t = -5$ °С | 0,98/1,22 | 30/16,31 | 17/19 | 0,578/(0,521) | 3,083/2,334 | 2,683/2,263 | 672 | 0,44/0,46 | 663 | 0,45/0,47 |
| 4 | | $v = 0$ м/с, $b = 0$ мм, $t = 50$ °С | 0,98/0 | 30/0 | 15/4 | 0,510/(0,133) | 2,982/(0,248) | 2,547/(0,267) | 368 | 0,76/0,08 | 355 | 0,80/0,09 |
| 5 | $z_c = -10$ м | $v = 0$ м/с, $b = 0$ мм, $t = -5$ °С | 0,98/0 | 30/0 | 16/-4 | 0,544/(-0,133) | 3,032/(-0,248) | 2,615/(-0,267) | 490 | 0,59/-0,06 | 490 | 0,59/-0,07 |
| 6 | | $v = 15$ м/с, $b = 20$ мм, $t = -5$ °С | 2,43/1,51 | 45/4,66 | 45/-5 | 0,617/-0,111 | 2,671/0,967 | 2,544/0,816 | 1012 | 0,69/0,14 | 1006 | 0,70/0,14 |
| 7 | | $v = 30$ м/с, $b = 0$ мм, $t = -5$ °С | 0,98/1,22 | 30/16,31 | 22/-1 | 0,748/-0,027 | 3,344/1,481 | 3,023/1,166 | 603 | 0,55/0,26 | 605 | 0,56/0,26 |
| 8 | $z_c = 0$ | $v = 0$ м/с, $b = 0$ мм, $t = 50$ °С | 0,98/0 | 30/0 | 15/-4 | 0,510/(-0,133) | 2,982/(-0,248) | 2,547/(-0,267) | 364 | 0,77/-0,08 | 355 | 0,80/-0,09 |
| 9 | | $v = 0$ м/с, $b = 0$ мм, $t = -5$ °С | 0,98/0 | 30/0 | 12/0 | 0,408/0 | 2,833/1,074 | 2,343/1 | 490 | 0,53/0 | 490 | 0,52/0 |
| 10 | | $v = 15$ м/с, $b = 20$ мм, $t = -5$ °С | 2,43/1,51 | 45/4,66 | 35/13 | 0,480/0,287 | 2,448/1,614 | 2,270/1,612 | 1034 | 0,60/0,26 | 1029 | 0,59/0,27 |
| 11 | $z_c = 0$ | $v = 30$ м/с, $b = 0$ мм, $t = -5$ °С | 0,98/1,22 | 30/16,31 | 18/9 | 0,612/0,247 | 3,135/1,887 | 2,751/1,715 | 656 | 0,46/0,36 | 656 | 0,45/0,35 |
| 12 | | $v = 0$ м/с, $b = 0$ мм, $t = 50$ °С | 0,98/0 | 30/0 | 12/0 | 0,408/0 | 2,833/1,074 | 2,343/1 | 359 | 0,72/0 | 337 | 0,75/0 |

Тяжение в различных климатических режимах определялось решением уравнения состояния (4) с учетом коэффициентов нагрузки (5)–(6) для каждого из них и заданного тяжения в исходном режиме. В табл. 1 приведены результаты расчетов всех коэффициентов. Значения, указанные в скобках, используются при отсутствии ветровых нагрузок [8]. Максимальные стрелы провеса и горизонтальные отклонения определяются в точке крепления отпайки, расположенной в середине пролета. Даже при смещении точки крепления вдоль пролета максимальный провес будет, как правило, в этой точке. Коэффициент нагрузки при креплении отпайки в любом месте пролета, а также в случае нескольких отпаек можно найти по формулам из [2].

Данные табл. 1 показывают отличное совпадение расчетов стрел провеса, выполненных по предложенной методике и с помощью компьютерной программы при задании усилий, рассчитанных программой. Хорошее совпадение отмечается в расчетах тяжений (расхождение не более 6,5 %).

Погрешность обусловлена наличием натяжных гирлянд изоляторов и различием в их учете. Так, в предложенной методике гирлянды нерастяжимые, а их проекция на горизонтальную ось приравнивается к их длине. Поэтому с увеличением длины гирлянд растет и погрешность расчета тяжений [9].

Данные табл. 1 подтверждают рекомендации [8] по принятию в проектной практике направления ветра в сторону действия горизонтальной сосредоточенной силы, так как в этом случае получаются наибольшие горизонтальные отклонения, коэффициенты нагрузки и тяжения (табл. 1, п. 1–4). Снижение коэффициентов горизонтальной нагрузки и уменьшение тяжений происходит при разгрузке токопровода от встречных направлений действия ветра и горизонтальной сосредоточенной силы (табл. 1, п. 5–8).

Проведенные расчеты по формулам (7)–(15) хорошо совпадают с результатами, полученными с помощью компьютерной программы MR21 (табл. 1), что свидетельствует о возможности их применения в проектной практике.

ВЫВОДЫ

1. Предложена методика механического расчета гибких проводов распределительного устройства при наличии одной отпайки в середине пролета с учетом ее реального расположения. Принимаются во внимание наличие натяжных гирлянд изоляторов, разные высоты подвеса проводов. Нагрузки на токопровод и отпайку зависят от климатического режима, ветровых и гололедных условий, а также изменения температуры. Переход к другому климатическому режиму выполняется решением уравнения состояния с учетом коэффициентов горизонтальной и вертикальной нагрузки данного и исходного режимов. Приводятся формулы для определения коэффициентов нагрузки. Расчеты производятся для каждого климатического режима исходя из реального расположения отпайки к электрическому ап-

парату и усилий от нее на ошиновку. Показано хорошее совпадение результатов, полученных по предложенной методике и с помощью компьютерной программы.

2. Предложена методика расчета составляющих усилий на ошиновку от отпайки с учетом ее реального расположения в распределительном устройстве. Даны формулы расчета этих составляющих для разных вариантов ориентации отпайки. Знание значений составляющих сосредоточенных сил от отпайки позволяет повысить точность расчета стрел провеса и тяжений токопроводов. Приведены формулы для определения коэффициентов увеличения стрелы провеса с учетом составляющих сил от отпайки.

3. Более точный расчет механических напряжений и стрел провеса возможен при применении векторно-параметрического метода расчета гибкой ошиновки распределительных устройств, в основу которого положена расчетная модель проводов в виде гибкой упругой нити с учетом пространственного расположения всех конструктивных элементов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бладыко, Ю. В. Механический расчет гибких токопроводов при замене сосредоточенных сил распределенной нагрузкой / Ю. В. Бладыко // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2018. Т. 61, № 2. С. 97–107. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2018-61-2-97-107>.
2. Бладыко, Ю. В. Механический расчет гибких токопроводов при замене сосредоточенной нагрузки распределенной нагрузкой с учетом конструктивных элементов / Ю. В. Бладыко // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2018. Т. 61, № 3. С. 220–234. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-61-3-220-234>.
3. Сергей, И. И. Механический расчет гибких проводов воздушных линий с заградительными шарами / И. И. Сергей, Ю. В. Бладыко // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2018. Т. 61, № 4. С. 299–309. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2018-61-4-299-309>.
4. Бладыко, Ю. В. Механический расчет гибких проводов воздушных линий с заградительными шарами в различных климатических режимах / Ю. В. Бладыко // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2019. Т. 62, № 1. С. 24–36. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-1-24-36>.
5. Бладыко, Ю. В. Учет распорок в механическом расчете гибких проводов воздушных линий и распределительных устройств / Ю. В. Бладыко // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2019. Т. 62, № 3. С. 219–231. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-3-219-231>.
6. Бладыко, Ю. В. Механический расчет гибких токопроводов пролетов с разными натяжными гирляндами изоляторов / Ю. В. Бладыко // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2020. Т. 63, № 1. С. 55–65. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-1-55-65>.
7. Бладыко, Ю. В. Механический расчет гибких токопроводов с сосредоточенными нагрузками / Ю. В. Бладыко // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2020. Т. 63, № 2. С. 103–115. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-2-103-115>.
8. Бладыко, Ю. В. Механический расчет гибких токопроводов при наличии горизонтальных сосредоточенных нагрузок / Ю. В. Бладыко // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2020. Т. 63, № 6. С. 500–514. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-6-500-514>.

9. Стрелюк, М. И. Численный метод расчета статики гибкой ошиновки ОРУ в различных режимах климатических воздействий / М. И. Стрелюк, И. И. Сергей, Ю. В. Бладыко // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений. 1983. № 8. С. 8–14.
10. Стрелюк, М. И. Векторно-параметрический метод механического расчета гибких токопроводов электроустановок энергосистем / М. И. Стрелюк, И. И. Сергей, Ю. В. Бладыко // Математические методы в электроэнергетике: материалы II Междунар. симпоз. / Польская акад. наук. Закопане, 10–12 нояб. 1988. Закопане, 1988. С. 173–181.
11. Streljuk, M. I. Computer Aided Program of Mechanical Calculation of Flexible Conductors for Substations and Overhead Lines Design / M. I. Streljuk, I. I. Sergey, Y. V. Bladyko // New Electrical and Electronic Technologies and their Industrial Implementation: Proc. Int. Conf. Lublin, 7–8 Sept. 1995. Lublin, Lublin Technical University, 1995. P. 15–19.
12. Стрелюк, М. И. Численный метод механического расчета гибких токопроводов электроустановок энергосистем / М. И. Стрелюк, И. И. Сергей, Ю. В. Бладыко // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений. 1995. № 3–4. С. 21–29.
13. Пакет компьютерных программ для механического и электродинамического расчета гибких токоведущих конструкций / И. И. Сергей [и др.] // Методические вопросы исследования надежности больших систем энергетики: материалы Междунар. семинара им. Ю. Н. Руденко. Минск: БНТУ, 2015. С. 308–310.
14. Качурин, В. К. Гибкие нити с малыми стрелками / В. К. Качурин. М.: Гостехиздат, 1956. 224 с.

Поступила 25.11.2020 Подписана в печать 27.01.2021 Опубликована онлайн 30.03.2021

REFERENCES

1. Bladyko Y. V. (2018) Mechanical Calculation of Flexible Wires when the Concentrated Forces are Replaced by a Distributed Load. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of the CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 61 (2), 97–107. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2018-61-2-97-107> (in Russian).
2. Bladyko Y. V. (2018) Mechanical Calculation of Flexible Wires when a Concentrated Load is Being Replaced with a Distributed One Taking into Account the Structural Elements. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of the CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 61 (3), 220–234. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-61-3-220-234> (in Russian).
3. Sergey I. I., Bladyko Y. V. (2018) Mechanical Calculation of Flexible Wires of Overhead Lines with Barrage Balls. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of the CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 61 (4), 299–309. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2018-61-4-299-309> (in Russian).
4. Bladyko Y. V. (2019) Mechanical Calculation of Flexible Wires of Overhead Lines with Aerial Barrage Balls in Different Climatic Regimes. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of the CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 62 (1), 24–36. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-1-24-36> (in Russian).
5. Bladyko Y. V. (2019) Accounting for Spacers in the Mechanical Calculation of Flexible Wires for Overhead Lines and Switchgears. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of the CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 62 (3), 219–231. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-3-219-231> (in Russian).

6. Bladyko Y. V. (2020) Mechanical Calculation of Flexible Wires of Spans with Different Tensioning Insulator Strings. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of the CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 63 (1), 55–65. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-1-55-65> (in Russian).
7. Bladyko Y. V. (2020) Mechanical Calculation of Flexible Wires Loaded with Concentrated Loads. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of the CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 63 (2), 103–115. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-2-103-115> (in Russian).
8. Bladyko Y. V. (2020) Mechanical Calculation of Flexible Wires in the Presence of Horizontal Concentrated Loads. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of the CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 63 (6), 500–514. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-6-500-514> (in Russian).
9. Strelyuk M. I., Sergey I. I., Bladyko Y. V. (1983) Numerical Method for Calculating the Statics of a Flexible Busbars of Open Distribution Devices in Various Modes of Climatic Impacts. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii = Energetika. Proceedings of the CIS Higher Education Institutions*, (8), 8–14 (in Russian).
10. Strelyuk M. I., Sergey I. I., Bladyko Y. V. (1988) Vector-Parametric Method of Mechanical Calculation of Flexible Current Wires of Electrical Installations of Power Systems. *Matematicheskie Metody v Elektroenergetike: Materialy II Mezhdunar. Simpoz. Zakopane, 10–12 Noyab. 1988* [Mathematical Methods in the Electric Power Industry: Materials of the II International Symposium. Zakopane, 10–12 Nov. 1988]. Zakopane, 173–181 (in Russian).
11. Strelyuk M. I., Sergey I. I., Bladyko Y. V. (1995) Computer Aided Program of Mechanical Calculation of Flexible Conductors for Substations and Overhead Lines Design. *New Electrical and Electronic Technologies and their Industrial Implementation: Proceedings of the International Conference, Lublin, 7–8 Sept.* Lublin, Lublin Technical University, 15–19.
12. Strelyuk M. I., Sergei I. I., Bladyko Y. V. (1995) Numerical Method of Mechanical Calculation of Flexible Current Conductors of Power Units of Power Systems. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii = Energetika. Proceedings of the CIS Higher Education Institutions*, (3–4), 21–29 (in Russian).
13. Sergey I. I., Ponomarenko E. G., Bladyko Y. V., Klimkovich P. I. (2015) Software Package for Mechanical and Electrodynamics Calculation of Flexible Current-Conductive Structures. *Metodicheskie Voprosy Issledovaniya Nadezhnosti Bol'shikh Sistem Energetiki: Materialy Mezhdunar. Seminara im. Yu. N. Rudenko* [Methodological Issues of Reliability Research for Large Energy Systems. Proceedings of the International Seminar Named after Yu. N. Rudenko]. Minsk, BNTU, 308–310 (in Russian).
14. Kachurin V. K. (1956) *Flexible Threads with Small Sags*. Moscow, Gostekhizdat Publ. 224 (in Russian).

<https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-2-121-129>

УДК 621.316

Старение изоляции из сшитого полиэтилена кабельных линий

И. В. Олексюк¹⁾

¹⁾УП «БЕЛКОММУНПРОЕКТ» (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2021
Belarusian National Technical University, 2021

Реферат. В электрических сетях с номинальным напряжением 10 кВ при реконструкции существующих и сооружении новых промышленных предприятий предпочтение отдается кабельным линиям с изоляцией из сшитого полиэтилена. Нормативный срок службы таких кабелей составляет не менее 30 лет (при соблюдении условий хранения, транспортировки, монтажа и эксплуатации), а фактический определяется техническим состоянием кабеля. Ресурс кабельной линии зависит от состояния ее изоляции, старение которой происходит под действием нескольких факторов. Условно все факторы, влияющие в той или иной степени на ресурс изоляции кабелей, можно разделить на тепловые, электромагнитные, климатические, механические и эксплуатационные. Наиболее существенной причиной старения изоляции является высокая температура, ускоряющая реакцию термоокислительной деструкции, в ходе которой распадаются высокомолекулярные соединения полимеров. Поскольку в действительности кабели эксплуатируются при температурах, значения которых ниже длительно допустимых, следовательно, старение изоляции происходит медленнее и фактический срок службы больше нормативного. В настоящее время состояние изоляции контролируется с применением испытаний повышенным напряжением, относящихся к методам разрушающего контроля. При проектировании и эксплуатации кабельных линий необходимо оценивать продолжительность фактического срока службы в различных условиях работы. В теории существует несколько выражений для расчета срока службы кабельной линии при воздействии температуры, влажности, электрического поля и агрессивных сред, однако все они неприменимы на практике из-за большого числа коэффициентов, значения которых неизвестны. В статье представлено полученное автором аналитическое выражение для определения срока службы силовых электрических кабелей, учитывающее старение изоляции под действием температуры и электрического поля.

Ключевые слова: термоокислительная деструкция, силовой электрический кабель, сшитый полиэтилен, изоляция

Для цитирования: Олексюк, И. В. Старение изоляции из сшитого полиэтилена кабельных линий / И. В. Олексюк // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2021. Т. 64, № 2. С. 121–129. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-2-121-129>

Aging of Cross-Linked Polyethylene Insulation Cable Lines

I. V. Oleksyuk¹⁾

¹⁾UE “BELKOMMUNPROEKT” (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. Preference is given to cable lines with cross-linked polyethylene insulation in electrical networks with a nominal voltage of 10 kV during reconstruction of existing and construction

Адрес для переписки

Олексюк Илья Витальевич
УП «БЕЛКОММУНПРОЕКТ»
ул. Некрасова, 5,
220040, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 336-07-01
ilya.oleks@gmail.com

Address for correspondence

Oleksyuk Ilya V.
UE “BELKOMMUNPROEKT”
5, Nekrasova str.,
220040, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 336-07-01
ilya.oleks@gmail.com

of new industrial enterprises. The standard service life of such cables is at least 30 years (subject to the conditions of storage, transportation, installation and operation), and the actual one is determined by the technical condition of the cable. The service life of a cable line depends on the state of its insulation, the aging of which occurs under the influence of several factors. Conventionally, all factors influencing one or another degree on the cable insulation resource can be divided into thermal, electromagnetic, climatic, mechanical and operational. The most significant reason for the insulation aging is high temperature, which accelerates the reaction of thermo-oxidative destruction, during which high-molecular polymer compounds decompose. In fact, cables are operated at temperatures below the long-term permissible values, and, therefore, the aging of the insulation is slower, and the actual service life will be longer than the standard. At present, condition of the insulation is monitored with the use of high voltage tests related to destructive testing methods. When designing and operating cable lines, it is necessary to estimate the duration of the actual service life under various operating conditions. In theory, there are several expressions for calculating the service life of a cable line when exposed to temperature, humidity, electric field and aggressive environments, but all of them are not applicable in practice due to the presence of a large number of coefficients whose values are unknown. The paper presents an analytical expression obtained for determining the service life of power electric cables, taking into account the aging of the insulation under the influence of temperature and electric field.

Keywords: thermo-oxidative destruction, electric power cable, cross-linked polyethylene, insulation

For citation: Oleksyuk I. V. (2021) Aging of Cross-Linked Polyethylene Insulation Cable Lines. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 64 (2), 121–129. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-2-121-129> (in Russian)

Введение

В Республике Беларусь растет потребление кабельной продукции с пластмассовой изоляцией. В электрических сетях с номинальным напряжением 10 кВ при реконструкции существующих и сооружении новых промышленных предприятий предпочтение отдается кабельным линиям с изоляцией из сшитого полиэтилена, эффективность применения которых доказана [1, 2]. Согласно [3], нормативный срок службы таких кабелей составляет не менее 30 лет (при соблюдении условий хранения, транспортировки, монтажа и эксплуатации), но фактический определяется техническим состоянием кабеля. Ресурс кабельной линии (КЛ) определяется состоянием ее изоляции. При эксплуатации КЛ с температурой токопроводящих жил, равной длительно допустимой, при средней напряженности электрического поля в изоляции, с перегрузками, длительность и значения которых не превышают нормативных, ресурс изоляции в конце нормативного срока будет близок к нулю. В действительности кабельные линии эксплуатируются при температурах, значения которых ниже длительно допустимых, следовательно старение изоляции происходит медленнее и фактический срок службы больше нормативного.

В настоящее время состояние изоляции КЛ контролируется с применением испытаний повышенным напряжением (метод разрушающего контроля).

При проектировании и эксплуатации кабельных линий необходимо оценивать продолжительность их фактического срока службы при различных условиях работы. В теории существует несколько выражений для расчета срока эксплуатации с учетом воздействия температуры, влажности, электрического поля и агрессивных сред, однако все они неприменимы на практике из-за большого числа коэффициентов, значения которых неизвестны.

Цель данной статьи – получение аналитического выражения для определения срока службы кабельных линий при совместном действии температуры и электрического поля.

Условно все факторы, влияющие в той или иной степени на ресурс изоляции кабелей, можно разделить на тепловые, электромагнитные, климатические, механические и эксплуатационные. Выделить степень влияния каждого из них на старение изоляции достаточно сложно, это требует не только составления аналитических выражений, но и проведения экспериментальных исследований, в том числе и на основе статистических данных. К тому же силовые кабельные линии с изоляцией из сшитого полиэтилена применяются относительно недавно, большинство из них еще не отработали нормативный срок эксплуатации.

Существенной причиной старения изоляции является высокая температура, ускоряющая реакцию термоокислительной деструкции, в ходе которой распадаются высокомолекулярные соединения полимеров. Повышение температуры ускоряет протекание химических реакций, в том числе при воздействии на диэлектрик возникающих в результате частичных разрядов продуктов либо реакций микрорадикалов с кислородом газовой среды или другими активными веществами, образовавшимися под действием частичных разрядов. Скорость протекания этих процессов определяется кинетикой химических реакций [4].

Следует отметить, что кабели с изоляцией из сшитого полиэтилена выдерживают нормативную кратковременную перегрузку. Допустимая температура нагрева жил в режиме перегрузки составляет 130 °С [5] при продолжительности работы кабельной линии в этом режиме не более восьми часов в сутки и 1000 часов за весь срок службы.

Зависимость скорости реакции от температуры подчиняется закону Аррениуса [4]:

$$K_t = K_0 e^{-\frac{W_a}{kT}}, \quad (1)$$

где K_0 – постоянная, зависящая от структуры вещества; W_a – энергия активации в расчете на одну молекулу; k – постоянная Больцмана ($k = 1,380649 \cdot 10^{-23}$ Дж/К); T – абсолютная температура.

Из (1) с учетом начальных условий (при $t = 0$, $N_t = N_0$) получаем

$$N_t = N_0 e^{-K_t t}, \quad (2)$$

где N_0 – начальное число молекул данного вещества; N_t – число этих молекул через промежуток времени t .

Процесс старения носит экспоненциальный характер, что успешно доказано в [6]. Ресурсы τ_{p1} , τ_{p2} изоляции при температурах T_1 , T_2 соответственно связаны соотношением [4]

$$\tau_{p1} e^{-W_a/(kT_1)} = \tau_{p2} e^{-W_a/(kT_2)}. \quad (3)$$

По формуле (3) определим отношение ресурсов изоляции из сшитого полиэтилена при температурах 90 и 130 °С

$$\frac{\tau_{p(90)}}{\tau_{p(130)}} = e^{\frac{104000}{8,31} \left(\frac{1}{273+90} - \frac{1}{273+130} \right)} = 30,543.$$

Таким образом, при 130 °С реакция термоокислительной деструкции в полиэтиленовой изоляции протекает в 30,543 раза быстрее, чем при 90 °С.

Нормативный срок службы кабеля составляет 262800 ч. Учитывая, что при перегрузке КЛ изоляция из сшитого полиэтилена подвергается воздействию повышенной температуры (130 °С), срок службы кабеля (приведенный к 90 °С) должен быть не менее 292343 ч, или 33,37 года.

Номинальная толщина изоляции кабеля на напряжение 10 кВ составляет 3,4 мм. Электрическая прочность полиэтилена 30–60 кВ/мм [7]. Испытания кабелей повышенным напряжением предполагают воздействие на изоляцию напряжения, в три-шесть раз выше номинального. Успешным считается испытание, в ходе которого не произошло электрического пробоя изоляции. Для кабелей на напряжение 10 кВ максимальное значение приложенного напряжения 60 кВ.

Для определения износа изоляции кабеля под воздействием реакции термоокислительной деструкции следует решить, что считать за 100%-й износ изоляции кабеля и, следовательно, ресурс изоляции, равный нулю. Рассмотрим два варианта оценки. Так, в качестве 100%-го износа может приниматься состояние изоляции кабеля, у которого в ходе реакции термоокислительной деструкции количество молекул, достаточное для электрического пробоя, распалось под действием: 1) рабочего напряжения; 2) испытательного напряжения.

Электрические кабели 6–10 кВ эксплуатируются, как правило, в сетях с изолированной нейтралью, для которых характерна работа в аварийном режиме в течение нескольких часов с одной заземленной фазой. Треугольник линейных напряжений при этом сохраняется, а для кабельных линий с группой одножильных кабелей или кабелями с пофазно экранированными жилами приложенное к изоляции напряжение вырастает до линейного значения. Для расчетов примем среднее значение электрической прочности полиэтилена 45 кВ/мм; электрическая прочность изоляции (номинальной толщины) кабеля на напряжение 10 кВ составит 153 кВ. Тепловое старение изоляции происходит неравномерно по толщине изоляции из-за неравенства температур: быстрее у поверхности жилы и медленнее у внешней поверхности изоляции. В большинстве случаев термическое разрушение, приводящее к выходу из строя изделия, возникает при определенном соотношении $N_i/N_0 = c_1$, где c_1 – коэффициент, показывающий

относительное количество неразрушенных молекул изоляции. Электрическая прочность изоляции кабеля напрямую связана с количеством нераспавшихся молекул, поэтому коэффициент $c_1 = \frac{10}{153} = 0,0654$.

Для случая, когда за 100%-й износ изоляции принимается электрический пробой под действием испытательного напряжения: $c_1 = \frac{60}{\sqrt{3} \cdot 153} = 0,2267$.

Как уже отмечали, срок службы кабеля определяется в основном старением изоляции. Рассмотрим вышеизложенную теорию применительно к кабелям с пластмассовой изоляцией. Кабельная продукция с изоляцией из сшитого полиэтилена работает 30 лет при температуре 90 °С, т. е. можно предположить, что если по кабелю на протяжении всего срока эксплуатации протекает ток, значение которого равно длительному допустимому для соответствующего сечения токопроводящих жил, то по истечении 30 лет ресурс изоляции будет полностью исчерпан.

График Аррениуса для процесса термической деструкции сшитого полиэтилена представлен на рис. 1 [8].

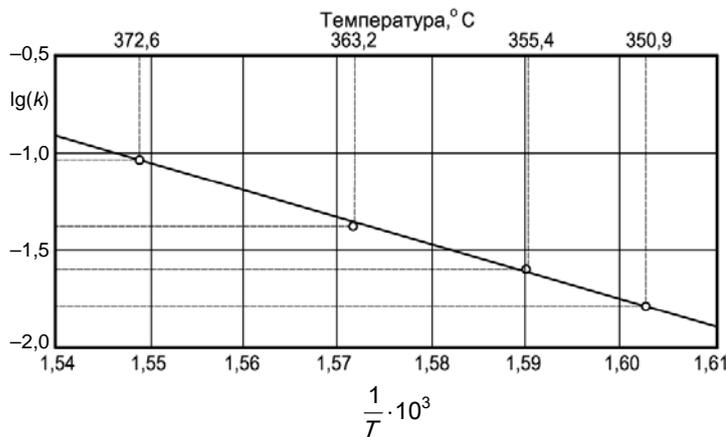


Рис. 1. График Аррениуса для процесса термической деструкции сшитого полиэтилена

Fig. 1. Arrhenius plot for thermal destruction process of cross-linked polyethylene

Срок службы изоляции при этом составит, лет:

$$\tau_{\text{сл}} = \frac{\ln(c_1)}{-K_t(T) \cdot 8760 \cdot 3600} \quad (4)$$

Предположим, что износ изоляции определяется не остаточным количеством нераспавшихся молекул, а увеличением вероятности пробоя. В [9] для определения срока службы изоляции предложена модель, согласно которой достаточно пробить 10 % молекул, чтобы произошел электри-

ческий пробой в кабеле. В этом случае $c_1 = 0,9$, а срок службы изоляции составит 208,03 и 8,66 года при длительном воздействии температур 90 и 130 °С соответственно.

Представим модель пробоя изоляции, в которой помимо радиальной составляющей траектории пробоя присутствует тангенциальная (модель пробоя в объеме изоляции кабеля). Так, если пробито менее 35,5 % молекул – вероятность пробоя в кабеле менее 1 %; если более 35,5 % – вероятность пробоя в кабеле резко возрастает [10]. Тогда $c_1 = 0,645$, а срок службы изоляции составит 865,82 и 36,04 года при длительном воздействии температур 90 и 130 °С соответственно.

Возьмем две точки, лежащие на прямой (рис. 1), с координатами (1,548765; -1,04) и (1,602821; -1,789). Выполнив преобразования, получим

$$K_t(T) = e^{26,4542 - \frac{18658}{T}}. \quad (5)$$

Номинальное напряжение изоляции кабеля из сшитого полиэтилена должно соответствовать эксплуатационному режиму в системе, в которой он используется, причем может быть выше номинального напряжения сети. Для облегчения выбора номинального напряжения изоляции кабеля все системы подразделяют на три категории [11]:

А, в которых любой фазный проводник, приходящий в соприкосновение с землей или заземленным проводником, отключается от системы за время менее 1 мин;

Б, которые непрерывно в течение восьми часов могут эксплуатироваться с одной заземленной фазой; общая продолжительность замыканий на землю не должна превышать 125 ч в год;

В – все остальные системы.

Проблема определения остаточного ресурса изоляции актуальна не только для силовых электрических кабелей, но и для электрических машин, конденсаторов и других высоковольтных установок.

Проводя аналогию с электрическими машинами, совокупное влияние температуры, влажности и агрессивных сред на срок службы изоляции кабелей можно оценить по следующему уравнению [12]:

$$\tau_p = Ae^{-B/T} C^{-m} \eta^{-n}, \quad (6)$$

где C – концентрация агрессивного агента; η – относительная влажность; B, m, n – коэффициенты.

Помимо (6) (уравнение С. Н. Журкова [13]), для прогнозирования срока службы изоляции часто используется модель старения Г. С. Кучинского [4]:

$$\tau_p = AE^{-a} e^{-W_a/(kT)}, \quad (7)$$

где E – напряженность электрического поля; a – константа.

Представим силовой электрический кабель переменного тока с изоляцией из сшитого полиэтилена на напряжение 10 кВ в виде конденсатора, где токопроводящая жила и металлическая оболочка (экран, броня) – это его обкладки, изоляция – слой диэлектрика между обкладками. Для силовых конденсаторов на переменном токе при определении их ресурса по формуле (7) используются значения $a = (5 \dots 9)$ [14].

Средняя напряженность электрического поля в изоляции кабеля определяется по формуле

$$E_{\text{cp}} = \frac{U_{\text{p.max}}}{\sqrt{3}d_{\text{из.ном}}}, \quad (8)$$

где $U_{\text{p.max}}$ – максимальное рабочее напряжение электрической сети, кВ; $d_{\text{из.ном}}$ – номинальная толщина изоляции электрического кабеля (для кабеля 10 кВ с изоляцией из сшитого полиэтилена $d_{\text{из.ном}} = 3,4$ мм [3]).

При номинальном напряжении электрической сети 10 кВ максимальное рабочее напряжение электрического кабеля составляет 12 кВ [15], средняя напряженность $E_{\text{cp}} = 2,038$ кВ/мм.

Подставим (5) в (4) и, выполнив преобразования, приведем полученное выражение к форме (7). Тогда при $c_1 = 0,645$ получим

$$\tau_p = 4,51 \cdot 10^{-20} E^{-n} e^{18658/T}. \quad (9)$$

Чтобы срок службы изоляции кабеля составлял не менее 33,37 года (с учетом нормированной перегрузки), значение коэффициента n должно быть 4,701. В результате получаем аналитическое выражение для расчета срока службы изоляции кабелей, учитывающее старение изоляции под действием температуры и электрического поля:

$$\tau_p = 4,51 \cdot 10^{-20} E^{-4,701} e^{18658/T}. \quad (10)$$

Таким образом, процессы старения изоляции поддерживают и активизируют друг друга. Разрушение изоляции происходит постепенно, а начало ему дается процессом теплового воздействия.

ВЫВОД

Получено аналитическое выражение для определения срока службы силовых электрических кабелей, учитывающее старение изоляции под действием температуры и электрического поля, позволяющее оценивать остаточный ресурс изоляции кабельных линий из сшитого полиэтилена на напряжение 10 кВ, уменьшая затраты на их испытания и восстановление после применения методов разрушающего контроля (в случае пробоя

под воздействием испытательного напряжения). Предложенное автором выражение может использоваться при проектировании новых кабельных линий 10 кВ с изоляцией из сшитого полиэтилена, при выполнении технико-экономических обоснований, а также при эксплуатации кабельных линий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Короткевич, М. А. Эффективность применения кабелей напряжением 6–110 кВ с изоляцией из сшитого полиэтилена. Часть 1 / М. А. Короткевич, С. И. Подгайский, А. В. Голомуздов // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2017. Т. 60, № 5. С. 417–432. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2017-60-5-417-432>.
2. Короткевич, М. А. Эффективность применения кабелей напряжением 6–110 кВ с изоляцией из сшитого полиэтилена. Часть 2 / М. А. Короткевич, С. И. Подгайский, А. В. Голомуздов // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2017. Т. 60, № 6. С. 505–522. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2017-60-6-505-522>.
3. Кабели силовые с изоляцией из сшитого полиэтилена на напряжение 10, 20, 35 кВ. Технические условия [Электронный ресурс]: ТУ 16.К71-335–2004: введ. впервые 01.04.2004. Литера А. Режим доступа: <http://www.tvn-moscow.ru/study/vee/overvoltages-insulation-coordination/TU.16.K71-335-2004.pdf>.
4. Кучинский, Г. С. Изоляция установок высокого напряжения / Г. С. Кучинский, В. Е. Кизеветтер, Ю. С. Пинталь; под общ. ред. Г. С. Кучинского. М.: Энергоатомиздат, 1987. 368 с.
5. Силовые кабельные линии напряжением 6–110 кВ. Нормы проектирования по прокладке кабелей с изоляцией из сшитого полиэтилена пероксидной сшивки: ТКП 611–2017 (33240). Введ. 02.10.2017. Минск: Минэнерго, 2017. 149 с.
6. Беспрозванных, А. В. Критерии оценки степени старения силовых кабелей с бумажно-пропитанной изоляцией / А. В. Беспрозванных, Е. С. Москвитин // Электротехника і електромеханіка. 2013. № 4. С. 32–36.
7. Никитин, К. И. Определение срока службы изоляции / К. И. Никитин, Д. А. Поляков // Фундаментальные исследования. 2015. № 3. С. 129–132.
8. Мадорский, С. Л. Термическое разложение органических полимеров / С. Л. Мадорский; пер. с англ. Д. Г. Вальковского, Я. С. Выгодского, С. П. Круковского; под ред. С. Р. Рафикова. М.: Мир, 1967. 328 с.
9. Определение скорости разрушения полиэтиленовой изоляции линий электропередачи под воздействием температуры / Д. А. Поляков [и др.] // Омский научный вестник. 2016. № 4. С. 105–108.
10. Поляков, Д. А. Математическая модель расчета остаточного ресурса сшитой полиэтиленовой изоляции кабелей / Д. А. Поляков // Омский научный вестник. 2017. № 4. С. 66–69.
11. Кабели силовые для стационарной прокладки. Общие технические условия: ГОСТ 24183–80. М.: Изд-во стандартов, 1989. 33 с.
12. Котеленец, Н. Ф. Испытания и надежность электрических машин / Н. Ф. Котеленец, Н. Л. Кузнецов. М.: Высш. шк., 1988. 232 с.
13. Баргенов, Г. М. Физика полимеров / Г. М. Баргенов, С. Я. Френкель; под ред. А. М. Ельшевича. Л.: Химия, 1990. 432 с.
14. Кучинский, Г. С. Силовые электрические конденсаторы / Г. С. Кучинский, Н. И. Назаров. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Энергоатомиздат, 1992. 320 с.
15. Системы электроснабжения, сети, источники, преобразователи и приемники электрической энергии. Номинальные напряжения свыше 1000 В: ГОСТ 721–77. Введ. СССР 01.07.1978. М.: Изд-во стандартов, 2002. 6 с.

REFERENCES

1. Korotkevich M. A., Podgaiskiy S. I., Golomuzdov A. V. (2017) The Efficacy of the Cables of 6–110 kV with XLPE Insulation. Part 1. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of the CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 60 (5), 417–432. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2017-60-5-417-432> (in Russian).
2. Korotkevich M. A., Podgaiskiy S. I., Golomuzdov A. V. (2017) The Efficacy of the Cables of 6–110 kV with XLPE Insulation. Part 2. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of the CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 60 (6), 505–522. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2017-60-6-505-522> (in Russian).
3. *Power Cables with Cross-Linked Polyethylene Insulation for a Voltage of 10, 20, 35 kV*. Technical Specifications. TU 16.K71-335–2004. Introduced for the First Time on 01.04.2004. Litera A. Available at: <http://www.tvn-moscow.ru/study/vee/overvoltages-insulation-coordination/TY.16.K71-335-2004.pdf> (in Russian).
4. Kuchinskii G. S., Kizevetter V. E., Pintal' Yu. S. (1987) *Isolation of High-Voltage Facilities*. Moscow, Energoatomizdat Publ. 368 (in Russian).
5. TKP 611–2017 (33240) (2017) *Power Cable Lines with a Voltage of 6–110 kV. Design Standards for Laying Cables with Insulation Made of Cross-Linked Polyethylene of Peroxide Cross-Linking*. Minsk, Ministry of Energy Publ. 149 (in Russian).
6. Besprozvannykh A. V., Moskvitin E. S. (2013) Criteria for Assessing the Extent of Aging of Power Cables with Paper-Impregnated Insulation. *Elektrotehnika i Elektromekhanika = Electrical Engineering & Electromechanics*, (4), 32–36 (in Russian).
7. Nikitin K. I., Polyakov D. A. (2015) Determining the Service Life of Insulation. *Fundamental'nye Issledovaniya = Fundamental Research*, (3), 129–132 (in Russian).
8. Madorsky S. L. (1964) *Thermal Degradation of Organic Polymers*. Interscience Publication, John Wiley and Sons, Inc. 309.
9. Polyakov D. A., Yurchuk D. A., Koshchuk G. A., Nikitin K. I. (2016) Determination of the Rate of Temperature-Affected Destruction of Polyethylene Insulation of Power Transmission Lines. *Omskii Nauchnyi Vestnik = Omsk Scientific Bulletin*, (4), 105–108 (in Russian).
10. Polyakov D. A. (2017) Mathematical Model for Calculating the Residual Life of Cross-Linked Polyethylene Cable Insulation. *Omskii Nauchnyi Vestnik = Omsk Scientific Bulletin*, (4), 66–69 (in Russian).
11. State Standard 24183–80 (1989) *Power Cables for Stationary Laying. General Technical Specifications*. Moscow, Publishing House of Standards. 33 (in Russian).
12. Kotelenets N. F., Kuznetsov N. L. (1988) *Testing and Reliability of Electric Machines*. Moscow, Vysshaya Shkola Publ. 232 (in Russian).
13. Bartenev G. M., Frenkel' S. Ya. (1990) *Polymer Physics*. Leningrad, Khimiya Publ. 432 (in Russian).
14. Kuchinskii G. S., Nazarov N. I. (1992) *Power Electrical Capacitors*. 2nd ed. Moscow, Energoatomizdat Publ. 320 (in Russian).
15. State Standard 721–77 (2002) *Power Supply Systems, Networks, Sources, Converters and Receivers of Electric Energy. Rated Voltage over 1000 V*. Moscow, Publishing House of Standards. 6 (in Russian).

<https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-2-130-142>

УДК 621.313.322

Моделирование электромагнитного поля мощной электрической машины

Д. И. Хвалин¹⁾, О. Г. Кенсичкий²⁾, К. А. Кобзарь³⁾

¹⁾Институт проблем безопасности атомных электростанций
Национальной академии наук Украины (Киев, Украина),

²⁾Институт электродинамики Национальной академии наук Украины (Киев, Украина),

³⁾Государственное предприятие завод «Электротяжмаш» (Харьков, Украина)

© Белорусский национальный технический университет, 2021
Belarusian National Technical University, 2021

Реферат. С помощью математического и физического моделирования получены сведения о распределении электромагнитного поля в торцевой зоне мощного турбогенератора. На основе сравнения осевой составляющей магнитной индукции на поверхности крайнего пакета сердечника статора масштабной физической и математической моделей с данными натурального эксперимента сделаны выводы о достоверности полученных результатов. Данные моделирования и натурального эксперимента соответствуют одному и тому же турбогенератору, что позволяет оценивать корректность построения математической модели. Показано, что физическое моделирование дает возможность оценить закономерности распределения электромагнитного поля (без получения точных количественных показателей) и может использоваться для качественного сравнения эффективности различных конструктивных решений торцевой зоны статора. Однако такие модели не нашли широкого применения, поскольку для формирования содержательных и достаточно подробных выводов относительно параметров и характеристик объекта требуется проведение многочисленных исследований, конструкции торцевой зоны мощных генераторов сложны, а вычисление трехмерных моделей является трудоемким и даже при современной компьютерной технике связано с рядом упрощающих факторов. При математическом моделировании применен последовательный логический переход от простой модели центральной части машины к более сложной модели торцевой зоны с использованием предварительных результатов, что позволяет получить данные о распределении электромагнитного поля в сложных областях. С помощью специализированного программного обеспечения создана достаточно гибкая в плане модификации отдельных составляющих модель, характеризующаяся доступностью, наглядностью и неограниченными возможностями для экспериментирования, в том числе прогнозирования ситуаций, которые ранее не встречались или могут дать непредсказуемый результат.

Ключевые слова: турбогенератор, математическая модель, масштабная физическая модель, торцевая зона, крайний пакет сердечника статора, лобовая часть обмотки, поток рассеяния, электромагнитное поле

Для цитирования: Хвалин, Д. И. Моделирование электромагнитного поля мощной электрической машины / Д. И. Хвалин, О. Г. Кенсичкий, К. А. Кобзарь // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2021. Т. 64, № 2. С. 130–142. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-2-130-142>

Адрес для переписки
Кенсичкий Олег Георгиевич
Институт электродинамики
Национальной академии наук Украины
просп. Победы, 56,
03057, г. Киев, Украина
Тел.: +38 044 366-26-25
ied1@ied.org.ua

Address for correspondence
Kensytskyi Oleh H.
Institute of Electrodynamics
of the National Academy of Sciences of Ukraine
56, Peremogy Ave.,
03057, Kyiv, Ukraine
Tel.: +38 044 366-26-25
ied1@ied.org.ua

Simulation of Electromagnetic Field of a Powerful Electrical Machine

D. I. Hvalin¹⁾, O. H. Kensytskyi²⁾, K. O. Kobzar³⁾

¹⁾Institute for Safety of Problems of Nuclear Power Plants of the National Academy of Sciences of Ukraine (Kyiv, Ukraine),

²⁾Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine (Kyiv, Ukraine),

³⁾State Enterprise Plant Electrotiyazhmash (Kharkov, Ukraine)

Abstract. With the aid of mathematical and physical simulation the electromagnetic field distributions in the end zone of a powerful turbogenerator has been obtained. On the basis of the comparison of the axial component of the magnetic induction on the surface of the extreme package of the stator core of the large-scale physical and mathematical models with the data of the field experiment, conclusions are drawn about the reliability of the results obtained. The data of the simulation and the field experiment correspond to the same turbogenerator, which makes it possible to evaluate the correctness of the construction of the mathematical model. It is shown that physical modeling makes it possible to evaluate the regularities of the distribution of the electromagnetic field (without obtaining accurate quantitative indicators) and can be used for qualitative comparison of the effectiveness of various design solutions of the end zone of the stator. However, such models have not become widely used, since numerous studies are required to form meaningful and sufficiently detailed conclusions about the parameters and characteristics of the object, the design of the end zone of high-power generators is complex, and the calculation of three-dimensional models is time-consuming and even with modern computer technology is associated with a number of simplifying factors. In mathematical modeling, a sequential logical transition is applied from a simple model of the central part of the machine to a more complex model of the end zone using preliminary results, which makes it possible to obtain data on the distribution of the electromagnetic field in complex areas. With the help of specialized software, a model has been created that is quite flexible in terms of modifying individual components, characterized by accessibility, visibility and unlimited possibilities for experimentation, including predicting situations that have not previously occurred or can give unpredictable results.

Keywords: turbogenerator, mathematical model, scale physical model, end zone, stator core end packet, windings frontal part, leakage flux, electromagnetic field

For citation: Hvalin D. I., Kensytskyi O. H., Kobzar K. O. (2021) Simulation of Electromagnetic Field of a Powerful Electrical Machine. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 64 (2), 130–142. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-2-130-142> (in Russian)

Введение

Одним из основных методов изучения процессов электромеханического преобразования энергии в электрических машинах является экспериментальный, позволяющий получить наиболее достоверные результаты при проведении исследований на действующих машинах в условиях электростанций. Однако специфические особенности мощных электрических машин (высокое напряжение обмоток относительно корпуса, герметизация внутренней полости машины, вибрация, большой промежуток времени между поочередными остановами машины, сложность установки необходимого режима работы (из условий эксплуатации)) накладывают определенные условия на проведение эксперимента, ограничивая круг исследователей. Таким образом, несмотря на значительное количество работ в этой области, получить экспериментальные данные на действующих машинах

весьма проблематично и они не дают полной информации о распределении поля в некоторых зонах.

Ввиду сложности проведения экспериментальных исследований целесообразно отдельные закономерности изучать на разного рода моделях. Преимущественное распространение получили математические модели (ММ), которые в своем большинстве построены на принципе соответствия дифференциальных уравнений, описывающих процессы различной физической природы. Это позволяет перенести изучение явления на модель, имеющую отличную от оригинала физическую природу.

Различают аналитическое и имитационное моделирование. В последнее время при исследовании физических процессов природных и технических систем широкое развитие получило именно имитационное моделирование, которое в большинстве случаев проводится с применением метода конечных элементов. Осуществляется оно с помощью компьютеров, поэтому называется также компьютерным моделированием.

Компьютерное моделирование – один из наиболее эффективных методов изучения сложных систем. Компьютерные модели проще и удобнее аналитических, позволяют осуществлять вычислительные эксперименты в условиях, когда проведение реальных экспериментов проблематично или вообще невозможно по финансовым и физическим причинам либо может привести к непредсказуемому результату (например, взрыву). Логичность и формализованность компьютерных моделей позволяет выявить основные факторы, определяющие свойства изучаемого объекта, в частности исследовать отзыв физической системы на изменение ее параметров, начальных условий или воздействий на эту систему. В дальнейшем такие модели могут использоваться для прогнозирования ситуаций, не встречавшихся ранее [1, 2]. Преимущества объекта-заместителя заключаются в его доступности, наглядности и неограниченных возможностях для экспериментирования. Поэтому такие исследования могут проводиться с целью оптимизации любого устройства, процесса или изучения закономерностей явлений.

В то же время существующие расчетные методы анализа конструктивного исполнения торцевой зоны мощной электрической машины не всегда дают возможность в полной мере оценить ту или иную конструкцию. Это прежде всего связано с проблемой выбора и построения ММ, учитывающей с определенными допущениями сложную картину реального поля, фактическую конфигурацию деталей, наличие вторичных источников поля и т. д. Экспериментальные исследования электромагнитного поля и его параметров позволяют получить объективную информацию о состоянии нагрузки элементов конструкции концевой зоны, а также выяснить особенности электромагнитных процессов в этой области, которые затем могут использоваться для создания новых и совершенствования существующих ММ и расчетных методов.

Цель настоящей статьи – сравнение результатов математического и физического моделирования с данными натурального эксперимента. Для повы-

нения достоверности построенной ММ, а также возможности разработки рекомендаций по ее дальнейшему использованию применялся принцип соответствия моделей и реального объекта одному и тому же генератору. Поскольку масштабная физическая модель (ФМ) концевой зоны электрической машины предусматривает электромагнитное подобие оригиналу, с помощью ММ выполнялся расчет только электромагнитного поля.

В качестве объекта исследования определен серийный турбогенератор (ТГ) типа ТГВ-500 мощностью 500 МВт (завод «Электротяжмаш», г. Харьков) [3]. Этот выбор обусловлен наличием экспериментальных данных, позволяющих проверить достоверность электромагнитного расчета, и масштабной ФМ концевой части ТГ данного типа и мощности.

ММ разработана с учетом реальных габаритов элементов и узлов ТГ, а также использованных материалов. Для ферромагнетиков заданы нелинейные интерполяционные кривые намагничивания. Алгоритм построения квазитрехмерной ММ расчета электромагнитного поля торцевой зоны мощного ТГ представлен ниже [4].

На первом этапе рассматривается полевая модель электромагнитного поля поперечного сечения центральной (активной) зоны ТГ, имеющей с учетом значительной осевой длины машины двумерную постановку. Уравнение для двумерного магнитного поля относительно аксиальной составляющей векторного магнитного потенциала (ВМП) A_z расчетной области (рис. 1) в общем случае имеет следующий вид:

$$j\omega\sigma A + \nabla \cdot (\mu_0^{-1} \mu_r^{-1} \nabla \cdot A) = J_{z\text{стор}}^e; \quad A = A_z e_z, \quad (1)$$

где j – мнимая единица комплексного уравнения; ω – угловая частота; σ – удельная электропроводность; ∇ – оператор Гамильтона; μ_0 – проницаемость вакуума; μ_r – относительная магнитная проницаемость; $J_{z\text{стор}}^e$ – плотность сторонних токов, заданная в сечениях обмоток статора и возбуждения; e_z – орт.

Составляющие вектора магнитной индукции (МИ) в декартовой системе координат определяются через ВМП A_z согласно соотношениям:

$$B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y}; \quad B_y = -\frac{\partial A_z}{\partial x}. \quad (2)$$

Далее рассчитывается модуль вектора МИ

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2}, \quad (3)$$

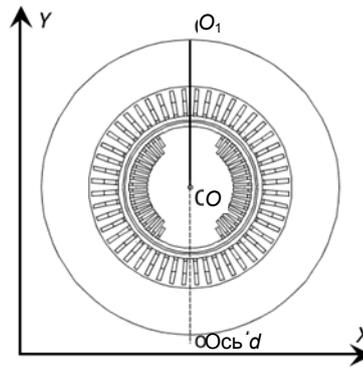


Рис. 1. Расчетная область центральной зоны турбогенератора

Fig. 1. An estimated area of the central zone of a turbogenerator

используемый при нахождении проницаемости с помощью известной зависимости для марки стали [5].

Составляющие и модуль напряженности магнитного поля определяются, используя (1), (2):

$$H_x = \frac{B_x}{\mu}; \quad H_y = \frac{B_y}{\mu}; \quad H = \frac{B}{\mu}. \quad (4)$$

Поскольку сердечник статора набран из листов высоколегированной холоднокатаной электротехнической стали толщиной 0,5 мм, вихревыми токами от радиально направленного потока можно пренебречь. Поэтому магнитное поле центральной части ТГ в декартовой системе координат удовлетворяет уравнению Пуассона

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} = -\mu J_{\text{статор}}. \quad (5)$$

Уравнение (5) дополняется однородным граничным условием первого рода, отображающим затухание поля за пределами расчетной области на линии внешней поверхности ярма статора (рис. 1):

$$A_z|_G = 0 \quad (6)$$

и условием непрерывности магнитного потока на внутренних границах.

В обмотке статора принята симметричная система фазных токов:

$$\begin{cases} i_A = I_m \cos(\omega t + \beta); \\ i_B = I_m \cos(\omega t + \beta - 120^\circ); \\ i_C = I_m \cos(\omega t + \beta + 120^\circ), \end{cases} \quad (7)$$

где I_m – амплитуда фазных токов; β – угловое смещение оси, вдоль которой действует магнитодвижущая сила трехфазной обмотки статора по отношению к продольной оси ротора d .

Угол β определяется по формуле

$$\beta = 90^\circ + \theta + \varphi, \quad (8)$$

где θ – угол нагрузки; φ – фазовый сдвиг между напряжением и током статора.

Угол нагрузки θ находится согласно выражению

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{I_s \cos \varphi}{(U_s / x_d) \pm I_s \sin \varphi}, \quad (9)$$

где I_s , U_s – фазные ток и напряжение статора соответственно; x_d – главное индуктивное сопротивление; «+» – режим перевозбуждения ТГ; «-» – режим недовозбуждения.

Плотность сторонних токов, заданная в сечениях обмоток статора и возбуждения, определяется следующим образом:

$$\begin{cases} J_{Az\text{стоп}} = i_A s_{\Pi 1} / S_{\Pi 1}; \\ J_{Bz\text{стоп}} = i_B s_{\Pi 1} / S_{\Pi 1}; \\ J_{Cz\text{стоп}} = i_C s_{\Pi 1} / S_{\Pi 1}; \\ J_f = i_f s_{\Pi 2} / S_{\Pi 2} a_r, \end{cases} \quad (10)$$

где $s_{\Pi 1}$, $s_{\Pi 2}$ – число активных проводников в пазу статора и ротора соответственно; $S_{\Pi 1}$, $S_{\Pi 2}$ – площадь сечения паза статора и ротора; i_f – ток в обмотке ротора; a_r – количество параллельных ветвей обмотки ротора.

Величины токов в обмотках статора и ротора, а также угол β задаются в соответствии с режимом работы ТГ.

Решение задачи осуществляется численным методом с помощью программного пакета COMSOL Multiphysics [6].

Мгновенное распределение МИ (фоновое закрашивание) и ВМП (изолинии) в момент времени $t = 0,02$ с в центральной зоне ТГ для номинального режима работы показано на рис. 2. Оттенками серого отмечены уровни фонового закрашивания в соответствии с приведенной шкалой.

На втором этапе, когда известно распределение поля в центральной зоне, проводится моделирование магнитного поля в продольном сечении ТГ (рис. 3). С учетом симметрии вдоль осевого и радиального направлений расчетная область концевой зоны выбрана в виде половины сечения ротора вдоль его оси и сечения зубца сердечника статора в тангенциальном направлении (по окружности) [7]. Это сечение совпадает с прямоугольной координатной плоскостью XU и является плоскостью симметрии ротора (на рис. 1 проходит по радиусу OO_1).

Уравнение для двумерного поля относительно составляющей ВМП A_z , являющейся тангенциальной составляющей в расчетной области, имеет вид (1). Необходимая структура силовых линий магнитного поля формируется с помощью комплекса граничных условий для ВМП и напряженности поля, установленных на внешних границах $abcdef$ -области (рис. 3).

На линии bc принимается значение напряженности поля в точке O_1 (рис. 1)

$$H|_{bc} = H|_{O_1}, \quad (11)$$

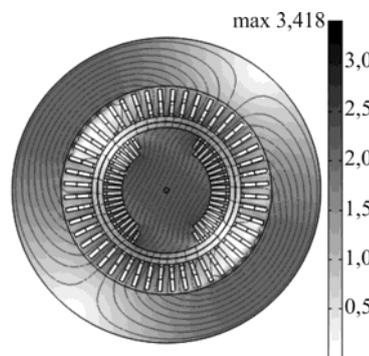


Рис. 2. Распределение электромагнитного поля в центральной зоне турбогенератора в режиме номинальной нагрузки

Fig. 2. Electromagnetic field distribution in the central zone of a turbogenerator under nominal load condition

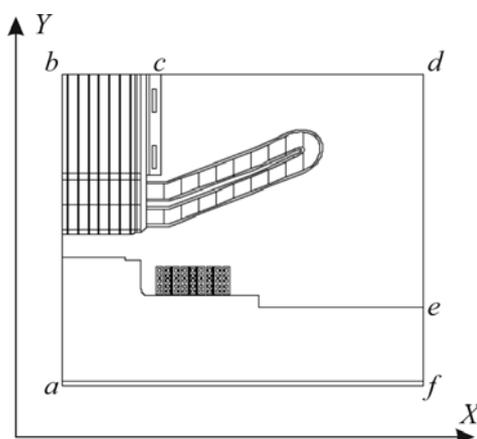


Рис. 3. Расчетная область торцевой зоны турбогенератора

Fig. 3. An estimated area of the end zone of a turbogenerator

на линии af – условие симметрии магнитного поля относительно оси ротора

$$n \times H|_{af} = 0. \quad (12)$$

Вдоль границы ab задается распределение напряженности магнитного поля, аналогичное распределению вдоль той же линии в поперечном сечении (рис. 1, линия OO_1):

$$H|_{ab} = H(r)|_{OO_1}. \quad (13)$$

Принимается, что за достаточно отдаленные границы cd , de и ef магнитное поле не выходит, поэтому на линии $cdef$ устанавливается однородное граничное условие первого рода

$$A_z|_{cdef} = 0. \quad (14)$$

Одновременно задается распределение магнитной проницаемости вдоль радиуса OO_1 – $\mu(r)|_{OO_1}$, которое изменяется в результате различного насыщения отрезков магнитопровода основным магнитным потоком. Таким образом устанавливается взаимосвязь электромагнитного поля в центральной и концевой зонах ТГ. Влияние режима нагрузки учитывается заданием величин токов в обмотках статора и ротора, угла β и граничного условия.

Важным этапом при расчете магнитного поля в концевой части ТГ является задание токов в лобовых частях обмоток. Рассматривается модель концевой зоны ТГ, позволяющая описать токи лобовой части обмотки статора со строгим учетом геометрической формы лобовых соединений и режима работы [4, 8]. Направления мгновенных фазных токов i_A , i_B , i_C лобовой части обмотки статора и фрагмент схемы этой обмотки, вдоль которой проходит сечение OO_1 , показаны на рис. 4.

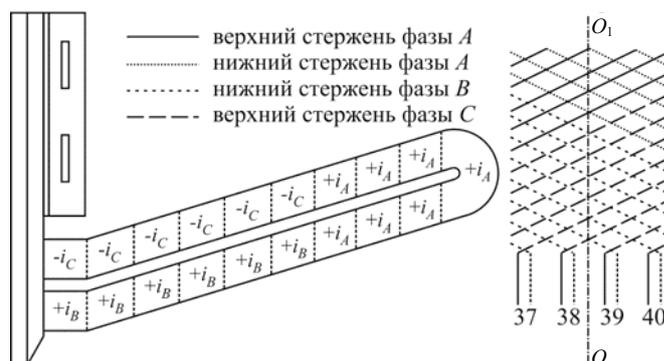


Рис. 4. Мгновенные фазные токи лобовой части обмотки статора и часть обмотки вдоль сечения

Fig. 4. Instantaneous phase currents of a stator winding frontal part and a part of winding along a section

Токи лобовой части обмотки статора (рис. 4) меньше принятых токов системы (7) в $\sqrt{2}$ раза, поскольку лобовые части отогнуты в среднем на 45° . То есть они представляют собой действующие значения фазных токов с соответствующим углом β . Так как продольное сечение ТГ проходит по продольной оси ротора d (рис. 1), значение плотности тока лобовой части обмотки ротора соответствует заданному току возбуждения (10).

Отдельно решается задача распределения вихревых токов от аксиальных магнитных потоков лобовых частей обмоток. Поскольку ротор вращается синхронно с полем, постольку отличающаяся от нуля электропроводность задана в пакетах сердечника статора, нажимном пальце, электропроводном экране и нажимной плите.

Распределение магнитного поля в концевой части ТГ при номинальной нагрузке показано на рис. 5.

С целью проверки достоверности полученных результатов, а также тестирования построенной ММ последняя после настройки на масштабную ФМ концевой части того же генератора была использована для численного расчета электромагнитного поля для номинального режима работы машины.

Масштабная ФМ (рис. 6) разработана и изготовлена в Институте электродинамики Национальной академии наук Украины [3].

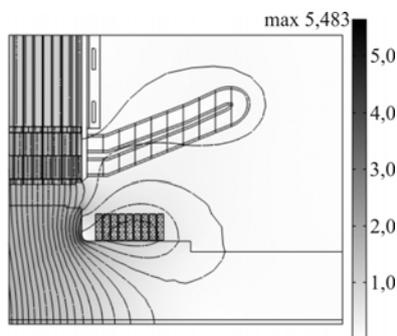


Рис. 5. Распределение электромагнитного поля в торцевой зоне турбогенератора при номинальной нагрузке

Fig. 5. Electromagnetic field distribution in the end zone of a turbogenerator under nominal load condition



Рис. 6. Масштабная физическая модель торцевой зоны генератора

Fig. 6. A scale physical model of the end zone of a turbogenerator

Коротко возможности ФМ можно сформулировать следующим образом. Масштабная ФМ концевой зоны мощного ТГ рассчитана и изготовлена в соответствии с известными положениями теории подобия электромагнитных процессов в проводящих средах [9], устанавливающих основные

масштабные соотношения между моделью и оригиналом. Для квазистационарного поля в линейной изотропной среде критерий подобия имеет вид

$$m_\mu m_\sigma m_l^2 m_f = 1, \quad (15)$$

где m_μ , m_σ – масштабные соотношения магнитной проницаемости и электрической проводимости конструктивных материалов натурального объекта и физической модели соответственно; m_l – соотношение линейных размеров; m_f – масштаб частоты.

Поскольку ФМ имеет меньшие размеры по сравнению с оригиналом ($m_l < 1$), частота тока питания по сравнению с частотой оригинала повышается.

Для исследуемой модели приняты следующие масштабные соотношения: $m_l \approx 1/3,5$; $m_f \approx 12$; $m_\sigma = 1$.

Принятое в качестве первого приближения условие $m_\mu = 1$ приемлемо для немагнитных нажимных пальцев, плиты и областей с большим насыщением, где изменение величины $\mu(H)$ относительно невелико.

Масштаб m_l для некоторых областей модели отличается от $1/3,5$, так как для отдельных узлов модели использовались готовые детали определенных размеров (сегменты активной стали статора и ротора подобраны из штамповок листов двухполюсного асинхронного двигателя). То есть в данном случае имеет место нарушение геометрического подобия, поскольку активное железо модели изготовлено из листов стали Э21 толщиной 0,35 мм, а железо оригинала – из листов стали Э330 толщиной 0,5 мм; из условий моделирования толщина листа ФМ должна быть 0,2 мм.

При частоте тока около 600 Гц обеспечивается достаточно близкое соотношение для подобия полей

$$m_l^2 m_f = 1 \quad (m_\mu = 1, \quad m_\sigma = 1). \quad (16)$$

Для моделирования ТГ ($m_l < 1$) пригодны статические модели, не имеющие вращающихся частей. Однако в такой модели могут быть удовлетворены условия подобия электромагнитных процессов в одной из областей (статора или ротора). В исследуемой модели удовлетворены условия приближенного подобия для электромагнитного поля только в области статора, в области ротора поле не моделируется.

Масштабная ФМ выполнена в виде статора с трехфазной обмоткой, концевая часть которого содержит лобовые части ОС, несколько концевых крайних пакетов активного железа сердечника статора, нажимные плиту и пальцы. Шихтованный сердечник статора изготовлен из листов электротехнической стали марки Э21 толщиной 0,35 мм и стянут стяжными шпильками. Неподвижный ротор выполнен из той же стали, что и сердечник статора. Нажимная плита и пальцы изготовлены из стали 1Х18Н9Т. Конструкция модели существенно упрощена: ротор выполнен в виде сплошного гладкого цилиндра, отсутствуют вал и обмотка ротора, подшипниковый щит и корпус подшипника.

Для измерения аксиальной составляющей индукции B_z на поверхности листов железа статора использовались датчики индукции, представляющие собой плоские бескаркасные катушки, смонтированные в специальные планки.

Для численного расчета геометрия ММ концевой зоны турбогенератора типа ТГВ-500 путем определенной последовательности геометрических операций с помощью редактора, встроенного в COMSOL Multiphysics, была изменена на геометрию масштабной ФМ указанного генератора (рис. 6). Каждому элементу и узлу заданы физические параметры материала, из которого он изготовлен. Для стали Э21 построена соответствующая кривая намагничивания.

С помощью математического моделирования согласно представленному алгоритму (1)–(14) получены следующие основные результаты.

Распределение МИ и ВМП в поперечном сечении масштабной ФМ синхронного генератора типа ТГВ-500 показано на рис. 7, в продольном разрезе – на рис. 8. В качестве примера на рис. 9 представлено сопоставление распределения аксиальной составляющей МИ на поверхности крайнего пакета сердечника статора, полученного с помощью ММ концевой части исследуемого ТГ (кривая 1) и ММ, настроенной на масштабную ФМ концевой зоны аналогичного генератора (кривая 2), с данными натурного эксперимента на реальном ТГ типа ТГВ-500 [2] (обозначение «+») и на вышеупомянутой ФМ [10] (обозначение «•»).

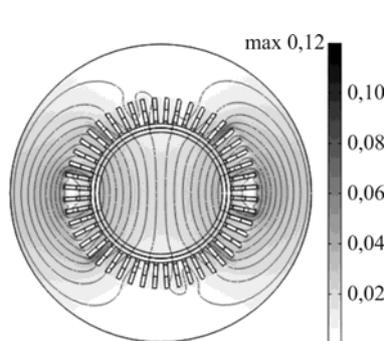


Рис. 7. Распределение электромагнитного поля в поперечном сечении физической модели турбогенератора при номинальной нагрузке

Fig. 7. Electromagnetic field distribution in the transversal sections of a physical model of a turbogenerator under nominal load condition

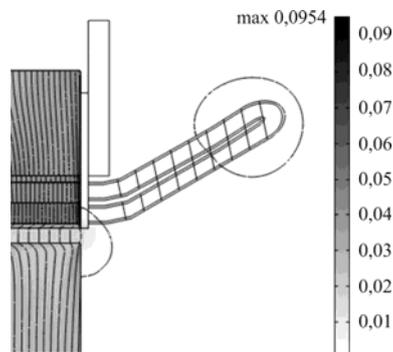


Рис. 8. Распределение электромагнитного поля в продольном сечении физической модели турбогенератора при номинальной нагрузке

Fig. 8. Electromagnetic field distribution in the longitudinal sections of a physical model of a turbogenerator under nominal load condition

Исходя из анализа полученных на математической и физической моделях результатов, можно констатировать следующее. Максимальные отклонения осевой составляющей МИ имеют место для точек с наименьшими значениями индукции и не превышают 20–25 %, среднее значение отклонения составляет 11 %. Это можно объяснить погрешностью измерения,

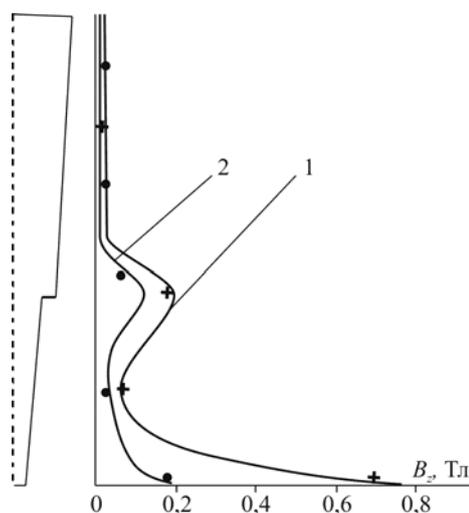


Рис. 9. Сопоставление распределения аксиальной составляющей магнитной индукции на поверхности крайнего пакета статора турбогенератора, полученного с помощью математического (кривые 1, 2) и физического (обозначение «•») моделирования, с данными экспериментальных исследований (обозначение «+»)

Fig. 9. Comparison of the obtained distribution of the axial component of magnetic flux density on the surface of the stator end packet of a turbogenerator with the aid of mathematical (curves 1, 2) and physical (marked by “•”) simulation, also with experimental data (marked by “+”)

значительно уменьшается. Хотя магнитопровод статора (особенно зубцовая зона пакетов) моделируется с заложенной погрешностью, однако при проведении качественного сравнения эффективности различных конструктивных решений торцевой зоны статора масштабная ФМ, по сути, заменяет эксперимент в натуре, что особенно ценно для крупных ТГ.

Объемная конструкция масштабной ФМ позволяет получить измерительные данные с учетом пространственных закономерностей распределения поля по тангенциальной координате, например, в различных сечениях листа статора. Но ввиду чрезмерной ее упрощенности, фактического несоответствия реальному объекту (по масштабу, материалу, возрасту (около 40 лет), себестоимости (около 20 тыс. руб. на 1978 г.)), использования устаревших и неисправных измерительных приборов, продолжительности проведения необходимых измерений, не всегда соответствующих в итоге действительности, для вариационных экспериментов имеет смысл использовать ММ, несмотря на плоское сечение модели (в данном случае два плоских сечения). При этом ММ должна быть точно настроена, достоверна и апробирована. Соблюдение данных условий осуществляется путем моделирования различных режимов работы ТГ [4, 11] и сравнения результатов с экспериментальными данными, полученными на реальном объекте.

например зажатием измерительного датчика, ошибкой показаний датчика или милливольтметра. Отклонение существенно проявляется для меньших значений аксиальной составляющей МИ, т. е. в местах с наибольшей вероятностью увеличения погрешности измерения. В то же время сравнение результатов математического моделирования и экспериментальных данных, полученных на реальном объекте, показывает, что их расхождение не превышает 9%.

Сопоставление кривых 1 и 2 (рис. 9) позволяет сделать вывод, что отклонение значения масштаба m_1 для сегментов активной стали статора ФМ от расчетного составляет погрешность моделирования. Кроме того, из-за отсутствия потоков рассеяния обмотки ротора значение осевой составляющей МИ в коронке зубцов крайнего пакета ФМ

В совокупности это делает достоверными результаты ММ, которые невозможно получить на реальном объекте в силу различных причин объективного и субъективного характера.

Также отметим, что себестоимость масштабной ФМ составляет около 10 тыс. дол., тогда как стоимость персонального компьютера, на котором построена ММ и реализован численный расчет, – 400 дол.; изготовление ФМ заняло около двух лет, а реализовать ММ при наличии соответствующих опыта и навыков работы в программной среде COMSOL Multiphysics можно за несколько месяцев.

ВЫВОДЫ

1. Представленная математическая модель, отличающаяся от известных описанием токов лобовой части обмотки статора с учетом геометрической формы лобовых соединений и режима работы генератора, с удовлетворительной для решения практических задач точностью позволяет рассчитывать распределение электромагнитного поля в основных элементах конструкции концевой части машины.

2. Моделирование с помощью физической модели дает возможность оценить характер распределения поля, но ограничивается невозможностью получения необходимой точности. Однако при проведении качественного сравнения эффективности различных конструктивных решений торцевой зоны статора такое моделирование, по сути, заменяет эксперимент в натуре, что особенно ценно для крупных турбогенераторов.

3. Преимущества математической модели заключаются в ее доступности, наглядности и неограниченных возможностях для экспериментирования, а также прогнозирования ситуаций, которые не встречались ранее или могут дать непредсказуемый результат.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вознесенский, А. С. Компьютерные методы в научных исследованиях. Ч. 2: Компьютерное моделирование физических объектов и процессов горного производства / А. С. Вознесенский. М.: МГУ, 2011. 107 с.
2. Менжинский, А. Б. Разработка и анализ математических моделей генераторов линейного и возвратно-поступательного типов с электромагнитным возбуждением / А. Б. Менжинский, А. Н. Малашин, Ю. В. Суходолов // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2018. Т. 61, № 2. С. 118–128. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2018-61-2-118-128>.
3. Постников, И. М. Электромагнитные и тепловые процессы в концевых частях мощных турбогенераторов / И. М. Постников, Л. Я. Станиславский, Г. Г. Счастливый. Киев: Наук. думка, 1971. 360 с.
4. Кенсьцький, О. Г. Електромагнітне поле у торцевій зоні турбогенератора при зміні реактивного навантаження / О. Г. Кенсьцький, Д. І. Хвалін // Технічна електродинаміка. 2018. № 1. С. 62–68.
5. Турбогенераторы. Расчет и конструкция / В. В. Титов [и др.]. Л.: Энергия, 1967. 896 с.
6. COMSOL Multiphysics Modeling and Simulation Software [Electronic resource]. Mode of access: <http://www.comsol.com/>.
7. Eddy Current Analysis in the Stator End Structures of Large Capacity Turbine Generators / M. Fujita [et al.] // International Conference on Electrical Machines and Systems, Nov., 2009. Tokyo, 2009. P. 1–6. <https://doi.org/10.1109/ICEMS.2009.5382938>.

8. Кенсицкий, О. Г. Математическая модель совместного расчета электромагнитного поля и нагревов торцевой зоны мощного турбогенератора / О. Г. Кенсицкий, Д. И. Хвалин, К. А. Кобзарь // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2019. Т. 62, № 1. С. 37–46. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-1-37-46>.
9. Веников, В. А. Физическое моделирование электрических систем / В. А. Веников, А. В. Иванов-Смоленский. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1956. 359 с.
10. Експериментальні дослідження ефективності екранів зубцево-пазової конструкції статорів турбогенераторів / О. І. Титко [та ін.] // Праці Ін-ту електродинаміки НАН України. 2017. Вип. 46. С. 34–42.
11. Дослідження розподілу електромагнітного поля та температури в торцевій зоні осердя статора турбогенератора / О. Г. Кенсицький [та ін.] // Праці Ін-ту електродинаміки НАН України. 2018. Вип 51. С. 47–53.

Поступила 28.01.2020 Подписана в печать 14.04.2020 Опубликована онлайн 30.03.2021

REFERENCES

1. Voznesenskii A. S. (2011) *Computer Methods in Scientific Research. Part 2. Computer Simulation of Physical Objects and Processes of Mining Production*. Moscow, Moscow State Institute of Mines. 107 (in Russian).
2. Menzhinski A. B., Malashin A. N., Suhodolov Yu. V. (2018) Developing and the Analysis of Mathematical Models of Generators of Linear and Reciprocating Types with Electromagnetic Excitation. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institution and Power Engineering Associations*, 61 (2), 118–128. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2018-61-2-118-128> (in Russian).
3. Postnikov I. M., Stanislavskii L. Ya., Schastlivyi G. G. (1971) *Electromagnetic and Thermal Processes in the End Parts of Powerful Turbogenerators*. Kiev, Naukova Dumka Publ. 360 (in Russian).
4. Kentsits'kii O. H., Hvalin D. I. (2018) The Turbogenerator End Zone Electromagnetic Field under Alteration of the Reactive Load. *Tekhnichna Elektrodynamika = Technical Electrodynamics*, (1), 62–68 (in Ukrainian).
5. Titov V. V., Hutoreckii G. M., Zagorodnaya G. A., Varatian G. P. et al. (1967) *Turbogenerators. Calculation and Construction*. Leningrad, Energia Publ. 896 (in Russian).
6. *COMSOL Multiphysics Modeling and Simulation Software*. Available at: <http://www.comsol.com/>.
7. Fujita M., Ueda T., Tokumasu T., Nagakura K., Kakiuchi M., Otaka T. (2009) Eddy Current Analysis in the Stator End Structures of Large Capacity Turbine Generators. *2009 International Conference on Electrical Machines and Systems*, Nov., 2009. Tokyo. 1–6. <https://doi.org/10.1109/ICEMS.2009.5382938>.
8. Kentsytskii O. H., Hvalin D. I., Kobzar K. O. (2019) The Mathematical Model of Coupling Calculation the Electromagnetic Field and Heats of End Zone Powerful Turbogenerator. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institution and Power Engineering Associations*, 62 (1), 37–46. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-1-37-46> (in Russian).
9. Venikov V. A., Ivanov-Smolenskii A. V. (1956) *Physical Simulation of Electrical Systems*. Moscow – Leningrad, Gosenergoizdat Publ. 359 (in Russian).
10. Titko O. I., Myshasty N. D., Voronin A. I., Hvalin D. I. (2017) Experimental Studies of Effectiveness of Tooth-Slot Design Screens of Turbogenerator Stators. *Pratsi Instytutu Elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy = Proceedings of Institute of Electrodynamics of the National Academy of Science of Ukraine*, (46), 34–42 (in Ukrainian).
11. Kentsytskii O. H., Kramarskii V. A., Kobzar K. O., Hvalin D. I. (2018) Study of Distribution the Electromagnetic Field and Temperature in Stator Core End Zone of a Turbogenerator. *Pratsi Instytutu Elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy = Proceedings of Institute of Electrodynamics of the National Academy of Science of Ukraine*, (51), 47–53 (in Ukrainian).

Received: 28 January 2020

Accepted: 14 April 2020

Published online: 30 March 2021

<https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-2-143-151>

UDC 622.279:658.58

Justification on Choosing Screw Pumping Units as Energy Efficient Artificial Lift Technology

D. I. Sidorkin¹⁾, K. S. Kupavykh¹⁾

¹⁾Saint-Petersburg Mining University (Saint-Petersburg, Russian Federation)

© Белорусский национальный технический университет, 2021
Belarusian National Technical University, 2021

Abstract. The paper analyzes the main techniques and technologies of oil fluid recovery in the context of energy consumption, significantly rising over the latest decade. It is recognized that the number of publications in the area of energy efficiency is growing steadily. Currently Russian oil and gas industry are facing the task of accelerating reduction of energy consumption while preserving, or even increasing, production rates. The task is complicated by the fact that the majority of deposits in Russia either have already entered (primarily, Volga-Ural region) or are now entering (West Siberia) their last stage of exploration, whereas new deposits in East Siberia are only being brought into production. Furthermore, a lot of new deposits, which provide for high recovery rates, are profitable a priori as at the first stage of exploration they do not need any artificial lift due to their free flow production without any oil well pumps. However, there is a significant share of new deposits with low-permeability reservoirs, which require either a system of reservoir pressure maintenance or periodic hydraulic fracturing. At the same time deposits at the late stages of exploration, apart from the use of pump units, systems of reservoir pressure maintenance and hydraulic fracturing, require regular repair and restoration, measures against salt and heavy oil sediments, mechanical impurities, flooding, etc., which all has a negative effect on well profitability. In order to solve these problems, the authors review existing methods and calculate specific energy consumption using various pump systems for hypothetical wells, varying in yield. According to the research results, it has been revealed that from the point of view of energy efficiency, it is desirable to equip low- and low-yield wells with sucker rod progressive cavity pump units, medium-yield ones – with electric progressive cavity pumps driven by permanent magnet motor, medium- and high-yield wells – with electric progressive cavity pumps or electric submersible pumps driven by permanent magnet motor, depending on the characteristics of the pumped-out oil fluid.

Keywords: pump unit, energy efficiency, submersible electric motor, permanent magnet motor, low-yield well, medium-yield well, energy consumption, water cut oil, hard-to-recover reserves

For citation: Sidorkin D. I., Kupavykh K. S. (2021) Justification on Choosing Screw Pumping Units as Energy Efficient Artificial Lift Technology. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 64 (2), 143–151. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-2-143-151>

Адрес для переписки

Сидоркин Дмитрий Иванович
Санкт-Петербургский горный университет
Васильевский остров, 21 линия, 2,
199106, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация
Тел.: +7 812 328-82-00
Sidorkin_DI@pers.spmi.ru

Address for correspondence

Sidorkin Dmitry I.
Saint-Petersburg Mining University
2, 21st Line, Vasilievsky Ostrov,
199106, Saint-Petersburg, Russian Federation
Tel.: +7 812 328-82-00
Sidorkin_DI@pers.spmi.ru

Обоснование выбора винтовых насосных установок как энергоэффективной технологии механизированной добычи

Д. И. Сидоркин¹⁾, К. С. Купавых¹⁾

¹⁾Санкт-Петербургский горный университет (Санкт-Петербург, Российская Федерация)

Реферат. В статье проанализированы основные техники и технологии добычи нефтяного флюида в условиях значительного роста цен на электроэнергию за последнее десятилетие. Отмечен стабильный рост публикаций по теме энергоэффективности. Для российской нефтегазодобывающей промышленности актуальна задача снижения энергозатрат при сохранении или даже увеличении темпов производства. Она осложняется тем, что большинство месторождений либо уже вступило (Волго-Уральский регион), либо вступает (Западная Сибирь) в последнюю стадию разработки, тогда как новые месторождения Восточной Сибири еще только вводятся в эксплуатацию. Кроме того, многие новые месторождения, обеспечивающие высокий дебит, рентабельны априори, на первом этапе эксплуатации не требуют механизации, поскольку разрабатываются фонтанным способом, без использования скважинных насосных установок. Но при этом немало и новых месторождений с низкопроницаемыми коллекторами, на которые необходимо воздействовать системой поддержания пластового давления либо проведением периодически гидравлического разрыва пласта. На месторождениях поздней стадии разработки необходимо регулярно осуществлять ремонтно-восстановительные работы, вести борьбу с отложениями солей, асфальтосмолопарафинов, механическими примесями, обводнением и пр., что негативно сказывается на рентабельности скважин. Для решения этих задач в статье рассмотрены существующие методики и проведены расчеты удельных энергозатрат при использовании различных насосных установок для условных скважин, отличающихся дебитом. По результатам исследований выявлено, что с точки зрения энергоэффективности низко- и малodeбитные скважины желательнее оснащать штанговыми винтовыми насосными установками, среднедебитные – электровинтовыми с вентильными двигателями, средне- и высокодебитные – электровинтовыми или электроцентробежными в зависимости от характеристик выкачиваемого нефтяного флюида.

Ключевые слова: насосная установка, энергетическая эффективность, погружной электрический двигатель, вентильный двигатель, низкодебитная скважина, среднедебитная скважина, энергетические затраты, обводненная нефть, трудноизвлекаемые запасы

Для цитирования: Сидоркин, Д. И. Обоснование выбора винтовых насосных установок как энергоэффективной технологии механизированной добычи / Д. И. Сидоркин, К. С. Купавых // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2021. Т. 64, № 2. С. 143–151. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-2-143-151>

Introduction

The last decade is characterized by a spike of interest in energy efficient technologies [1–5], which is reflected in the publication activity according to the data from the scientific electronic library (www.elibrary.ru), presented in Fig. 1. Ultimately, it can be explained by the motivation of the industry to reduce specific energy consumption due to a significant increase in electricity rates (according to Fig. 2, within 12 years from 2008 to 2020 they increased by a factor of 3.57) and, as a result, due to rising production costs.

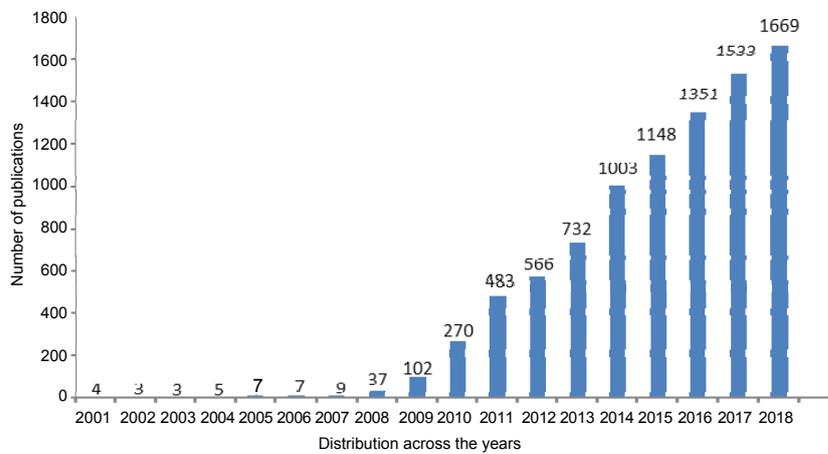


Fig. 1. Analysis of publication activity using keyword “energy efficiency”

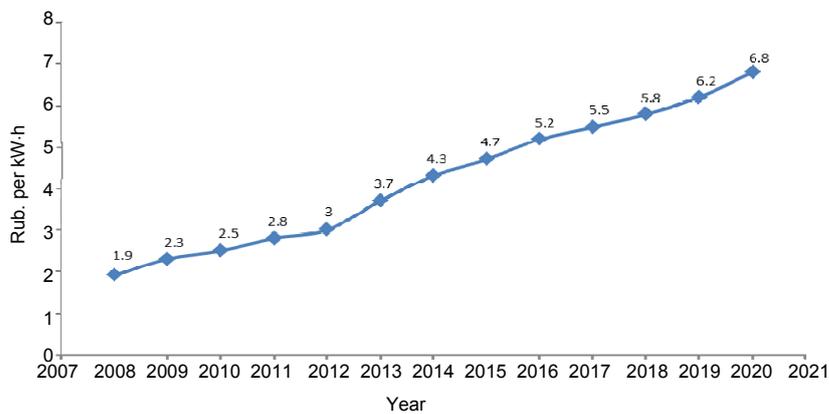


Fig. 2. Electricity rates

Although in general issues of rational consumption of energy and other resources in the process of oil and gas recovery never lose their topicality, since 2008 they have become particularly acute. This was clearly demonstrated by the global oil crisis of 2020, when for many oil producing companies (especially in Russia and in the US) the cost of oil barrel exceeded its contract prices. With this in mind, nowadays Russian oil and gas producing companies need to accelerate the reduction of energy consumption while preserving, or even increasing, production rates.

The task is complicated by the fact that the majority of deposits in Russia either have already entered (primarily, Volga-Ural region) or are now entering (West Siberia) their last stage of exploration, whereas new deposits in East Siberia are only being brought into production. Furthermore, a lot of new deposits, which provide for high recovery rates, are profitable a priori as at the first stage of exploration they do not need any artificial lift due to their free flow production without any oil well pumps. However, there is a significant share of new deposits with low-permeability reservoirs [6], which require either

a system of reservoir pressure maintenance (RPM) or periodic hydraulic fracturing (HF). At the same time deposits at the late stages of exploration, apart from the use of pump units, RPM systems and HF, require regular repair and restoration, measures against salt and heavy oil sediments, mechanical impurities, flooding, etc., which all has a negative effect on well profitability [7–17]. For instance, as it is seen from Fig. 3, energy consumption at the stage of oil fluid lift accounts for about half of total energy consumption in the process of oil fluid extraction.

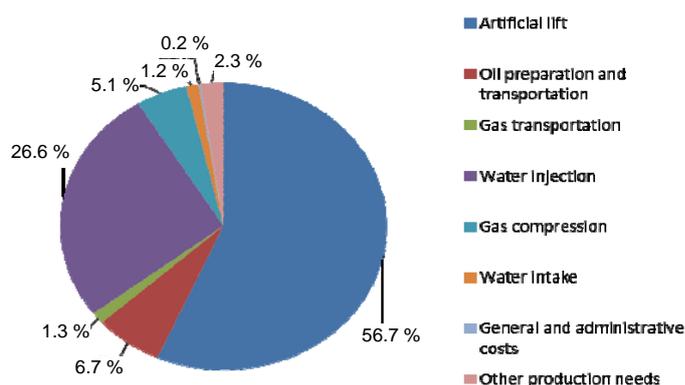


Fig. 3. The structure of energy consumption for 3rd and 4th exploration stages of oil fluid recovery

As follows from Fig. 3, the major share (56.7 %) in the structure of energy consumption is taken up by the lift of oil fluid from the wells. Hence the best results of energy efficiency improvement can be obtained in this area.

Energy efficiency directly depends on the performance factors of all the elements in a pump unit. Therefore, the higher the performance factor, the greater energy efficiency, i. e. the lower energy consumption of the oil fluid lift.

Currently most operating wells [18, 19] are equipped with electric submersible pumps (ESP) – around 66 % (99.457 wells in 2018); then followed by sucker rod pumps (SRP) – around 30 % (45.571 wells in 2018); other equipment (screw and diaphragm pumps, ejectors, gas lifts, hydraulic pulsers etc.) account for approximately 4 %. From the position of energy efficiency and production potential, the most promising equipment is progressive cavity pumps (either driven by submersible electric motor or using a sucker rod drive). In 2018 they were utilized approximately in 1.600 wells. And their number is rising every year due to the necessity to lift heavy viscous oil and the growing number of wells classified as low-yield.

Let us assembly-by-assembly consider energy losses for four types of pump units, viz. ESP, SRP, electric progressive cavity pumps (EPCP) and sucker rod progressive cavity pumps (SRPCP).

The structure of losses will be identical for ESP and EPCP systems, as the only difference between them is in the pump design. It should also be noted that the efficiency factor of ESP systems varies in a wide range depending on the necessary feed – from 25 % at 15 m³/day yield to 68 % at 700 m³/day yield,

which leads to high specific energy consumption. The impact of feed on EPCP efficiency factor is not that significant.

$$P_{ESP/EPCP} = P_{uc} + \Delta P_{ef} + \Delta P_{ldu} + \Delta P_{pr} + \Delta P_{sem} + \Delta P_{cl} + \Delta P_{tr} + \Delta P_{cs} + \Delta P_{gs} + \Delta P_{if},$$

where P_{uc} – useful capacity of the pump; ΔP_{ef} – power losses, defined by the efficiency factor; ΔP_{ldu} – power losses in the letdown unit; ΔP_{pr} – losses in the protector; ΔP_{sem} – losses in the submersible electric motor; ΔP_{cl} – losses in the cable line; ΔP_{tr} – losses in the transformer; ΔP_{cs} – losses at the control station; ΔP_{gs} – losses in the group socket; ΔP_{if} – losses in the inlet filter [20–26].

Calculation of SRP energy consumption is complicated by the system's constant time variation, associated with the recurring pumping cycle; still a general expression can be defined as follows [27]:

$$P_{SRP} = P_{uc} + \Delta P_{cs} + \Delta P_{em} + \Delta P_{red} + \Delta P_{pj} + \Delta P_{SRP},$$

where ΔP_{em} – losses in the electric motor; ΔP_{red} – losses in the reduction gear; ΔP_{pj} – losses in the pumpjack; ΔP_{SRP} – power losses in the pump.

Power losses of the SRPCP system depend primarily on the characteristics of oil fluid and the presence of mechanical impurities [28, 29]

$$P_{SRPCP} = P_{uc} + \Delta P_{cs} + \Delta P_{em} + \Delta P_{red} + \Delta P_{rs} + \Delta P_{PCP},$$

where ΔP_{rs} – losses from the rotation of rod string in the fluid and friction on the inner tubing wall; ΔP_{PCP} – power losses in the pump.

Let us compare calculations of specific energy consumption for the above mentioned pump units depending on specific well conditions.

Specific energy consumption is estimated using the following formula:

$$P_{sp.vol} = \frac{P}{Q_h T},$$

where P – energy from the grid, kW·h; Q_h – hourly volumetric yield, m³/h; T – time, h.

The following main parameters, presented in Tab. 1, were selected as conditions. It should be noted that the values of these parameters are hypothetical and are assigned solely for the purpose of comparative calculations.

Table 1

Parameters of compared wells

| Parameter | Well scenario | | |
|---------------------------------|---------------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 |
| Yield | 15 | 50 | 100 |
| Pump setting depth | 1.100 | 1.100 | 1.100 |
| Oil fluid density (oil + water) | 950 | 950 | 950 |
| Oil fluid viscosity, Pa·s | 2.2 | 2.2 | 2.2 |

After assigning the parameters, comparative calculations of consumed energy and specific energy consumption were calculated for each well scenario using the methods described above. Calculation results are presented in Tab. 2.

Table 2

**Calculation results of specific volumetric energy consumption
for different types of pump units, kW·h/m³**

| No | Electric submersible pump unit (SEM/PMM) | Sucker rod pump unit | Electric progressive cavity pump unit (SEM/PMM) | Sucker rod progressive cavity pump unit |
|----|------------------------------------------|----------------------|-------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| 1 | 37.53/25.07 | 17.62 | 28.34/15.40 | 9.05 |
| 2 | 11.62/9.84 | 7.35 | 8.89/6.54 | 7.70 |
| 3 | 7.21/6.49 | – | 5.58/4.48 | 7.47 |

As it is seen from the calculation of specific volumetric energy consumption (Tab. 2, Fig. 4), there is a significant difference between pump units. Reliability of calculation results is confirmed by practical measurements from the wells, presented by V. I. Tarasov, M. N. Kaverin, S. B. Yakimov in paper [17].

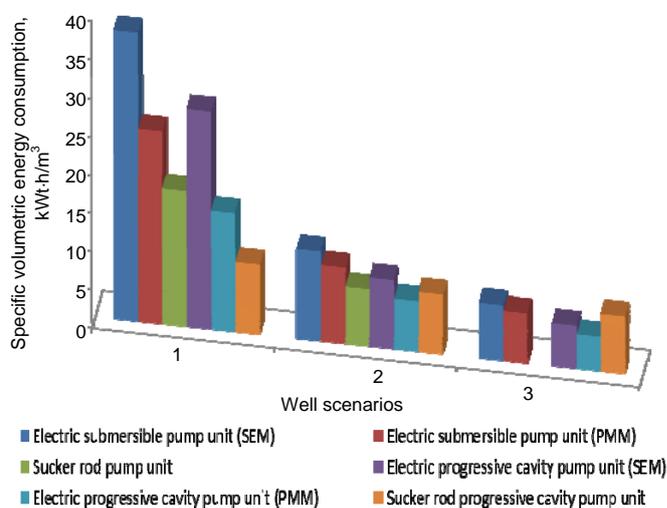


Fig. 4. Calculation results of specific volumetric energy consumption for different types of pump units

ESP systems are characterized by maximum energy consumption (37.53/25.07 kW·h/m³) in the process of low-yield (15 m³/day) well exploration; with an increase in the volume of pumped fluid it drops significantly. This is explained by the fact that ESP efficiency factor varies in a wide range, from 15 to 70 % depending on the typical size, reaching the maximum at 700–800 m³/day, as shown in paper [30]. It implies that this type of systems is optimal for high-yield wells (over 50 m³/day). At the same time even the application of state-of-the-art permanent magnet motors (PMM) brings no significant changes to the overall picture, providing an economy of 33.03 % under the first scenario, 15.32 % under the second one and 9.08 % under the third one, but still demonstrating a high level of energy consumption compared to other pump systems. The effect at low-yield fields can be increased with the use of small energy efficient ESP units (2A, 3), but all their advantages are derailed by high costs of the equipment, which prolong the payback period by several years.

The application of SRP units produces a much better effect than introduction of PMM: 53.03 % under the first scenario and 36.75 % under the second one. The third scenario was not calculated, as it cannot be implemented at oil wells

producing more than 50 m³/day due to strict design limitations of the pump unit. It should be noted that the calculations imply the use of a conventional pumpjack as a top drive, which does not lead to optimal energy efficiency parameters. The use of chain drives (CD) or hydraulic drives of “Geysler” or “Ob” types provides an economy of about 20 %, but the problems, associated with operating costs (CD) or climate (hydraulic drive), put restrictions on their wide application.

The assembly itself is practically identical for ESP and EPCP units, but there is a basic distinction in the principle of pump operation, therefore pumps driven by SEM and PMM are to be compared separately. Analysis shows that, in case of SEM use, EPCP is more energy efficient than ESP – by 24.48 % under the first scenario, by 23.43 % under the second one and by 22.61 % under the third one. Comparison of PMM-driven pump units produced the results of 38.57 % for the first scenario, 33.56 % for the second one and 30.97 % for the third one. It is clear that energy efficiency of EPCP is higher than that of ESP, both for SEM and PMM, but a large-scale replacement does not seem feasible due to technological limitations.

It is evident that in terms of energy efficiency SRPCP is practically unrivaled among the pump units suitable for low-yield wells (Tab. 3). In case of yield over 50 m³/day (scenario 2), the situation is not that straightforward, but SRP is rarely if ever used under such conditions, and EPCP is quite expensive, so it is easier and cheaper to install SRPCP. In case of 100 m³/day (scenario 3) the calculations reveal negative comparative energy efficiency.

Table 3

Comparison of SRPCP to other pump systems in terms of specific energy consumption (on a percentage basis)

| No | Electric submersible pump unit (SEM) | Electric submersible pump unit (PMM) | Sucker rod pump unit | Electric progressive cavity pump (SEM) | Electric progressive cavity pump (PMM) |
|----|--------------------------------------|--------------------------------------|----------------------|----------------------------------------|----------------------------------------|
| 1 | 75.89 | 63.90 | 48.64 | 68.07 | 41.23 |
| 2 | 33.73 | 21.75 | -4.76 | 13.39 | -17.74 |
| 3 | -3.61 | -15.10 | - | -33.87 | -66.74 |

In Russia progressive cavity pumps (with both submersible and sucker rod drives) are not yet widely used despite their apparent advantages, especially from the viewpoint of energy efficiency in the wells, producing less than 50 m³/day.

SRPCP does not have many drawbacks, but they are quite significant:

1) a stator elastomer in PCP units gets quickly destroyed when oil fluid contains CO₂ and H₂S, it swells from the water and wears off by rubbing with mechanical particles. Nowadays there is quite a diversity of rubber stocks for every type of problem, i. e. a competent choice is required to select the material of stator insert. Abroad such universal materials as UltraFlex-157, hydrogenated high-nitrile soft (HHNS) and high-nitrile hard (HNSH) elastomers are widely used. Besides, full-steel rotor/stator couples and twin screw pumps (similar to multiphase pumps) come into operation;

2) restrictions regarding the depth of pump suspension, caused by the durability of the rod string. Unfortunately, Russia does not produce sucker rods that can resist high-torque load. Hence, there is the limit of 1.000–1.200 m.

At the same time it is understood that foreign SRPCP systems can go 3.000 m down the hole and lower.

Advantages are more numerous: independence of the pressure head from rotor speed; high absorbing capacity; absence of valves; uniform rate of injection; low quantities of metal in the pump design.

With this in mind, the major advantage of SRPCP (same as EPCP) is the possibility to lift viscous heavy bitumen oil.

In 1990s Russia actively introduced SRPCP systems, of both domestic and foreign production, but due to unsatisfactory selection of rotor/stator couples, their tightness, rod string assembly their implementation was practically cancelled.

CONCLUSION

To sum it up, the following conclusions can be drawn from the position of energy efficiency: low-yield wells need to be equipped with sucker rod progressive cavity pumps; low- and middle-yield wells require electric progressive cavity pumps, driven by permanent magnet motor; for middle- and high-yield wells the best fit is either electric progressive cavity pumps or electric submersible pumps, driven by permanent magnet motor, depending on the oil fluid.

REFERENCES

1. Belsky A. A., Dobush V. S. (2017) Autonomous Electrothermal Facility for Oil Recovery Intensification Fed by Wind Driven Power Unit. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 87 (3), 032006. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/87/3/032006>.
2. Galyautdinov I. M., Krasnov O. S. (2016) Assessment Potential of Oil Fields Being in the Late Stage of Enhanced Energy Efficiency. *Neftegazovaya Geologiya – Teoriya i Praktika = Petroleum Geology – Theoretical and Applied Studies*, 11 (1), 1–18. https://doi.org/10.17353/2070-5379/7_2016 (in Russian).
3. Abildinova S. K., Musabekov R. A., Rasmukhametova A. S., Chicherin S. V. (2019) Evaluation of the Energy Efficiency of the Stage Compression Heat Pump Cycle. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of the CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 62 (3), 293–302. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-3-293-302> (in Russian).
4. Panevnyk D. A., Panevnyk A. V. (2020) Improving the Energy Efficiency of the Use of Borehole Jet Pumps. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of the CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 63 (5), 462–471. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-5-462-471> (in Russian).
5. Dmitriev A. A., Gerasimov V. E. (2020) To the Issue of Complex Increasing Energy Efficiency of Electric Receivers of Oil and Gas Fields. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 421 (7), 072009. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/421/7/072009>.
6. Gasumov R. A. (2018) Causes of Fluid Entry Absence when Developing Wells of Small Deposits (on the Example of Khadum-Batalpashinsky Horizon). *Zapiski Gornogo Instituta = Journal of Mining Institute*, 234, 630–636. <https://doi.org/10.31897/PMI.2018.6.630> (in Russian).
7. Kreidenko T. F., Chernyaev M. V., Grigoreva E. M., Korenevskaya A. V. (2018) Enhancing the Energy Efficiency of Oil and Gas Companies as a Factor of their Sustainable Development. *AD ALTA: Journal of Interdisciplinary Research*, 8 (1S4), 176–182.
8. Belsky A. A., Korolyov I. A. (2018) Thermal Oil Recovery Method Using Self-Contained Windelectric Sets. *Journal of Physics: Conference Series*, 1015 (5), 052001. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1015/5/052001>.
9. Zyrin V. O., Vasiliev B. U. (2016) Designing the Electrothermal Complex Control System for Enhanced Oil Recovery. *International Journal of Applied Engineering Research*, 10 (24), 44183–44188.
10. Zyrin V. O. (2018) Electrothermal Complex for Heavy Oil Recovery: Analysis of Operating Parameters. *International Journal of Mechanical Engineering and Technology*, 9 (11), 1952–1961.

11. Kuzovkin A. I. (2018) Energy Prices and Energy Efficiency. *Mikroekonomika = Microeconomics*, (5), 78–81 (in Russian).
12. Zakirov D. G., Mukhamedshin M. A., Zakirov G. D., Fayzrakhmanov R. A., Nikolaev A. N., Ryumkin A. A. (2019) Problems and Ways to Improve Energy Efficiency, Environmental Performance and Energy Consumption of Oil Mining. *Neftyanoe Khozyaystvo = Oil Industry*, (10), 90–93 (in Russian).
13. Golubev I. A., Suprun I. K. Application of Magnetic Units for Intensification of Water Treatment. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 862, 062051. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/862/6/062051>.
14. Verisokin A. E., Serdyukov D. Yu., Vasil'yev V. A., Gun'kina T. A., Shesterikova R. E. (2020) Simulation of Proppantflowback from Hydraulic Fractures. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 860, 012001. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/860/1/012001>.
15. Verisokin A. E., Vasil'yev V. A., Gun'kina T. A. (2019) Packer Design Research Used in Hydraulic Fracturing. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 378 (1), 012106. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/378/1/012106>.
16. Belsky A. A., Dobush V. S., Morenov V. A., Sandyga M. S. (2018) The Use of a Wind-Driven Power Unit for Supplying the Heating Cable Assembly of an Oil Well, Complicated by the Formation of Asphalt-Resin-Paraffin Deposits. *Journal of Physics: Conference Series*, 1111 (1), 1–7. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1111/1/012052>.
17. Tarasov V. I., Kaverin M. N., Yakimov S. B. (2014) Comparison of Energy Consumption for Different Artificial Lift Methods at JSC “Rosneft”. *Nauchno-Tekhnicheskii Vestnik OAO “NK “Rosneft”* [Scientific and Technical Bulletin of JCS “Rosneft”], (3), 5–11 (in Russian).
18. Masakov I. D. (ed.) (2019) *Industrial Production in Russia: Statistical Digest*. Moscow, Rosstat Publ. 286 (in Russian).
19. Kamaletdinov R. (2018) Major Trends in Artificial Lift in Russia. Advisory Board on Mechanized Oil Extraction. *Oil & Gas Journal Russia*, (6–7). Available at: http://pump-sovet.com/upload/statya_kamaletdinov_oil&gas_journal_%E2%84%966-7_2018.pdf. (Accessed 22.09.2020) (in Russian).
20. Hakimyanov M. I., Shafikov I. N. (2013) Analysis of Energy Consumption in the Process of Artificial Oil Lift Using Electric Submersible Pumps. *Elektrotekhnicheskie i Informatsionnye Kompleksy i Sistemy = Electrical and Data Processing Facilities and Systems*, 9 (3), 37–41 (in Russian).
21. Ginzburg M. Ya., Pavlenko V. I., Klimov V. P. (2010) On ESP Energy Parameters. *Inzhenernaya Praktika* [Engineering Practice], (8), 12–16 (in Russian).
22. Kozlova L. P., Belov A. M., Kozlova O. A. (2020) Improving the Energy Efficiency of the Electric Drive of the Pumping Equipment. *IEEE. Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus)*. <https://doi.org/10.1109/eiconrus49466.2020.9039408>.
23. Sagdatullin A. M. (2014) Analysis and Synthesis of the Structure of the Pump Electric Drive Control System of Oil Treatment Process. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Neft' i Gaz = Proceedings of the CIS Higher Education Institutions Oil and Gas Studies*, (6), 106–112 (in Russian).
24. Sukhanov A., Gansheng Y., Jichao Y., Perelman O., Derkach N. (2018) Enhancement of Electric Submersible Pump Energy Efficiency by Replacing an Inductive Motor with a Permanent Magnet Motor. *Oil Gas European Magazine*, 44 (3), 146–150.
25. Khakimyanov M. I., Shafikov I. N., Khusainov F. F. (2016) Electric Submersible Pumps in Oil Production and their Efficiency Analysis. *Proc. of the 4th International Conference on Applied Innovations in IT, (ICAIIIT)*, 35–38.
26. Kovalchuk M. S., Poddubniy D. A. (2018) Diagnosis of Electric Submersible Centrifugal Pump. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, (115), 012026. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/115/1/012026>.
27. Hakimyanov M. I. (2014) Specific Energy Consumption in the Process of Artificial Oil Lift Using Downhole Sucker Rod Pumps. *Vestnik Ufimskogo Gosudarstvennogo Aviatsionnogo Tekhnicheskogo Universiteta = Vestnik USATU*, 2 (63), 54–60 (in Russian).
28. Sultanov B. Z., Sidorkin D. I. (2004) Power Demands of Tophead Progressive Cavity Pump Unit. *Tekhnologii Toplivno-Energeticheskogo Kompleksa* [Technologies of Fuel & Energy Complex], (3), 31–34 (in Russian).
29. Urazakov K. R., Latypov B. M., Ismagilov R. R. (2015) Methodology for Calculating Sucker Rod Strings of Progressive Cavity Pumps. *Neftegazovoe Delo = Oil & Gas Business*, (4). Available at: http://ogbus.ru/files/ogbus/issues/4_2015/ogbus_4_2015_p72-94_UrazakovKR_ru.pdf (in Russian).
30. Kaverin M. N., Kuryaev S. V. (2014) The Method of Planning and Analysis of Energy Efficiency in Oil Production. *Nauchno-Tekhnicheskii Vestnik OAO “NK “Rosneft”* [Scientific and Technical Bulletin of JCS “Rosneft”], (3), 12–17 (in Russian).

<https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-2-152-163>

УДК 517.958:519.6

Приближенное решение смешанной задачи для телеграфного уравнения с однородными краевыми условиями первого рода с помощью специальных функций

П. Г. Ласый¹⁾, И. Н. Мелешко¹⁾

¹⁾Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2021
Belarusian National Technical University, 2021

Реферат. Смешанная задача для хорошо известного в электротехнике и электронике телеграфного уравнения при условии, что линия свободна от искажений, сводится к аналогичной задаче для одномерного неоднородного волнового уравнения. Эффективный способ решения этой задачи основан на использовании специальных функций – полилогарифмов, которые представляют собой комплексные степенные ряды со степенными же коэффициентами, сходящиеся в единичном круге. Точное решение задачи выражается в интегральной форме через мнимую часть полилогарифма первого порядка на единичной окружности, а приближенное – в виде конечной суммы через действительную часть дилогарифма и мнимую часть полилогарифма третьего порядка. Все указанные части полилогарифмов являются периодическими функциями, имеющими полиномиальные выражения соответствующих степеней на отрезке длиной в период, что позволяет получить решение задачи в элементарных функциях. В работе исследуется смешанная задача для хорошо известного в приложениях телеграфного уравнения. Эта задача линейной подстановкой искомой функции с экспоненциальным по времени коэффициентом сводится к аналогичной задаче для уравнения Клейна – Гордона. Решение последней можно найти методом разделения переменных в виде ряда по тригонометрическим функциям точки линии с коэффициентами, зависящими от времени. Такое решение малоприспособно для практического применения, так как для него требуется вычисление большого числа коэффициентов-интегралов и при этом трудно оценить погрешность вычислений. В настоящей статье предлагается другой способ решения этой задачи, основанный на использовании специальных Не-функций, которые представляют собой комплексные степенные ряды определенного вида, сходящиеся в единичном круге. Точное решение задачи представляется в интегральной форме через Не-функции второго порядка на единичной окружности. Приближенное решение выражается в конечном виде через Не-функции третьего порядка. В работе также найдена простая и эффективная оценка погрешности приближенного решения задачи. Она линейна относительно шага разбиения линии с экспоненциальным по времени коэффициентом. Приведен пример решения задачи для уравнения Клейна – Гордона разработанным способом, построены графики точного и приближенного решений.

Ключевые слова: телеграфное уравнение, уравнение Клейна – Гордона, смешанная задача, краевое условие первого рода, приближенное решение, специальная функция

Для цитирования: Ласый, П. Г. Приближенное решение смешанной задачи для телеграфного уравнения с однородными краевыми условиями первого рода с помощью специальных функций / П. Г. Ласый, И. Н. Мелешко // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2021. Т. 64, № 2. С. 152–163. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-2-152-163>

Адрес для переписки

Ласый Петр Григорьевич
Белорусский национальный технический университет
ул. Я. Коласа, 12,
220013, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 292-82-73
kafvm2@bntu.by

Address for correspondence

Lasy Petr G.
Belarusian National Technical University
12, Ya. Kolasa str.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 292-82-73
kafvm2@bntu.by

Approximate Solution of Mixed Problem for Telegrapher Equation with Homogeneous Boundary Conditions of First Kind Using Special Functions

P. G. Lasy¹⁾, I. N. Meleshko¹⁾

¹⁾Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. The mixed problem for the telegraph equation well-known in electrical engineering and electronics, provided that the line is free from distortions, is reduced to a similar problem for one-dimensional inhomogeneous wave equation. An effective way to solve this problem is based on the use of special functions – polylogarithms, which are complex power series with power coefficients, converging in the unit circle. The exact solution of the problem is expressed in integral form in terms of the imaginary part of the first-order polylogarithm on the unit circle, and the approximate one – in the form of a finite sum in terms of the real part of the dilogarithm and the imaginary part of the third-order polylogarithm. All the indicated parts of the polylogarithms are periodic functions that have polynomial expressions of the corresponding degrees on an interval of length in the period, which makes it possible to obtain a solution to the problem in elementary functions. In the paper, we study a mixed problem for the telegrapher's equation which is well-known in applications. This problem of linear substitution of the desired function with a time-exponential coefficient is reduced to a similar problem for the Klein – Gordon equation. The solution of the latter can be found by dividing the variables in the form of a series of trigonometric functions of a line point with time-dependent coefficients. Such a solution is of little use for practical application, since it requires the calculation of a large number of coefficients-integrals and it is difficult to estimate the error of calculations. In the present paper, we propose another way to solve this problem, based on the use of special He-functions, which are complex power series of a certain type that converge in the unit circle. The exact solution of the problem is presented in integral form in terms of second-order He-functions on the unit circle. The approximate solution is expressed in the final form in terms of third-order He-functions. The paper also proposes a simple and effective estimate of the error of the approximate solution of the problem. It is linear in relation to the line splitting step with a time-exponential coefficient. An example of solving the problem for the Klein – Gordon equation in the way that has been developed is given, and the graphs of exact and approximate solutions are constructed.

Keywords: telegrapher's equation, Klein – Gordon equation, mixed problem, boundary condition of the first kind, approximate solution, special function

For citation: Lasy P. G., Meleshko I. N. (2021) Approximate Solution of Mixed Problem for Telegrapher Equation with Homogeneous Boundary Conditions of First Kind Using Special Functions. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 64 (2), 152–163. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-2-152-163> (in Russian)

Введение

Возьмем прямолинейный проводник, длина которого равна l . Один из его концов примем за начало отсчета оси Ox . О. Хевисайд в [1] показал, что сила тока и напряжение в проводнике в любой его точке $x \in l$ в произвольный момент времени $t \geq 0$ удовлетворяют телеграфному уравнению

$$\partial_{xx} w = LC \partial_{tt} w + (RC + GL) \partial_t w + GR w, \quad (1)$$

где $w = w(x, t)$ – неизвестная функция (сила тока или напряжение); L, C, R, G – величины самоиндукции, емкости, сопротивления и проводимости изоляции (утечки) соответственно, рассчитанные на единицу длины линии [2–7].

С приложениями телеграфного уравнения в электротехнике, электронике и связи можно ознакомиться в [1, 8–10].

В работах [11, 12] с помощью полилогарифмов [13, 14] найдено точное и приближенное решение смешанной задачи для уравнения (1) при условии Хевисайда

$$\frac{R}{L} = \frac{G}{C}$$

(линия без искажений). В этом случае телеграфное уравнение сводится к одномерному волновому уравнению. В настоящей работе аналогичная задача решается для произвольной линии при однородных краевых условиях первого рода.

Основная часть

Рассмотрим смешанную задачу для телеграфного уравнения (1) в области $\Pi = \{(x, t) \mid x \in [0, l], t \geq 0\}$ с начальными условиями

$$w(x, 0) = f(x), \quad \partial_t w(x, 0) = F(x), \quad x \in [0, l] \quad (2)$$

и однородными краевыми условиями первого рода

$$w(0, t) = 0, \quad w(l, t) = 0, \quad t \geq 0. \quad (3)$$

Функцию $f(x)$ будем считать дважды дифференцируемой на отрезке $[0, l]$, а ее вторую производную – удовлетворяющей условию Липшица на этом отрезке, т. е. что существует постоянная $L_{f''} > 0$ такая, что для любых точек $x_1, x_2 \in [0, l]$ выполняется неравенство $|f''(x_1) - f''(x_2)| \leq L_{f''}|x_1 - x_2|$ (коротко $f''(x) \in \text{Lip}(L_{f''}, [0, l])$). Аналогично функцию $F(x)$ будем предполагать дифференцируемой на отрезке $[0, l]$ и $F'(x) \in \text{Lip}(L_{F'}, [0, l])$.

Требуется найти классическое, т. е. дважды непрерывно дифференцируемое в области Π решение уравнения (1) при условиях (2), (3) и его аппроксимацию.

Подстановкой

$$w = \exp(-vt)u, \quad v = \frac{1}{2} \left(\frac{R}{L} + \frac{G}{C} \right) \quad (4)$$

телеграфное уравнение (1) сводится к уравнению Клейна – Гордона

$$\partial_{tt} u = a^2 \partial_{xx} u + b^2 u, \quad (5)$$

где $a = \frac{1}{\sqrt{LC}}$; $b = \frac{1}{2} \left| \frac{R}{L} - \frac{G}{C} \right|$.

Поскольку $w(x, 0) = u(x, 0)$, $\partial_t w(x, 0) = -vu(x, 0) + \partial_t u(x, 0)$, $x \in [0, l]$, получаем следующую смешанную задачу для уравнения (5) с начальными

$$u(x, 0) = f(x), \quad \partial_t u(x, 0) = F_1(x), \quad x \in [0, l], \quad (6)$$

где $F_1(x) = F(x) + vf(x)$, причем $F_1(x) \in \text{Lip}(L_{F_1}, [0, l])$, $L_{F_1} = L_{F'} + v \max_{x \in [0, l]} f''(x)$,

и краевыми условиями

$$u(0, t) = 0, u(l, t) = 0, t \geq 0. \quad (7)$$

Введем необходимые для дальнейшего изложения специальные функции комплексной переменной z и действительной переменной t , а именно: пусть при данных a, b, l и целых неотрицательных r, s

$$\text{He}_{rs}(z, t) = \sum_{k=k_0+1}^{\infty} \frac{\exp(i\lambda_k t)}{\lambda_k^r} \cdot \frac{z^k}{k^s}, \quad (8)$$

где k_0 – целая часть числа $\frac{b}{a\omega}$, $\omega = \frac{\pi}{l}$; $\lambda_k = \sqrt{(a\omega k)^2 - b^2}$, $k > k_0$.

Назовем число $r+s$ порядком этой функции. Ряд в правой части (8) абсолютно сходится при $|z| < 1$ для всех r и s . Если же $r+s > 1$, то этот ряд сходится абсолютно и равномерно в замкнутом круге $|z| \leq 1$.

Пусть далее:

$$\text{He}_{rs}^{(1)}(z, t) = \frac{1}{2}(\text{He}_{rs}(z, t) + \text{He}_{rs}(z, -t)) = \sum_{k=k_0+1}^{\infty} \frac{\cos \lambda_k t}{\lambda_k^r} \cdot \frac{z^k}{k^s}; \quad (9)$$

$$\text{He}_{rs}^{(2)}(z, t) = \frac{1}{2i}(\text{He}_{rs}(z, t) - \text{He}_{rs}(z, -t)) = \sum_{k=k_0+1}^{\infty} \frac{\sin \lambda_k t}{\lambda_k^r} \cdot \frac{z^k}{k^s}. \quad (10)$$

В дальнейшем ряды (8)–(10) будем называть He-функциями.

Следуя [5, с. 586], решение задачи (5)–(7) будем искать методом Фурье в виде

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k(t) \sin \omega k x. \quad (11)$$

Формальная подстановка функции $u(x, t)$ в уравнение (5) дает следующее линейное дифференциальное уравнение второго порядка для каждой из функций $a_k(t)$, $k \in \mathbb{N}$:

$$a_k'' + ((a\omega k)^2 - b^2) a_k = 0. \quad (12)$$

Начальные условия (6) приводят к начальным условиям для уравнения (12):

$$a_k(0) = b_k = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) \sin \omega k x dx; \quad a_k'(0) = c_k = \frac{2}{l} \int_0^l F_1(x) \sin \omega k x dx,$$

или после интегрирования по частям

$$a_k(0) = b_k = -\frac{2}{\pi \omega k^2} \int_0^l f''(x) \sin \omega k x dx; \quad a_k'(0) = c_k = \frac{2}{\pi k} \int_0^l F_1'(x) \cos \omega k x dx. \quad (13)$$

Для задачи Коши (12), (13) возможны три случая:

1) $k < \frac{b}{a\omega}$, для таких k эта задача имеет решение

$$a_k(t) = b_k \operatorname{ch} \lambda_k t + \frac{c_k}{\lambda_k} \operatorname{sh} \lambda_k t, \lambda_k = \sqrt{b^2 - (a\omega k)^2}; \quad (14)$$

2) $k = \frac{b}{a\omega}$, в этом случае

$$a_k(t) = b_k + c_k t; \quad (15)$$

3) $k > \frac{b}{a\omega}$, здесь

$$a_k(t) = b_k \cos \lambda_k t + \frac{c_k}{\lambda_k} \sin \lambda_k t, \lambda_k = \sqrt{(a\omega k)^2 - b^2}. \quad (16)$$

Определим, учитывая (14)–(16), функции:

$$u_1(x, t) = \begin{cases} \sum_{k=1}^{k_0} \left(b_k \operatorname{ch} \lambda_k t + \frac{c_k}{\lambda_k} \operatorname{sh} \lambda_k t \right) \sin \omega k x, & \text{если } k_0 \geq 1 \text{ и } \frac{b}{a\omega} \notin \mathbb{N}; \\ \sum_{k=1}^{k_0-1} \left(b_k \operatorname{ch} \lambda_k t + \frac{c_k}{\lambda_k} \operatorname{sh} \lambda_k t \right) \sin \omega k x, & \text{если } k_0 \geq 2 \text{ и } \frac{b}{a\omega} \in \mathbb{N}; \\ 0 & \text{в остальных случаях;} \end{cases}$$

$$u_2(x, t) = \begin{cases} (b_{k_0} + c_{k_0} t) \sin \omega k_0 x, & \text{если } k_0 \geq 1 \text{ и } \frac{b}{a\omega} \in \mathbb{N}; \\ 0 & \text{в остальных случаях;} \end{cases}$$

$$u_3(x, t) = \sum_{k=k_0+1}^{\infty} \left(b_k \cos \lambda_k t + \frac{c_k}{\lambda_k} \sin \lambda_k t \right) \sin \omega k x.$$

Ввиду (13) ряд в правой части функции $u_3(x, t)$ равномерно сходится в области Π , и можно записать формальное решение (11) задачи (5)–(7) в виде

$$u(x, t) = u_1(x, t) + u_2(x, t) + u_3(x, t). \quad (17)$$

Аналогично [15, с. 552] можно проверить тот факт, что функция (17) дважды непрерывно дифференцируема по каждой переменной в области Π и будет удовлетворять уравнению (5). Следовательно, она является классическим решением поставленной задачи.

Преобразуем функцию $u_3(x, t)$, используя выражения (13) для коэффициентов b_k, c_k :

$$u_3(x, t) = \frac{1}{\pi} \int_0^l \left(\frac{1}{\omega} f''(\tau) \left(\sum_{k=k_0+1}^{\infty} \cos \lambda_k t \cdot \frac{\cos \omega k(x + \tau)}{k^2} - \sum_{k=k_0+1}^{\infty} \cos \lambda_k t \cdot \frac{\cos \omega k(x - \tau)}{k^2} \right) + F_1'(\tau) \left(\sum_{k=k_0+1}^{\infty} \frac{\sin \lambda_k t}{\lambda_k} \cdot \frac{\sin \omega k(x + \tau)}{k} + \sum_{k=k_0+1}^{\infty} \frac{\sin \lambda_k t}{\lambda_k} \cdot \frac{\sin \omega k(x - \tau)}{k} \right) \right) d\tau,$$

или, учитывая Не-функции (9), (10):

$$u_3(x, t) = \frac{1}{\pi} \int_0^l \left(\frac{1}{\omega} f''(\tau) \operatorname{Re} \left(\operatorname{He}_{02}^{(1)}(\exp(i\omega(x + \tau)), t) - \operatorname{He}_{02}^{(1)}(\exp(i\omega(x - \tau)), t) \right) + F_1'(\tau) \operatorname{Im} \left(\operatorname{He}_{11}^{(2)}(\exp(i\omega(x + \tau)), t) + \operatorname{He}_{11}^{(2)}(\exp(i\omega(x - \tau)), t) \right) \right) d\tau. \tag{18}$$

Таким образом, найдено классическое решение смешанной задачи (5)–(7), которое выражается через Не-функции (9), (10) второго порядка на единичной окружности $z = \exp(i\omega x)$. Принимая во внимание (4), запишем решение исходной задачи (1)–(3)

$$w(x, t) = \exp(-vt)(u_1(x, t) + u_2(x, t) + u_3(x, t)). \tag{19}$$

Отыщем формулу для приближенного вычисления этого решения. Разобьем отрезок $[0, l]$ на n равных частей точками $x_k = kh, k = \overline{0, n}$, где $h = \frac{l}{n}$ – шаг разбиения, и заменим под знаком интеграла в правой части формулы (18) на каждом из частичных отрезков $[x_{k-1}, x_k], k = \overline{1, n}$ функции $f''(x)$ и $F_1'(x)$ ее значениями в средней точке отрезка. В результате после несложного интегрирования получим следующее приближенное выражение для функции $u_3(x, t)$:

$$u_3^{(n)}(x, t) = \frac{1}{\pi\omega} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{\omega} f'' \left(x_{k-1} + \frac{h}{2} \right) \operatorname{Im} \left(\operatorname{He}_{03}^{(1)}(\exp(i\omega(x + \tau)), t) + \operatorname{He}_{03}^{(1)}(\exp(i\omega(x - \tau)), t) \right) + F_1' \left(x_{k-1} + \frac{h}{2} \right) \times \operatorname{Re} \left(\operatorname{He}_{12}^{(2)}(\exp(i\omega(x - \tau)), t) - \operatorname{He}_{12}^{(2)}(\exp(i\omega(x + \tau)), t) \right) \right) \Big|_{x_{k-1}}^{x_k}.$$

Следовательно, приближенное решение задачи (5)–(7) можно найти по формуле

$$u(x, t) = u_1(x, t) + u_2(x, t) + u_3^{(n)}(x, t). \quad (20)$$

Тогда формула

$$w_n(x, t) = \exp(-vt)(u_1(x, t) + u_2(x, t) + u_3^{(n)}(x, t)) \quad (21)$$

дает нам приближенное решение задачи (1)–(3).

Оценим погрешность вычисления решения по формуле (21). Поскольку

$$\begin{aligned} w(x, t) - w_n(x, t) &= \exp(-vt)(u_3(x, t) - u_3^{(n)}(x, t)) = \\ &= \frac{\exp(-vt)}{\pi} \sum_{k=1}^n \int_{x_{k-1}}^{x_k} \left(\frac{1}{\omega} \left(f''(\tau) - f''\left(x_{k-1} + \frac{h}{2}\right) \right) \operatorname{Re} \left(\operatorname{He}_{02}^{(1)}(\exp(i\omega(x + \tau)), t) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \operatorname{He}_{02}^{(1)}(\exp(i\omega(x - \tau)), t) \right) + \left(F_1'(\tau) - F_1'\left(x_{k-1} + \frac{h}{2}\right) \right) \times \right. \\ &\quad \left. \times \operatorname{Im} \left(\operatorname{He}_{11}^{(2)}(\exp(i\omega(x + \tau)), t) + \operatorname{He}_{11}^{(2)}(\exp(i\omega(x - \tau)), t) \right) \right) d\tau, \end{aligned}$$

то

$$\begin{aligned} |w(x, t) - w_n(x, t)| &\leq \frac{\exp(-vt)}{\pi} \sum_{k=1}^n \int_{x_{k-1}}^{x_k} \left(\frac{1}{\omega} \left| f''(\tau) - f''\left(x_{k-1} + \frac{h}{2}\right) \right| \times \right. \\ &\quad \left. \times \left(\left| \operatorname{He}_{02}^{(1)}(\exp(i\omega(x + \tau)), t) \right| + \left| \operatorname{He}_{02}^{(1)}(\exp(i\omega(x - \tau)), t) \right| \right) + \right. \\ &\quad \left. + \left| F_1'(\tau) - F_1'\left(x_{k-1} + \frac{h}{2}\right) \right| \left(\left| \operatorname{He}_{11}^{(2)}(\exp(i\omega(x + \tau)), t) \right| + \left| \operatorname{He}_{11}^{(2)}(\exp(i\omega(x - \tau)), t) \right| \right) \right) d\tau. \end{aligned}$$

Отсюда, учитывая, что функции $f''(x)$, $F_1'(x)$ удовлетворяют условию Липшица с постоянными $L_{f''}$, $L_{F_1'}$ соответственно и справедливы неравенства

$$\begin{aligned} |\operatorname{He}_{02}(z, t)| &\leq \sum_{k=k_0+1}^{\infty} \left| \exp(i\lambda_k t) \cdot \frac{z^k}{k^2} \right| \leq M_1, \quad |\operatorname{He}_{11}(z, t)| \leq \\ &\leq \sum_{k=k_0+1}^{\infty} \left| \frac{\exp(i\lambda_k t)}{\lambda_k} \cdot \frac{z^k}{k} \right| \leq M_2, \quad |z| \leq 1, \end{aligned}$$

где $M_1 = \sum_{k=k_0+1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$; $M_2 = \sum_{k=k_0+1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k k}$, получим

$$\begin{aligned} |w(x, t) - w_n(x, t)| &\leq \frac{\exp(-vt)}{\pi} \times \\ &\times \sum_{k=1}^n \int_{x_{k-1}}^{x_k} \left(\frac{1}{\omega} L_{f''} \left| \tau - x_{k-1} - \frac{h}{2} \right| \cdot 2M_1 + L_{F_1'} \left| \tau - x_{k-1} - \frac{h}{2} \right| \cdot 2M_2 \right) d\tau = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2 \exp(-vt)}{\pi} \left(\frac{1}{\omega} L_{f^n} M_1 + L_{F_1^n} M_2 \right) \sum_{k=1}^n \int_{x_{k-1}}^{x_k} \left| \tau - x_{k-1} - \frac{h}{2} \right| d\tau = \\
 &= \frac{2 \exp(-vt)}{\pi} \left(\frac{1}{\omega} L_{f^n} M_1 + L_{F_1^n} M_2 \right) \sum_{k=1}^n \frac{h^2}{4} = \frac{1}{2\omega} \left(\frac{1}{\omega} L_{f^n} M_1 + L_{F_1^n} M_2 \right) h \exp(-vt).
 \end{aligned}$$

Таким образом, окончательно

$$|w(x, t) - w_n(x, t)| \leq \frac{1}{2\omega} \left(\frac{1}{\omega} L_{f^n} M_1 + L_{F_1^n} M_2 \right) h \exp(-vt), \quad (22)$$

т. е. погрешность приближенного вычисления поставленной задачи имеет первый порядок малости относительно шага h и экспоненциально убывает по времени.

Сформулируем теперь утверждение, которое является результатом наших изысканий.

Теорема. При указанных выше предположениях относительно функций $f(x)$ и $F(x)$ точное решение смешанной задачи (2), (3) для телеграфного уравнения (1) находится с помощью Не-функций второго порядка на единичной окружности по формуле (19), а приближенное – с помощью Не-функций третьего порядка по формуле (21). Абсолютная погрешность

вычислений оценивается величиной $\frac{1}{2\omega} \left(\frac{1}{\omega} L_{f^n} M_1 + L_{F_1^n} M_2 \right) h \exp(-vt)$,

т. е. она линейна относительно шага h разбиения отрезка $[0, l]$ с экспоненциально убывающим по времени коэффициентом.

Укажем полезные для практического вычисления погрешности (22) оценки рядов M_1 и M_2 . Поскольку по формуле Эйлера [16, с. 465]

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}, \text{ то } M_1 = \frac{\pi^2}{6} - \sum_{k=1}^{k_0} \frac{1}{k^2}.$$

Используя далее [16, с. 286], получим при любом фиксированном натуральном m

$$M_2 < M_2^{(m)} = \sum_{k=k_0+1}^{k_0+m} \frac{1}{\lambda_k k} + \int_{k_0+m}^{+\infty} \frac{dx}{x \sqrt{(a\omega x)^2 - b^2}} = \sum_{k=k_0+1}^{k_0+m} \frac{1}{\lambda_k k} + \frac{1}{b} \arcsin \frac{b}{a\omega(k_0+m)}.$$

Тогда из (22) следует, что погрешность вычисления приближенного решения по формуле (21) не будет превышать заданную точность $\varepsilon > 0$, если n удовлетворяет неравенству

$$n > \frac{l}{2\omega\varepsilon} \left(\frac{1}{\omega} L_{f^n} M_1 + L_{F_1^n} M_2^{(m)} \right). \quad (23)$$

Пример. Найти решение уравнения Клейна – Гордона

$$\partial_{tt} u = \frac{\partial_{xx} u}{12\pi^2} + \frac{u}{3} \quad (24)$$

при начальных

$$u(x, 0) = \frac{1}{36}(\sin 6x - x \sin 6), \quad \partial_t u(x, 0) = x^2 - x^3, \quad x \in [0, 1] \quad (25)$$

и однородных краевых

$$u(0, t) = 0, \quad u(1, t) = 0, \quad t \geq 0 \quad (26)$$

условиях.

$$\text{Здесь } a = \frac{1}{2\sqrt{3}\pi}, \quad b = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad l = 1, \quad \omega = \pi, \quad k_0 = 2 \quad \text{и} \quad f(x) = \frac{1}{36}(\sin 6x - x \sin 6),$$

$F_1(x) = x^2 - x^3, \quad x \in [0, 1]$. Точное решение задачи найдем по формуле (17).

Так как

$$b_1 = 2 \int_0^1 f(x) \sin \pi x \, dx = \frac{2 \sin 6}{\pi^3 - 36\pi}, \quad c_1 = 2 \int_0^1 F_1(x) \sin \pi x \, dx = \frac{4}{\pi^3}, \quad \lambda_1 = \frac{1}{2},$$

то

$$u_1(x, t) = \frac{2}{\pi} \left(\frac{\sin 6}{\pi^2 - 36} \operatorname{ch} \frac{t}{2} + \frac{4}{\pi^2} \operatorname{sh} \frac{t}{2} \right) \sin \pi x.$$

$$\text{Поскольку } b_2 = 2 \int_0^1 f(x) \sin 2\pi x \, dx = \frac{\sin 6}{36\pi - 4\pi^3}, \quad c_2 = 2 \int_0^1 F_1(x) \sin 2\pi x \, dx = \\ = -\frac{3}{2\pi^3}, \text{ то}$$

$$u_2(x, t) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\sin 6}{36 - 4\pi^2} - \frac{3}{2\pi^2} t \right) \sin 2\pi x.$$

Учитывая далее, что в данном случае

$$\operatorname{He}_{02}^{(1)}(z, t) = \sum_{k=3}^{\infty} \cos \lambda_k t \cdot \frac{z^k}{k^2}, \quad \operatorname{He}_{11}^{(2)}(z, t) = \sum_{k=3}^{\infty} \frac{\sin \lambda_k t}{\lambda_k} \cdot \frac{z^k}{k},$$

где $\lambda_k = \sqrt{\frac{k^2}{12} - \frac{1}{3}}, \quad k \geq 3$ и $f''(x) = -\sin 6x, \quad F_1'(x) = 2x - 3x^2, \quad x \in [0, 1]$, ввиду (18) получаем

$$u_3(x, t) = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \left(\frac{1}{\pi} \sin 6\tau \cdot \operatorname{Re} \left(\operatorname{He}_{02}^{(1)}(\exp(i\pi(x - \tau)), t) - \operatorname{He}_{02}^{(1)}(\exp(i\pi(x + \tau)), t) \right) + \right. \\ \left. + (2\tau - 3\tau^2) \operatorname{Im} \left(\operatorname{He}_{11}^{(2)}(\exp(i\pi(x + \tau)), t) + \operatorname{He}_{11}^{(2)}(\exp(i\pi(x - \tau)), t) \right) \right) d\tau.$$

Следовательно, точное решение задачи (24)–(26) имеет вид

$$u(x, t) = \frac{1}{\pi} \left(2 \left(\frac{\sin 6}{\pi^2 - 36} \operatorname{ch} \frac{t}{2} + \frac{4}{\pi^2} \operatorname{sh} \frac{t}{2} \right) \sin \pi x + \left(\frac{\sin 6}{36 - 4\pi^2} - \frac{3}{2\pi^2} t \right) \sin 2\pi x + \int_0^1 \left(\frac{1}{\pi} \sin 6\tau \cdot \operatorname{Re} \left(\operatorname{He}_{02}^{(1)}(\exp(i\pi(x - \tau)), t) - \operatorname{He}_{02}^{(1)}(\exp(i\pi(x + \tau)), t) \right) + (2\tau - 3\tau^2) \operatorname{Im} \left(\operatorname{He}_{11}^{(2)}(\exp(i\pi(x + \tau)), t) + \operatorname{He}_{11}^{(2)}(\exp(i\pi(x - \tau)), t) \right) \right) d\tau \right).$$

Принимая во внимание, что при любом натуральном n

$$u_3^{(n)}(x, t) = \frac{1}{\pi^2} \sum_{k=1}^n \left(-\frac{1}{\pi} \sin 6 \left(x_{k-1} + \frac{h}{2} \right) \times \operatorname{Im} \left(\operatorname{He}_{03}^{(1)}(\exp(i\pi(x + \tau)), t) + \operatorname{He}_{03}^{(1)}(\exp(i\pi(x - \tau)), t) \right) + \left(2 \left(x_{k-1} + \frac{h}{2} \right) - 3 \left(x_{k-1} + \frac{h}{2} \right)^2 \right) \times \operatorname{Re} \left(\operatorname{He}_{12}^{(2)}(\exp(i\pi(x - \tau)), t) - \operatorname{He}_{12}^{(2)}(\exp(i\pi(x + \tau)), t) \right) \right) \Bigg|_{x_{k-1}}^{x_k},$$

где $x_k = kh$, $k = \overline{0, n}$; $h = \frac{1}{n}$, запишем приближенное решение задачи по формуле (20):

$$u_n(x, t) = \frac{1}{\pi} \left(2 \left(\frac{\sin 6}{\pi^2 - 36} \operatorname{ch} \frac{t}{2} + \frac{4}{\pi^2} \operatorname{sh} \frac{t}{2} \right) \sin \pi x + \left(\frac{\sin 6}{36 - 4\pi^2} - \frac{3}{2\pi^2} t \right) \sin 2\pi x + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^n \left(-\frac{1}{\pi} \sin 6 \left(x_{k-1} + \frac{h}{2} \right) \operatorname{Im} \left(\operatorname{He}_{03}^{(1)}(\exp(i\pi(x + \tau)), t) + \operatorname{He}_{03}^{(1)}(\exp(i\pi(x - \tau)), t) \right) + \left(2 \left(x_{k-1} + \frac{h}{2} \right) - 3 \left(x_{k-1} + \frac{h}{2} \right)^2 \right) \times \operatorname{Re} \left(\operatorname{He}_{12}^{(2)}(\exp(i\pi(x - \tau)), t) - \operatorname{He}_{12}^{(2)}(\exp(i\pi(x + \tau)), t) \right) \right) \Bigg|_{x_{k-1}}^{x_k} \right).$$

Так как $f'''(x) = -6 \cos 6x$, $F_1''(x) = 2 - 6x$, $x \in [0, 1]$, то $L_{f''} = 6$, $L_{F_1'} = 4$.

Кроме того, для рассматриваемой задачи $M_1 = \frac{2\pi^2 - 15}{12}$, $M_2^{(1)} = \frac{2}{\sqrt{15}} + \sqrt{3} \operatorname{arcsin} \frac{2}{3}$. Значит, при заданной точности $\varepsilon > 0$ из (23) следует, что

$$n > \frac{1}{2\pi\varepsilon} \left(\frac{2\pi^2 - 15}{2\pi} + \frac{8}{\sqrt{15}} + 4\sqrt{3} \arcsin \frac{2}{3} \right).$$

В частности, при $\varepsilon = 0,01$ достаточно взять $n = 126$, чтобы обеспечить требуемую точность. На рис. 1 представлены графики точного $u(x, t)$ и приближенного $u_{126}(x, t)$ решений задачи (24)–(26).

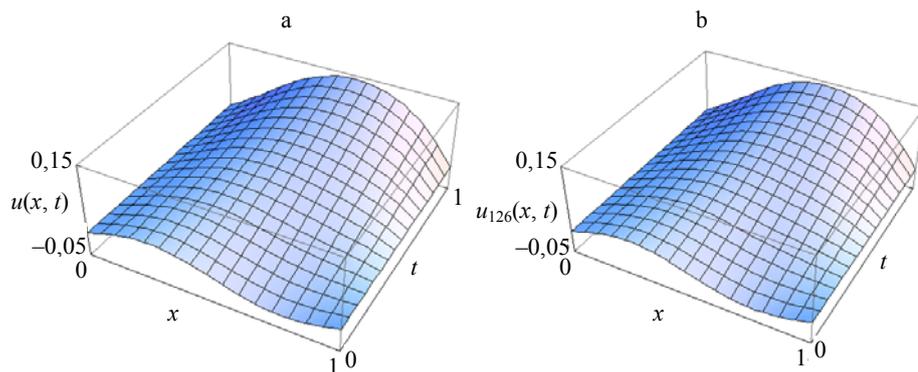


Рис. 1. Графики решений: а – точного $u(x, t)$; б – приближенного $u_{126}(x, t)$

Fig. 1. The graphs of the solutions: a – exact one $u(x, t)$; b – approximate one $u_{126}(x, t)$

ВЫВОД

С помощью введенных в настоящей работе специальных Не-функций второго и третьего порядков найдены точное и приближенное решения смешанной задачи для телеграфного уравнения с однородными краевыми условиями первого рода. Получена оценка погрешности приближенного решения. Она является равномерной по длине линии и линейна относительно шага разбиения линии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Heaviside, O. *Electromagnetic Theory* / O. Heaviside. 3rd ed. London: Spon, 1951. 416 p.
2. Анго, А. *Математика для электро- и радиоинженеров* / А. Анго. М.: Наука, 1964. 772 с.
3. Кошляков, Н. С. *Дифференциальные уравнения математической физики* / Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов. М.: ГИФМЛ, 1962. 767 с.
4. Араманович, И. Г. *Уравнения математической физики* / И. Г. Араманович, В. И. Левин. М.: Наука, 1969. 288 с.
5. Смирнов, В. И. *Курс высшей математики: в 5 т.* / В. И. Смирнов. М.: Наука, 1974. Т. 2. 479 с.
6. Мышкис, А. Д. *Лекции по высшей математике* / А. Д. Мышкис. СПб.: Лань, 2007. 688 с.
7. Остапенко, В. *Телеграфное уравнение. Краевые задачи* / В. Остапенко. Саарбрюккен: LAP Lambert Academic Publishing, 2012. 272 с.
8. Новиков, Ю. Н. *Электротехника и электроника. Теория цепей и сигналов, методы анализа* / Ю. Н. Новиков. СПб.: Питер, 2005. 384 с.
9. Бычков, Ю. А. *Основы теории электрических цепей* / Ю. А. Бычков, В. М. Золотницкий, Э. П. Чернышев. СПб.: Лань, 2002. 464 с.
10. Дубнищев, Ю. Н. *Колебания и волны* / Ю. Н. Дубнищев. СПб.: Лань, 2011. 384 с.
11. Ласый, П. Г. *Приближенное решение одной задачи об электрических колебаниях в проводах с помощью полилогарифмов* / П. Г. Ласый, И. Н. Мелешко // *Энергетика. Изв.*

- высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2017. Т. 60, № 4. С. 334–340. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2017-60-4-334-340>.
12. Ласый, П. Г. Применение полилогарифмов к приближенному решению неоднородного телеграфного уравнения для линии без искажений / П. Г. Ласый, И. Н. Мелешко // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2019. Т. 62, № 5. С. 413–421. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-5-413-421>.
 13. Пыхтеев, Г. Н. Полилогарифмы, их свойства и методы вычисления / Г. Н. Пыхтеев, И. Н. Мелешко. Минск: Изд-во БГУ, 1976. 68 с.
 14. Мелешко, И. Н. Специальные формулы для интегралов типа Коши и их приложения / И. Н. Мелешко. Минск: ВУЗ-ЮНИТИ, 1999. 197 с.
 15. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: в 3 т. / Г. М. Фихтенгольц. М.: Наука, 1969. Т. 3. 656 с.
 16. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: в 3 т. / Г. М. Фихтенгольц. М.: Физматгиз, 1962. Т. 2. 807 с.
- Поступила 02.10.2020 Подписана в печать 15.12.2020 Опубликована онлайн 30.03.2021

REFERENCES

1. Heaviside O. (1951) *Electromagnetic Theory*. 3rd ed. London, Spon. 416.
2. Ango A. (1964) *Mathematics for Electrical and Radio Engineers*. Moscow, Nauka Publ. 772 (in Russian).
3. Koshlyakov N. S., Gliner E. B., Smirnov M. M. (1962) *Differential Equations of Mathematical Physics*. Moscow, GIFML. 767 (in Russian).
4. Aramanovich I. G., Levin V. I. (1969) *Equations of Mathematical Physics*. Moscow, Nauka Publ. 288 (in Russian).
5. Smirnov V. I. (1974) *Course on Higher Mathematics. Vol. 2*. Moscow, Nauka Publ. 479 (in Russian).
6. Myshkis A. D. (2007) *Lectures on Higher Mathematics*. Saint-Petersburg, Lan' Publ. 688 (in Russian).
7. Ostapenko V. (2012) *Telegrapher's Equation. Boundary Value Problems*. Saarbrücken, LAP Lambert Academic Publ. 272 (in Russian).
8. Novikov Yu. N. (2005) *Electrical Engineering and Electronics. Theory of Circuits and Signals, Methods of Analysis*. Saint-Petersburg, Piter Publ. 384 (in Russian).
9. Bychkov Yu. A., Zolotnitskii V. M., Chernyshev E. P. (2002) *Fundamentals of the Theory of Electrical Circuits*. Saint-Petersburg, Lan' Publ. 464 (in Russian).
10. Dubnischev Yu. N. (2011) *Vibrations and Waves*. Saint-Petersburg, Lan' Publ. 384 (in Russian).
11. Lasy P. G., Meleshko I. N. (2017) Approximate Solution of One Problem on Electrical Oscillations in Wires with the Use of Polylogarithms. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 60 (4), 334–340. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2017-60-4-334-340> (in Russian).
12. Lasy P. G., Meleshko I. N. (2019) Application of Polylogarithms to the Approximate Solution of the Inhomogeneous Telegraph Equation for the Distortionless Line. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 62 (5), 413–421. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-5-413-421> (in Russian).
13. Pykhteev G. N., Meleshko I. N. (1976) *Polylogarithms, their Properties and Calculation Methods*. Minks, BSU Publ. 68 (in Russian).
14. Meleshko I. N. (1999) *Special Formulas for Cauchy-Type Integrals and their Applications*. Minks, VUZ-YUNITI Publ. 197 (in Russian).
15. Fikhtengol'ts G. M. (1969) *Course on Differential and Integral Calculus. Vol. 3*. Moscow, Nauka Publ. 656 (in Russian).
16. Fikhtengol'ts G. M. (1962) *Course on Differential and Integral Calculus. Vol. 2*. Moscow, Fizmatgiz Publ. 807 (in Russian).

<https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-2-164-177>

УДК 658.261:621.56

Термодинамический анализ и оптимизация параметров вторичного перегрева в турбодетандерных установках на низкокипящих рабочих телах

А. В. Овсянник¹⁾, В. П. Ключинский¹⁾

¹⁾Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого (Гомель, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2021
Belarusian National Technical University, 2021

Реферат. В работе представлен термодинамический анализ вторичного перегрева в турбодетандерных установках на низкокипящих рабочих телах. Изучена возможность оптимизации параметров рабочего тела во вторичном пароперегревателе. Исследования проводились для двух характерных турбодетандерных циклов: с теплообменным аппаратом на выходе из турбодетандера, предназначенным для охлаждения перегретого низкокипящего рабочего тела, и без теплообменного аппарата. Для исследуемых схем построены циклы в T - s -координатах. Изучено влияние давления и температуры в промежуточном перегревателе на эксергетический коэффициент полезного действия турбодетандерной установки. Получены зависимости эксергетического КПД и потерь по элементам турбодетандерного цикла при изменении температуры и неизменном давлении рабочего тела в промежуточном пароперегревателе, а также при изменении давления и неизменной температуре. В качестве низкокипящего рабочего тела рассмотрен озонобезопасный фреон R236EA, имеющий «сухую» характеристику линии насыщения, нулевой потенциал разрушения озонового слоя и потенциал глобального потепления, равный 1370. Установлено, что повышение параметров низкокипящего рабочего тела перед турбодетандером низкого давления (независимо от схемы турбодетандерного цикла) не всегда приводит к повышению эксергетического КПД. Так, перегрев рабочего тела при давлении, превышающем критическое, приводит к положительному эксергетическому эффекту. Однако для каждой температуры существует оптимальное давление, при котором КПД будет максимальным. При давлении ниже критического перегрев приводит к снижению эксергетического КПД и максимальный эксергетический эффект достигается при отсутствии вторичного пароперегревателя. При прочих равных условиях турбодетандерный цикл с теплообменным аппаратом более эффективен, чем без него, на всем исследуемом интервале температур и давлений низкокипящего рабочего тела.

Ключевые слова: фреон, эксергетический анализ, повышение эффективности, критическое давление, оптимальные параметры, промежуточный перегрев, хладагент, низкопотенциальная энергия, вторичные энергетические ресурсы, энергосбережение, схема турбодетандерного цикла, потери эксергии, теплообменный аппарат

Для цитирования: Овсянник, А. В. Термодинамический анализ и оптимизация параметров вторичного перегрева в турбодетандерных установках на низкокипящих рабочих телах / А. В. Овсянник, В. П. Ключинский // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2021. Т. 64, № 2. С. 164–177. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-2-164-177>

Адрес для переписки

Овсянник Анатолий Васильевич
Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого
просп. Октября, 48,
246746, г. Гомель, Республика Беларусь
Тел.: +375 232 40-20-36
ovsyannik@tut.by

Address for correspondence

Ovsyannik Anatolii V.
Sukhoi State Technical
University of Gomel
48, Octiabria Ave.,
246746, Gomel, Republic of Belarus
Tel.: +375 232 40-20-36
ovsyannik@tut.by

Thermodynamic Analysis and Optimization of Secondary Overheating Parameters in Turbo-Expander Plants on Low Boiling Working Fluids

A. V. Ovsyannik¹⁾, V. P. Kliuchinski¹⁾

¹⁾Sukhoi State Technical University of Gomel (Gomel, Republic of Belarus)

Abstract. The paper presents a thermodynamic analysis of secondary overheating in turbo-expander plants on low-boiling working fluids. The possibility of optimizing the parameters of the working fluid in a secondary steam superheater has been studied. The research was carried out for two typical turbo-expander cycles: with a heat exchanger at the outlet of the turbo-expander, intended for cooling an overheated low-boiling working fluid, and without a heat exchanger. Cycles in T - s coordinates were constructed for the studied schemes. The influence of pressure and temperature in the intermediate superheater on the exergetic efficiency of the turbo-expander unit was studied. Thus, the dependences of the exergetic efficiency and losses on the elements of the turbo-expander cycle are obtained when the temperature of the working fluid changes and pressure of the working fluid not changes in the intermediate superheater, and when the pressure changes and the temperature does not change. As a low-boiling working fluid, the ozone-safe freon R236EA is considered, which has a “dry” saturation line characteristic, zero ozone layer destruction potential, and a global warming potential equal to 1370. It has been determined that increasing the parameters of the low-boiling working fluid in front of the low-pressure turbo expander (regardless of the scheme of the turbo expander cycle) does not always cause an increase in the exergetic efficiency. Thus, overheating of the working fluid at a pressure exceeding the critical pressure causes a positive exergetic effect, but for each temperature there is an optimal pressure at which the efficiency will be maximum. At a pressure below the critical pressure, overheating leads to a decrease in the exergetic efficiency, and the maximum exergetic effect is achieved in the absence of a secondary steam superheater. All other things being equal, a turbo-expander cycle with a heat exchanger is more efficient than without it over the entire temperature range and pressure of the low-boiling working fluid under study.

Keywords: freon, exergy analysis, efficiency improvement, critical pressure, optimal parameters, intermediate overheating, refrigerant, low-potential energy, secondary energy resources, energy saving, turbo-expander cycle scheme, exergy losses, heat exchanger

For citation: Ovsyannik A. V., Kliuchinski V. P. (2021) Thermodynamic Analysis and Optimization of Secondary Overheating Parameters in Turbo-Expander Plants on Low Boiling Working Fluids. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 64 (2), 164–177. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-2-164-177> (in Russian)

Введение

В современных отраслях промышленности существует множество источников низкопотенциальной тепловой энергии, но значительная ее часть используется крайне неэффективно. В настоящее время прилагаются серьезные усилия для поиска методов рекуперации и использования низкопотенциальной энергии, которая в огромном количестве вместе с продуктами сгорания и охлаждающей жидкостью выбрасывается в окружающую среду. Широкое распространение получают альтернативные источники тепловой энергии – биотопливо, солнечная энергия, геотермальная энергия. Для утилизации низкопотенциальной энергии все чаще применяются циклы с турбодетандером на низкокипящих рабочих телах (НКРТ) [1–8]. Благодаря этому появляется возможность реализации цикла Ренкина при более низкой температуре.

Как показывают исследования [9], одним из способов повышения эффективности циклов для паровых турбин, где в качестве рабочего тела используется водяной пар, является промежуточный перегрев. Он действенен и для турбодетандерного цикла на НКРТ [10]. Вместе с тем, поскольку перегрев рабочего тела может производиться при различных давлениях и до различных температур, вопрос выбора оптимальных параметров промежуточного перегрева остается нерешенным.

В современных турбодетандерных циклах широкое применение нашли две характерные схемы: с теплообменным аппаратом на выходе из турбодетандера, предназначенным для охлаждения перегретого НКРТ, и без теплообменного аппарата (рис. 1, 2).

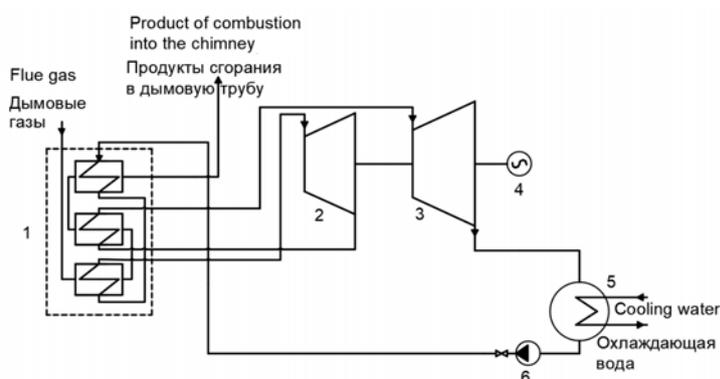


Рис. 1. Схема турбодетандерного цикла с промежуточным перегревом без теплообменного аппарата: 1 – котел-утилизатор; 2 – турбодетандер высокого давления; 3 – турбодетандер низкого давления; 4 – генератор; 5 – конденсатор; 6 – насос

Fig. 1. The scheme of a turbo-expander cycle with intermediate overheating without a heat exchanger: 1 – heat recovery boiler; 2 – high-pressure turbo-expander; 3 – low-pressure turbo-expander; 4 – generator; 5 – condenser; 6 – pump

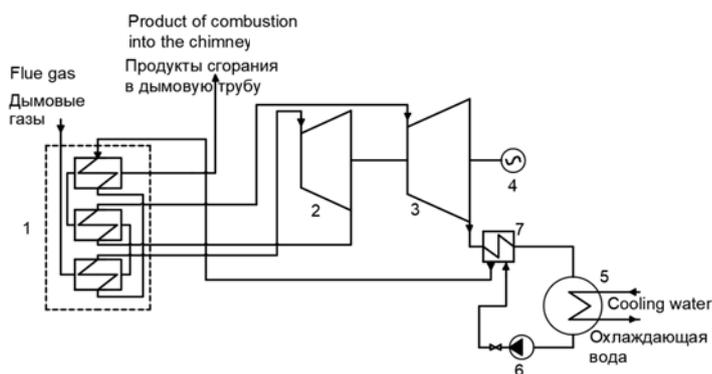


Рис. 2. Схема турбодетандерного цикла с промежуточным перегревом с теплообменным аппаратом на выходе из турбодетандера: 1–6 – то же, что на рис. 1; 7 – теплообменный аппарат

Fig. 2. The scheme of a turbo-expander cycle with intermediate overheating that involves a heat exchanger at the outlet of the turbo-expander: 1–6 – the same as in Fig. 1; 7 – heat exchanger

Таким образом, возникает необходимость определения оптимальных параметров промежуточного перегрева турбодетандерного цикла на НКРТ для исследуемых схем.

В качестве НКРТ в настоящем исследовании рассматривается озонобезопасный фреон R236EA, имеющий «сухую» характеристику линии насыщения, нулевой потенциал разрушения озонового слоя и потенциал глобального потепления, равный 1370.

Методика термодинамического анализа

С помощью эксергетического анализа определим эксергетический КПД исследуемых циклов [11–15], о. е.:

$$\eta_e = \frac{\sum E_{\text{э}}}{\sum E_3} = 1 - \frac{\sum D}{\sum E_3}, \quad (1)$$

где $\sum E_{\text{э}}$ – потоки эксергии, сумма или разность которых определяет получаемый эффект; $\sum E_3$ – потоки эксергии, сумма или разность которых определяет затраты; $\sum D$ – потери эксергии в цикле, кДж/кг.

Потери эксергии в цикле можно представить как сумму потерь по элементам исследуемого цикла

$$\sum D(P_{3^*}, T_{3^*}) = D_{\text{КУ}}(P_{3^*}, T_{3^*}) + D_{\text{ТД}}(P_{3^*}, T_{3^*}) + D_{\text{ТО}}(P_{3^*}, T_{3^*}) + D_{\text{КД}} + D_{\text{Н}}, \quad (2)$$

где $D_{\text{КУ}}(P_{3^*}, T_{3^*})$ – потери эксергии в котле-утилизаторе; $D_{\text{ТД}}(P_{3^*}, T_{3^*})$ – то же в турбодетандере; $D_{\text{ТО}}(P_{3^*}, T_{3^*})$ – то же в теплообменнике; $D_{\text{КД}}$ – то же в конденсаторе; $D_{\text{Н}}$ – то же в насосе.

В скобках возле соответствующего показателя указываются параметры рабочего тела перед турбодетандером низкого давления (ТДНД), оказывающие влияние на данный показатель.

Потери эксергии в котле-утилизаторе для схемы:

– без теплообменного аппарата (рис. 1)

$$D_{\text{КУ}} = E_q + E_2 - E_3; \quad (3)$$

– с теплообменным аппаратом (рис. 2)

$$D_{\text{КУ}}(P_{3^*}, T_{3^*}) = E_q + E_2(P_{3^*}, T_{3^*}) - E_3, \quad (4)$$

где E_q – эксергия дымовых газов, подводимых к котлу-утилизатору; E_2 – то же низкокипящего рабочего тела на входе в котел-утилизатор (без подогрева в теплообменном аппарате); $E_2(P_{3^*}, T_{3^*})$ – то же низкокипящего рабочего тела на входе в котел-утилизатор (после подогрева в теплообменном

аппарате); E_3 – то же низкокипящего рабочего тела на выходе из котла-утилизатора.

Эксергия дымовых газов, подводимых к котлу-утилизатору:

$$E_q = Q_{\text{ш}} \eta_t^{\text{ОЦК}} = Q_{\text{ш}} \left(1 - \frac{T_0}{T_{\text{гдг}}} \right), \quad (5)$$

где $Q_{\text{ш}}$ – количество теплоты, подведенной к котлу-утилизатору с дымовыми газами; $\eta_t^{\text{ОЦК}}$ – термический КПД обратимого цикла Карно; T_0 – температура окружающей среды; $T_{\text{гдг}}$ – то же горячих дымовых газов, поступающих в котел-утилизатор.

Потери эксергии в турбодетандере (рис. 1, 2)

$$D_{\text{ТД}}(P_{3'}, T_{3'}) = E_3 - E_{3'}(P_{3'}) + E_{3'}(P_{3'}, T_{3'}) - E_4(P_{3'}, T_{3'}) - L_{\text{дТД}}(P_{3'}, T_{3'}) \eta_{\text{мехТД}} \eta_{\text{ген}}, \quad (6)$$

где $E_{3'}(P_{3'})$ – эксергия рабочего тела на выходе из турбодетандера высокого давления (ТДВД); $E_{3'}(P_{3'}, T_{3'})$ – то же на входе в ТДНД; $E_4(P_{3'}, T_{3'})$ – то же на выходе из ТДНД; $L_{\text{дТД}}(P_{3'}, T_{3'})$ – действительная работа, совершаемая в турбодетандере, кДж; $\eta_{\text{мехТД}}$ – механический КПД турбодетандера; $\eta_{\text{ген}}$ – КПД генератора.

Действительная работа, совершаемая в турбодетандере:

$$L_{\text{дТД}}(P_{3'}, T_{3'}) = (h_3 - h_{3'}(P_{3'}) + h_{3'}(P_{3'}, T_{3'}) - h_4(P_{3'}, T_{3'})) G_{\text{НКРТ}}, \quad (7)$$

где h_3 – энтальпия рабочего тела на входе в ТДВД; $h_{3'}(P_{3'})$ – то же на выходе из ТДВД; $h_{3'}(P_{3'}, T_{3'})$ – то же на входе в ТДНД; $h_4(P_{3'}, T_{3'})$ – то же на выходе из ТДНД; $G_{\text{НКРТ}}$ – расход рабочего тела в цикле.

Потери эксергии в теплообменнике (рис. 2):

$$D_{\text{ТО}}(P_{3'}, T_{3'}) = (E_4(P_{3'}, T_{3'}) - E_5) - (E_{2'}(P_{3'}, T_{3'}) - E_2), \quad (8)$$

где E_5 – эксергия паров низкокипящего рабочего тела после охлаждения в теплообменнике.

Потери эксергии в конденсаторе для схемы:

– без теплообменного аппарата (рис. 1)

$$D_{\text{КД}}(P_{3'}, T_{3'}) = E_4(P_{3'}, T_{3'}) - E_1; \quad (9)$$

– с теплообменным аппаратом (рис. 2)

$$D_{\text{КД}} = E_5 - E_1, \quad (10)$$

где E_1 – эксергия низкокипящего рабочего тела на выходе из конденсатора.

Потери эксергии в насосе (рис. 1, 2)

$$D_H = L_{дН} - (E_2 - E_1), \quad (11)$$

где $L_{дН}$ – действительная работа, совершаемая насосом, определяется как

$$L_{дН} = (h_2 - h_1)G_{НКРТ}, \quad (12)$$

где h_1 – энтальпия рабочего тела на входе в насос; h_2 – то же на выходе из насоса.

Анализ результатов, полученных при изменении температуры НКРТ и неизменном давлении

Расчет эксергетического КПД при различных температурах рабочего тела на выходе из вторичного пароперегревателя основывается на циклах исследуемых схем (рис. 3, 4).

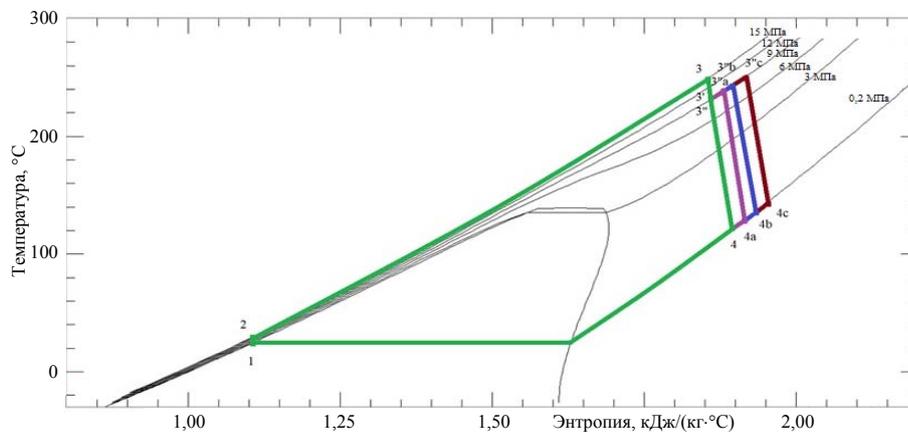


Рис. 3. Цикл турбодетандерной установки без теплообменного аппарата при неизменном давлении

Fig. 3. A cycle of a turbo-expander unit without a heat exchanger at constant pressure

Цикл без теплообменного аппарата (рис. 3) включает следующие процессы: 1–2 – повышение давления НКРТ в насосе; 2–3 – изобарный процесс нагрева, парообразования и перегрева в котле-утилизаторе; 3–3' – процесс расширения НКРТ в ТДВД; 3'–3''а, 3'–3''б, 3'–3''с – изобарный процесс вторичного перегрева в пароперегревателе котла-утилизатора (включая случаи, когда вторичный перегрев равен нулю (3'' совпадает с 3') или температуре перегретого НКРТ, поступающего в ТДВД (3''с)); 3''–4, 3''а–4а, 3''б–4б, 3''с–4с – процесс расширения НКРТ в ТДНД; 4–1, 4а–1, 4б–1, 4с–1 – изобарный процесс охлаждения и конденсации паров хладагента в конденсаторе.

Цикл с теплообменным аппаратом (рис. 4) состоит из процессов: 1–2 – повышение давления НКРТ в насосе; 2–2', 2–2'а, 2–2'б, 2–2'с, 2–2'д – процесс нагрева рабочего тела в теплообменном аппарате; 2'–3, 2'а–3, 2'б–3, 2'с–3, 2'д–3 – изобарный процесс нагрева, парообразования и перегрева в котле-утилизаторе; 3–3' – процесс расширения НКРТ в ТДВД; 3'–3'', 3'–3''а, 3'–3''б, 3'–3''с, 3'–3''д – изобарный процесс перегрева в пароперегревателе котла-утилизатора (включая случаи перегрева, аналогичные для цикла без теплообменного аппарата); 3''–4, 3''а–4а, 3''б–4б, 3''с–4с, 3''д–4д – процесс

расширения НКРТ в ТДНД; 4–5, 4a–5, 4b–5, 4c–5, 4d–5 – изобарный процесс охлаждения паров хладагента в теплообменнике; 5–1 – изобарный процесс охлаждения и конденсации паров хладагента в конденсаторе.

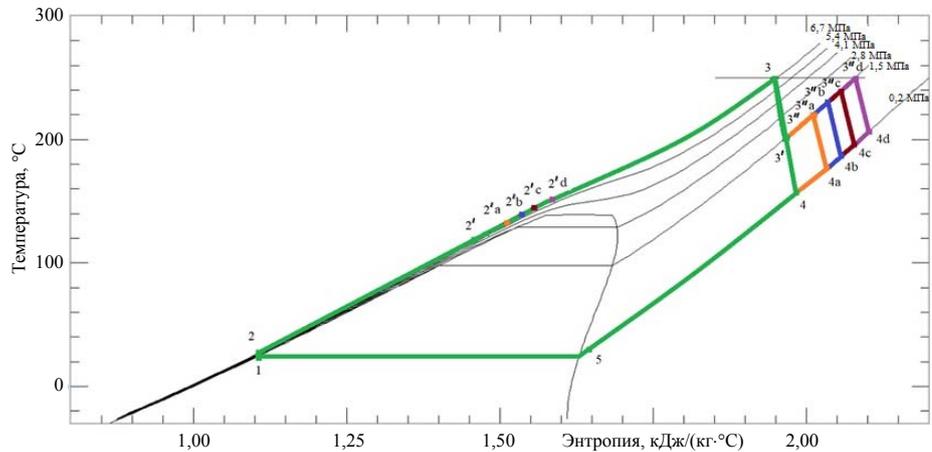


Рис. 4. Цикл турбодетандерной установки с теплообменным аппаратом при неизменном давлении

Fig. 4. A cycle of a turbo-expander unit with a heat exchanger at constant pressure

Результаты расчетов представлены на рис. 5 в виде зависимостей эксергетического КПД от температуры рабочего тела перед ТДНД.

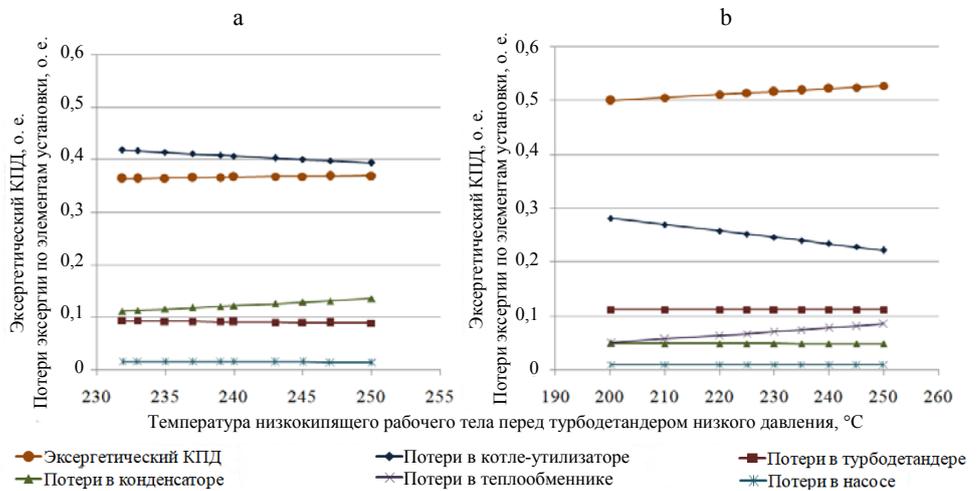


Рис. 5. Зависимость эксергетического КПД и потерь эксергии по элементам исследуемых циклов от температуры низкокипящего рабочего тела перед турбодетандером низкого давления для турбодетандерного цикла: а – без теплообменного аппарата; б – с теплообменным аппаратом

Fig. 5. The dependences of the exergetic efficiency and of exergy losses according to the elements of the studied cycles on the temperature of the low-boiling working fluid in front of the low-pressure turbo-expander: а – turbo-expander cycle without a heat exchanger; б – turbo-expander cycle with a heat exchanger

Повышение температуры НКРТ в обоих случаях приводит к увеличению эксергетического КПД. Основное влияние на эксергетический КПД оказывают потери эксергии: в котле-утилизаторе (с увеличением температуры снижаются); в конденсаторе (с увеличением температуры растут) для схемы без теплообменного аппарата; в теплообменнике (с увеличением температуры растут) для схемы с теплообменным аппаратом. Однако более крутая характеристика потерь эксергии в котле-утилизаторе по сравнению с потерями эксергии в конденсаторе и теплообменнике приводит к тому, что кривая зависимости эксергетического КПД от температуры растет.

Анализ результатов, полученных при изменении давления НКРТ и неизменной температуре

Рассмотрим влияние давления низкокипящего рабочего тела в промежуточном пароперегревателе на эксергетический КПД. Для представленных выше схем (рис. 1, 2) с тем же рабочим телом (R236EA) проведен расчет эксергетического КПД при различных давлениях НКРТ и неизменной температуре. Соответствующие циклы изображены на рис. 6, 7.

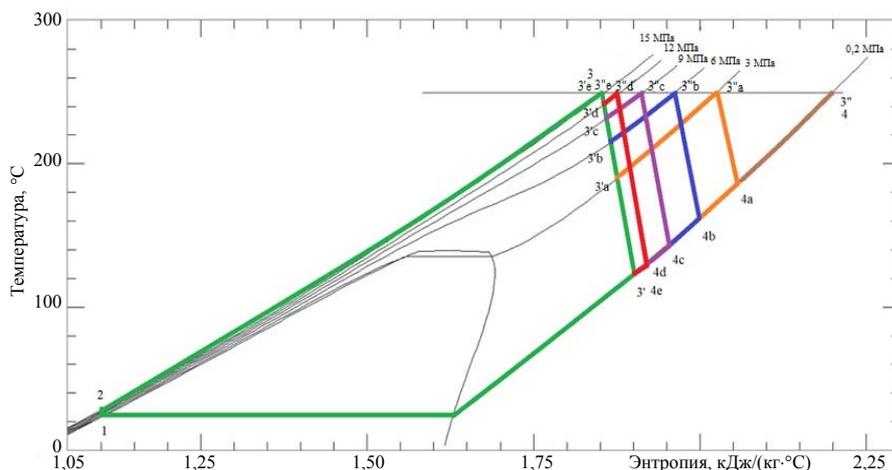


Рис. 6. Цикл турбодетандерной установки без теплообменного аппарата в T - s -координатах при неизменной температуре

Fig. 6. A cycle of a turbo-expander unit without a heat exchanger in T - s coordinates at a constant temperature

Цикл без теплообменного аппарата (рис. 6) включает следующие процессы: 1–2 – повышение давления НКРТ в насосе; 2–3 – изобарный процесс нагрева, парообразования и перегрева в котле-утилизаторе; 3–3', 3–3'a, 3–3'b, 3–3'c, 3–3'd, 3–3'e – процесс расширения НКРТ в ТДВД (включая случаи, когда расширение не производится (3'e совпадает с 3) или производится до давления, равного давлению в конденсаторе (3')); 3'–3'', 3'–3'a, 3'–3'b, 3'–3'c, 3'–3'd, 3'–3'e – изобарный процесс вторичного перегрева НКРТ в котле-утилизаторе; 3''–4, 3''a–4a, 3''b–4b, 3''c–4c, 3''d–4d, 3''e–4e – процесс расширения НКРТ в ТДНД; 4–1, 4a–1, 4b–1, 4c–1, 4d–1, 4e–1 – изобарный процесс охлаждения и конденсации паров хладагента в конденсаторе.

Цикл с теплообменным аппаратом (рис. 7) состоит из процессов: 1–2 – повышение давления НКРТ в насосе; 2–2', 2–2'a, 2–2'b, 2–2'c, 2–2'd – процесс нагрева рабочего тела в теплообменнике; 2'–3, 2'a–3a, 2'b–3b, 2'c–3c, 2'd–3d – изобарный процесс нагрева, парообразования и перегрева в котле-утилизаторе; 3–3', 3–3'a, 3–3'b, 3–3'c, 3–3'd – процесс расширения НКРТ в ТДВД (включая случаи, аналогичные для цикла без теплообменного аппарата); 3'–3'', 3'a–3''a, 3'b–3''b, 3'c–3''c, 3'd–3''d – изобарный процесс вторичного перегрева в котле-утилизаторе; 3''–4, 3''a–4a, 3''b–4b, 3''c–4c, 3''d–4d – процесс расширения НКРТ в ТДНД; 4–5 – изобарный процесс охлаждения паров хладагента в теплообменнике; 5–1 – изобарный процесс охлаждения и конденсации паров хладагента в конденсаторе.

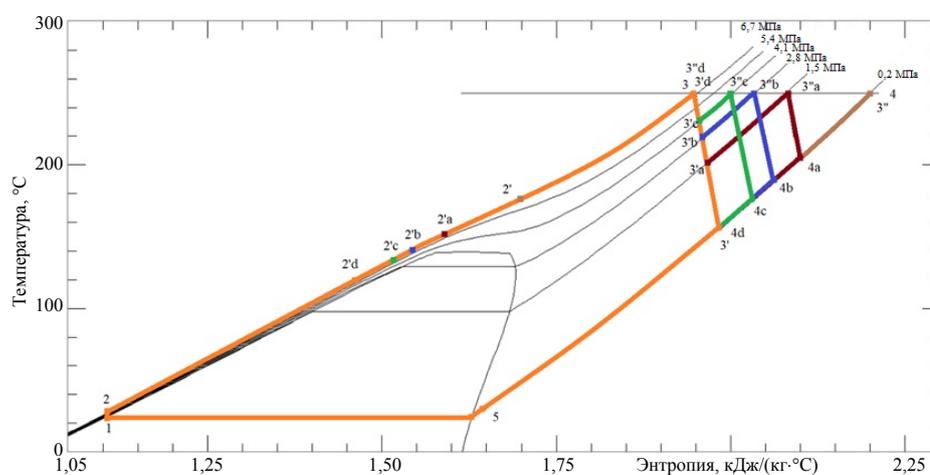


Рис. 7. Цикл турбодетандерной установки с теплообменным аппаратом в T - s -координатах при неизменной температуре

Fig. 7. A cycle of a turbo-expander unit with a heat exchanger in T - s coordinates at a constant temperature

Результаты расчетов представлены на рис. 8 в виде зависимостей эксергетического КПД от давления НКРТ перед ТДНД. С повышением давления эксергетический КПД в обоих случаях растет только до определенного значения, затем начинает снижаться, т. е. дальнейшее повышение давления становится нецелесообразным. Потери эксергии с ростом давления в котле-утилизаторе сначала снижаются, потом меняют свое направление и начинают расти; в конденсаторе (без теплообменного аппарата) и теплообменнике (с теплообменным аппаратом) – снижаются.

Для исследуемых схем (рис. 1, 2) построены зависимости эксергетического КПД от давления при различных температурах НКРТ перед ТДНД.

При понижении температуры рабочего тела на выходе из промежуточного перегревателя сокращается область используемых давлений. Это объясняется тем, что повышение давления НКРТ на выходе из ТДВД приводит к росту его температуры, которая в определенный момент на выходе турбодетандера превышает возможную температуру вторичного перегрева.

Так, при снижении температуры перегрева рабочего тела с T_1 до T_2 (рис. 9) область давлений, лежащих выше T_2 , не может быть использована, т. е. перегрев по изобарам 1–2, 1'–2' и 1''–2'' невозможен; при снижении температуры до T_3 невозможен и процесс перегрева по изобарам (3...3''')–(4...4'''). Дальнейшее понижение температуры до T_4 приводит к исключению возможности перегрева.

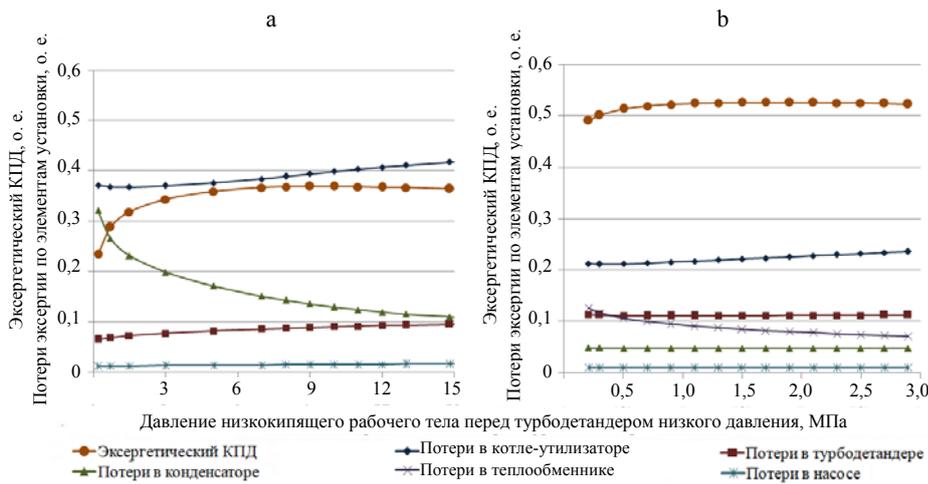


Рис. 8. Зависимость эксергетического КПД и потерь эксергии по элементам исследуемого цикла от давления низкокипящего рабочего тела перед турбодетандером низкого давления для турбодетандерного цикла: а – без теплообменного аппарата; б – с теплообменным аппаратом

Fig. 8. The dependences of the exergetic efficiency and of exergy losses according to the elements of the investigated cycle on the pressure of the low-boiling working fluid in front of the low-pressure turbo-expander: а – turbo-expander cycle without a heat exchanger; б – turbo-expander cycle with a heat exchanger

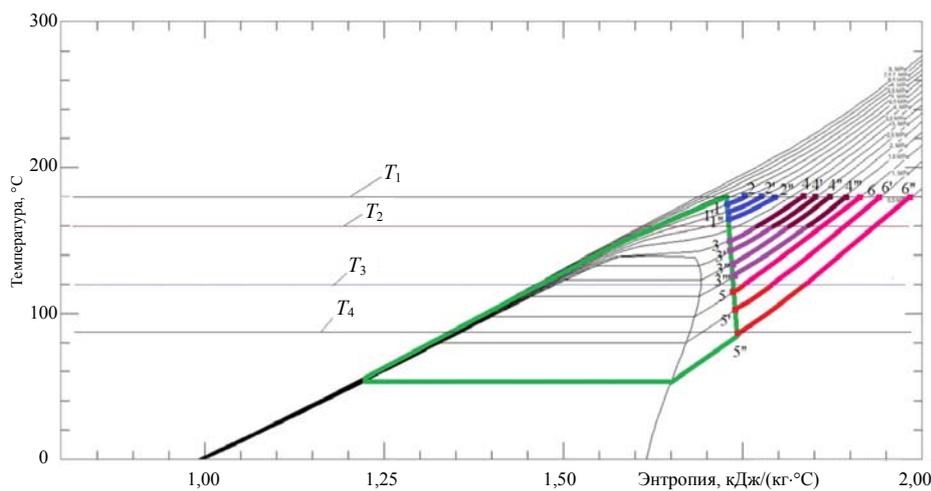


Рис. 9. Зависимость потерь эксергии по элементам исследуемого цикла от давления низкокипящего рабочего тела перед турбодетандером низкого давления

Fig. 9. Dependence of exergy losses according to the elements of the investigated cycle on the pressure of a low-boiling working fluid in front of the low-pressure turbo-expander

Для каждой зависимости определяется максимальный эксергетический КПД, который может быть получен при данной температуре рабочего тела перед ТДНД (рис. 10, 11).

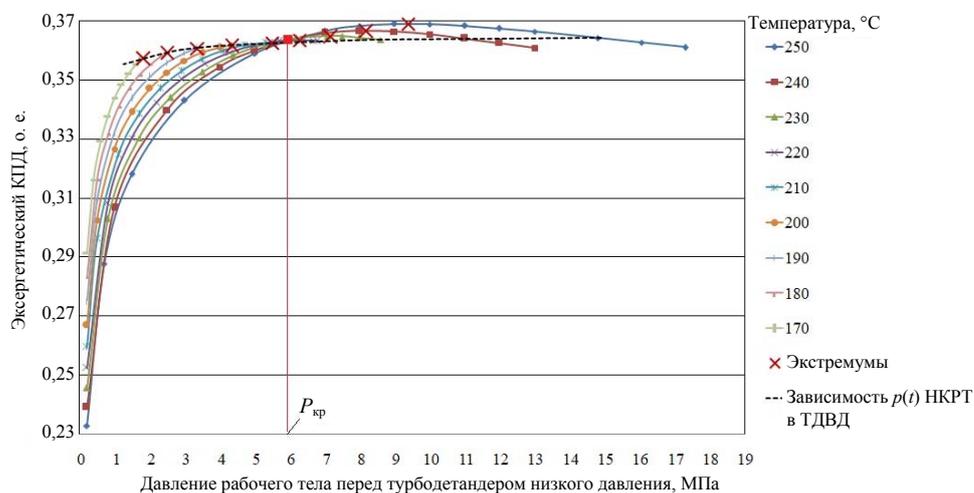


Рис. 10. Зависимость эксергетического коэффициента полезного действия от давления при различных температурах низкокипящего рабочего тела для схемы без теплообменного аппарата

Fig. 10. Dependence of exergetic efficiency on the pressure at different temperatures of a low-boiling working fluid for a circuit without a heat exchanger

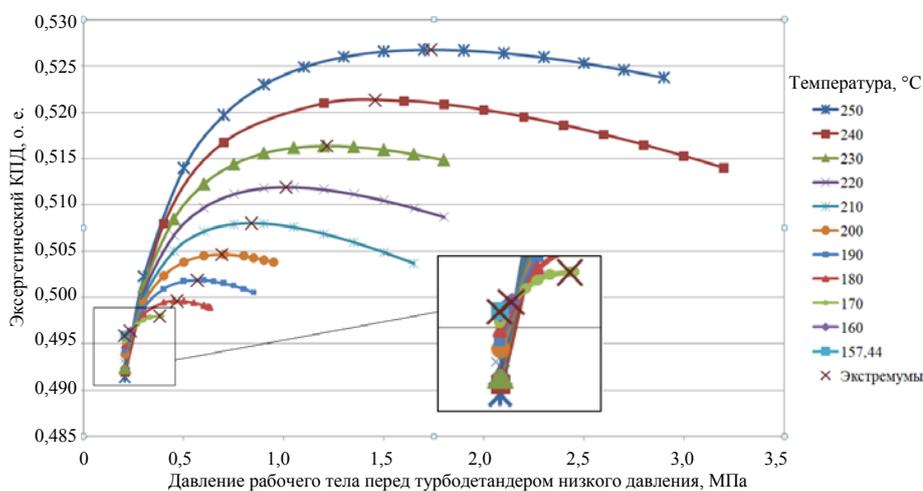


Рис. 11. Зависимость эксергетического коэффициента полезного действия от давления при различных температурах низкокипящего рабочего тела для схемы с теплообменным аппаратом

Fig. 11. Dependence of exergetic efficiency on the pressure at different temperatures of a low-boiling working fluid for a circuit with a heat exchanger

Согласно рис. 10–12, перегрев рабочего тела в промежуточном пароперегревателе: при малых давлениях приводит к снижению эксергетическо-

го КПД; при критическом давлении ($P_{кр}$) не ведет к его изменению; при давлении выше критического приводит к положительному эксергетическому эффекту. Таким образом, экстремумы функций зависимостей эксергетического КПД от давления при различных температурах перед ТДНД, лежащие в области давлений ниже критического, имеют те же параметры, что на выходе из ТДВД, т. е. максимальный эксергетический эффект достигается без вторичного перегрева.

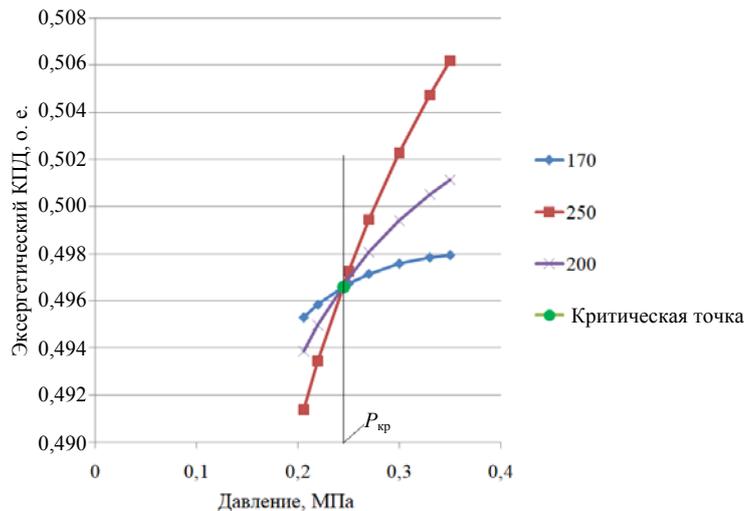


Рис. 12. Графическое пояснение к рис. 11

Fig. 12. Graphic clarification for Fig. 11

Сравнив максимальные эксергетические КПД при различных температурах для двух исследуемых схем, можно отметить, что при прочих равных условиях турбодетандерный цикл с теплообменным аппаратом более эффективен, чем без него, на всем промежутке исследуемых параметров.

ВЫВОД

Повышение параметров низкокипящего рабочего тела перед турбодетандером низкого давления (независимо от схемы турбодетандерного цикла) не всегда приводит к повышению эксергетического КПД. Так, перегрев рабочего тела при давлении, превышающем критическое, приводит к положительному эксергетическому эффекту. Однако для каждой температуры существует оптимальное давление, при котором КПД будет максимальным. При давлении ниже критического перегрев приводит к снижению эксергетического КПД, и максимальный эксергетический эффект достигается при отсутствии вторичного пароперегревателя. При прочих равных условиях турбодетандерный цикл с теплообменным аппаратом более эффективен, чем без него, на всем промежутке исследуемых параметров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Chen, W. J. Optimal Performance Characteristics of Subcritical Simple Irreversible Organic Rankine Cycle / W. J. Chen [et al.] // *Journal of Thermal Science*. 2018. Vol. 27, No 6. P. 555–562. <https://doi.org/10.1007/s11630-018-1049-5>.
2. Тригенерация энергии в турбодетандерных установках на диоксиде углерода / А. В. Овсянник [и др.] // *Вестник ГГТУ имени П. О. Сухого*. 2019. № 2. С. 41–51.
3. Белов, Г. В. Органический цикл Ренкина и его применение в альтернативной энергетике / Г. В. Белов, М. А. Дорохова // *Наука и образование: Научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана*. 2014. № 2. С. 99–124. <https://doi.org/10.7463/0214.0699165>.
4. Овсянник, А. В. Турбодетандерная установка на диоксиде углерода с производством жидкой и газообразной углекислоты / А. В. Овсянник // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2019. Т. 62, № 1. С. 77–87. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-1-77-87>.
5. Trigenation Units on Carbon Dioxide with Two-Time Overheating with Installation of Turbo Detainer and Recovery Boiler / A. V. Ovsyannik [et al.] // *Journal of Physics: Conference Series*. 2020. Vol. 1683, No 042010. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1683/4/042010>.
6. Ovsyannik, A. V. Thermodynamic Analysis and Optimization of Low-Boiling Fluid Parameters in a Turboexpander / A. V. Ovsyannik, V. P. Kliuchinski // *Journal of Physics: Conference Series*. 2020. Vol. 1683, No 042005. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1683/4/042005>.
7. Овсянник, А. В. Разработка компьютерной программы для оптимизации параметров низкокипящего рабочего тела в турбодетандерной установке / А. В. Овсянник, В. П. Ключинский // *Вестник ГГТУ имени П. О. Сухого*. 2020. № 3/4. С. 108–115.
8. Овсянник, А. В. Термодинамический анализ озонобезопасных низкокипящих рабочих тел для турбодетандерных установок / А. В. Овсянник, В. П. Ключинский // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2020. Т. 63, № 6. С. 554–562. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-6-554-562>.
9. Трухний, А. Д. Стационарные паровые турбины / А. Д. Трухний. М.: Энергоатомиздат, 1990. 640 с.
10. Овсянник, А. В. Турбодетандерные установки на низкокипящих рабочих телах / А. В. Овсянник, В. П. Ключинский // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2021. Т. 64, № 1. С. 65–77. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-1-65-77>.
11. Бродянский, В. М. Эксергетический метод и его приложения / В. М. Бродянский, В. Фратшер, К. Михалек; под ред. В. М. Бродянского. М.: Энергоатомиздат, 1988. 288 с.
12. Бродянский, В. М. Эксергетический метод термодинамического анализа / В. М. Бродянский. М.: Энергия, 1973. 295 с.
13. Сажин, Б. С. Эксергетический анализ работы промышленных установок / Б. С. Сажин, А. П. Булеков, В. Б. Сажин. М.: Моск. гос. текстильн. ун-т имени А. Н. Косыгина, 2000. 297 с.
14. Теоретические основы теплотехники. Теплотехнический эксперимент / под общ. ред. В. А. Григорьева, В. М. Зорина. 2-е изд., перераб. М.: Энергоатомиздат, 1988. 560 с.
15. Шаргут, Я. Эксергия / Я. Шаргут, Р. Петела. М.: Энергия, 1968. 280 с.

Поступила 20.02.2020 Подписана в печать 28.04.2020 Опубликована онлайн 30.03.2021

REFERENCES

1. Chen W. J., Feng H. J., Chen L. G., Xia S. J. (2018) Optimal Performance Characteristics of Subcritical Simple Irreversible Organic Rankine Cycle. *Journal of Thermal Science*, 27 (6), 555–562. <https://doi.org/10.1007/s11630-018-1049-5>.
2. Ovsyannik A. V., Valchenko, N. A., Kovalchuk, P. A., Arshukov, A. I. (2019) Trigenation of Energy in Carbon Dioxide Turbo-Expanders. *Vestnik Gomel'skogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta imeni P. O. Sukhogo* [Bulletin of Sukhoi State Technical University of Gomel], (2), 41–51 (in Russian).

3. Belov G. V., Dorokhova M. A. (2014) Rankine Organic Cycle and its Application in Alternative Power Engineering. *Science and Education: Scientific Edition of Bauman MSTU*, (2), 99–124. <https://doi.org/10.7463/0214.0699165> (in Russian).
4. Ovsyannik A. V. (2019) Carbon Dioxide Turbine Expander Plant Producing Liquid and Gaseous Carbon Dioxide. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 62 (1), 77–87. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-1-77-87> (in Russian).
5. Ovsyannik A. V., Kovalchuk P. A., Arshukov A. I., Kliuchinski V. P. (2020) Trigeration Units on Carbon Dioxide with Two-Time Overheating with Installation of Turbo Detainer and Recovery Boiler. *Journal of Physics: Conference Series*, 1683 (042010). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1683/4/042010>.
6. Ovsyannik A. V., Kliuchinski V. P. (2020) Thermodynamic Analysis and Optimization of Low-Boiling Fluid Parameters in a Turboexpander. *Journal of Physics: Conference Series*, 1683 (042005). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1683/4/042005>.
7. Ovsyannik A. V., Kliuchinski V. P. (2020) Development of the Software for Optimization the Parameters of a Low-Boiling Working Substance in a Turbo-Expander Installation. *Vestnik Gomel'skogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta imeni P. O. Sukhogo* [Bulletin Sukhoi State Technical University of Gomel], (3/4), 108–115 (in Russian).
8. Ovsyannik A. V., Kliuchinski V. P. (2020) Thermodynamic Analysis of Ozone-Safe Low Boiling Working Media for Turbo-Expander Plants. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 63 (6), 554–562. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-6-554-562> (in Russian).
9. Truhnii A. D. (1990) *Stationary Steam Turbines*. Moscow, Energoatomizdat. Publ. 640 (in Russian).
10. Ovsyannik A. V., Kliuchinski V. P. (2021) Turbo-Expander Units on Low Boiling Working Fluids. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 64 (1), 65–77. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-1-65-77> (in Russian).
11. Brodyanskii V. M., Fratsher V., Mikhalek K. (1988) *Exergetic Method and its Applications*. Moscow, Energoatomizdat Publ. 288 (in Russian).
12. Brodyanskii V. M. (1973) *Exergetic Method of Thermodynamic Analysis*. Moscow, Energia Publ. 295 (in Russian).
13. Sazhin B. S., Bulekov A. P., Sazhin V. B. (2000) *Exergetic Analysis of the Work of Industrial Installations*. Moscow, Moscow State Textile University named after A. N. Kosygin. 297 (in Russian).
14. Grigoriev V. A., Zorin V. M. (ed.) (1988) *Theoretical Foundations of Heat Engineering. Thermal Engineering Experiment*. Moscow, Energoatomizdat Publ. 560 (in Russian).
15. Shargut Y., Petela R. (1968) *Exergy*. Moscow, Energia Publ. 280 (in Russian).

<https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-2-178-186>

УДК 621.311.25:621.039

Анализ производительности пассивного каталитического рекомбинатора водорода с учетом условий внутри герметичного ограждения локализирующей системы безопасности АЭС с ВВЭР

В. В. Сорокин¹⁾

¹⁾Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2021
Belarusian National Technical University, 2021

Реферат. На современной атомной электростанции предусмотрены локализирующие системы безопасности для удержания при аварии радиоактивных веществ и ослабления ионизирующего излучения. Вместе с радиоактивными веществами удерживается и водород, образующийся при разложении теплоносителя первого контура. Накопление водорода в присутствии кислорода из атмосферы в зоне локализации аварии несет опасность формирования горючих и взрывоопасных концентраций этих компонентов. В проектах АЭС с ВВЭР предусмотрена система удаления водорода, включающая пассивные каталитические рекомбинаторы водорода. Производительность устройств подтверждается экспериментально в эталонных условиях (бедная воздушно-водородная смесь, давление и температура близки к нормальным, отсутствие помех для газообмена). Производительность – важный для безопасности параметр. Внутри герметичного ограждения локализирующей системы безопасности АЭС с ВВЭР при аварии условия могут отличаться от эталонных и влиять на производительность. На основе расчетов исследована работа рекомбинаторов при недостатке кислорода и при затрудненном газообмене. Снижение производительности при недостатке кислорода достигает 50 %, что вызвано в основном ростом недожога. По сравнению с эталонными условиями, при аварии эффект выражен сильнее – 60–70 %. Затрудненный газообмен моделируется уменьшением высоты тягового канала рекомбинатора. К этому случаю можно свести размещение устройства в стесненных условиях и влияние скорости атмосферы внутри ограждения. Независимо от концентрации водорода рабочая характеристика устройства остается линейной, двукратное уменьшение высоты приводит к снижению производительности на 20 %. Результаты могут использоваться при обосновании безопасности АЭС с ВВЭР и экспертизе отчетов по обоснованию безопасности энергоблоков.

Ключевые слова: АЭС, ВВЭР, водородная безопасность, пассивные каталитические рекомбинаторы водорода, герметичная оболочка, недостаток кислорода, условия размещения, расчеты

Для цитирования: Сорокин, В. В. Анализ производительности пассивного каталитического рекомбинатора водорода с учетом условий внутри герметичного ограждения локализирующей системы безопасности АЭС с ВВЭР / В. В. Сорокин // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2021. Т. 64, № 2. С. 178–186. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-2-178-186>

Адрес для переписки

Сорокин Владимир Владимирович
Белорусский национальный технический университет
просп. Независимости, 65/2,
220013, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 293-91-45
sorokin.npp@gmail.com

Address for correspondence

Sorokin Vladimir V.
Belarusian National Technical University
65/2, Nezavisimosti Ave.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 293-91-45
sorokin.npp@gmail.com

Analysis Catalytic Hydrogen Recombiner Capacity Calculation Taking into Account Conditions Inside Sealed Enclosure of Containment Safety System of Nuclear Power Plants with Water-Water Energetic Reactor

V. V. Sorokin¹⁾

¹⁾Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. Localizing safety systems are provided to contain radioactive substances in an accident and attenuate ionizing radiation at a modern nuclear power plant. Together with radioactive substances, hydrogen is also retained, which is formed during the decomposition of the primary coolant. The accumulation of hydrogen in the presence of oxygen from the atmosphere in the accident localization zone carries the danger of the formation of flammable and explosive concentrations of these components. Nuclear power plant (NPP) designs with water-water energetic reactor (WWER) provides for a hydrogen removal system including passive catalytic hydrogen recombiners. The device capacity is confirmed experimentally under reference conditions (lean air-hydrogen mixture, pressure and temperature close to normal, no interference with gas exchange). Capacity is an important safety parameter. In the event of an accident, conditions inside the sealed enclosure of the localizing system of NPP with WWER can differ from the reference ones and affect the capacity. On the basis of calculations, the operation of recombiners with lack of oxygen and with hindered gas exchange has been investigated in the paper. The decrease in capacity with lack of oxygen reaches 50 %, which is mainly caused by an increase in underburning. Compared to the reference conditions, the effect is more pronounced in the event of an accident – 60–70 %. The hindered gas exchange is modeled by a decrease in the height of recombining channel. This case can be reduced to the placement of the device in cramped conditions and the effect of the atmosphere speed inside the enclosure. Regardless of the hydrogen concentration, the operating characteristic of the device remains linear, with a two-fold decrease in height leads to a decrease in capacity by 20 %. The results can be used to substantiate the safety of NPPs with WWER and to review on the safety substantiation of power units.

Keywords: nuclear power plant, water-water energetic reactor, hydrogen safety, passive catalytic hydrogen recombining, hermitically sealed enclosure, lack of oxygen, containment conditions, calculations

For citation: Sorokin V. V. (2021) Analysis Catalytic Hydrogen Recombiner Capacity Calculation Taking into Account Conditions Inside Sealed Enclosure of Containment Safety System of Nuclear Power Plants with Water-Water Energetic Reactor. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 64 (2), 178–186. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-2-178-186> (in Russian)

Введение

В проектах современных АЭС с ВВЭР предусматривается система удаления водорода из зоны локализации аварии, основанная на использовании пассивных каталитических рекомбинаторов водорода [1, 2]. Уточнение параметров активных зон ВВЭР [3] способствует снижению водородной опасности при авариях, но не ослабляет ее до безопасного уровня. Суммарная производительность рекомбинаторов выбирается такой, чтобы концентрация водорода была меньше нижнего концентрационного предела воспламенения, а в случаях тяжелых аварий не произошло взрыва и горение ограничивалось безопасным для ограждения уровнем. Поскольку производительность устанавливается в эталонных условиях, существует известная трудность обоснования достаточности при выборе количества

и мест расположения устройств с учетом условий внутри герметичного ограждения при авариях.

Реакторная установка находится внутри герметичного ограждения, причем части установки размещаются в специальных помещениях или боксах. Типичный бокс – пол, потолок, стены и проемы, через которые боксы сообщаются между собой и с основным объемом под ограждением. После компоновки основного оборудования с выделением площадок для обслуживания, для размещения рекомбинаторов водорода системы аварийного удаления водорода локализирующей системы безопасности энергоблока остается ограниченное число мест. Из них выбирают защищенные при авариях от струй, летящих предметов и затопления, обеспечивающие доступ для обслуживания, размещенные в местах наиболее вероятного появления водорода. В этих условиях обеспечить эталонный монтаж (уединенное место на достаточно протяженной вертикальной стенке со свободным притоком и оттоком рабочей газовой среды) не всегда возможно. В условиях затрудненного газообмена можно ожидать снижения производительности рекомбинатора водорода.

Эталонная рабочая среда для рекомбинатора – это бедная смесь водорода с воздухом, иногда разбавленная водяным паром. В результате скорость реакции на катализаторе лимитируется концентрацией водорода, а кислород имеется в избытке и его концентрация не является значащим фактором. В условиях аварии внутри герметичного ограждения могут формироваться рабочие среды, обедненные кислородом, в которых уже концентрация кислорода на катализаторе ограничивает скорость реакции (oxygen starvation). Дефицит кислорода характерен для финальных стадий аварий, а также наблюдается в боксах, в которые происходит течь. Из таких боксов пароводородная струя выносит воздух и доставляет избыток водорода по отношению к оставшемуся кислороду. Коэффициент диффузии кислорода значительно ниже, чем у водорода, поэтому следует ожидать снижения потока реагента на катализатор и уменьшения производительности рекомбинатора.

Влияние отмеченных условий внутри герметичного ограждения оценивается в научной литературе как важный для безопасности фактор и рассматривается во многих работах [4–16]. Согласно [4–5], дефицит кислорода приводит к снижению степени рекомбинации водорода до уровня 40–70 % при атмосферном давлении. При стехиометрической пропорции кислорода и водорода производительность устройства составляет менее 50 % от номинальной. Экспериментально установлено падение производительности рекомбинатора, превышающей 50 %, при недостатке кислорода. Работа рекомбинатора в типичных для аварий условиях, в частности при недостатке кислорода, противотоке атмосферного газа, не вполне понятна. В [6] внешний массоперенос и химическая реакция учитываются отдельно, установлено влияние концентрации кислорода на дожигание. В начальный период аварии рекомбинаторы, согласно расчетам [7], не смогут справиться с риском достижения водородом горючей концентрации из-за их инерционности и дефицита кислорода. В ходе анализа вопросов водородной безопасности на предмет выявления оставшихся неясностей отмечается работа рекомбинатора при дефиците кислорода [8]. В обобщающей работе [9] обращается внимание на то, что при слепом тестировании расчеты дают заметно различающиеся результаты в условиях нехватки кислорода.

Степень рекомбинации водорода заметно снижается при недостатке кислорода [11]. Оптимальная эффективность рекомбинатора наблюдается при содержании кислорода выше стехиометрического [10]. Недостаток кислорода уменьшает конверсию водорода рекомбинатором и не влияет на конверсию оксида углерода [11]. Дальнейшего изучения требуют вопросы работы при низком содержании кислорода, влияния положения устройства (близость ограждений и местные течения газа) на его производительность [12]. В условиях реальной аварии с течью теплоносителя первого контура и потерей источников переменного тока рекомбинаторы не препятствуют возникновению водородной стратификации [13]. При использовании множества устройств пожароопасная ситуация перестает зависеть от деталей поведения каждого из них. Риск воспламенения заканчивается спустя 15–30 мин с момента пикового выброса.

Отмечено влияние фактора размещения рекомбинатора на его производительность: положение в нижней части контейнента способствует улучшению перемешивания среды и усилению переноса водорода к каталитической поверхности [14]. Остаются вопросы о снижении эффективности рекомбинаторов в условиях внешнего противотока газа, что типично для небольших помещений или узких боксов [15]. Повышение производительности рекомбинатора наблюдалось при дополнительном действии вентилятора в направлении естественной тяги [16].

В данной статье рассматривается влияние места установки и недостатка кислорода на параметры работы рекомбинатора. Как показал анализ научной литературы, поставленные вопросы актуальны и, несмотря на активные исследования, еще не получили общепризнанного решения. Прикладной интерес представляет изучение этих вопросов в характерных для аварии условиях внутри герметичного ограждения локализующей системы безопасности АЭС с ВВЭР (давление 0,3 МПа, температура 100 °С, объемная концентрация водорода 2–4 %). Для исследования выбрано устройство фирмы «Арева» с каталитическим блоком в форме эквидистантных параллельных пластин, покрытых платиновым катализатором, на носителе из оксида алюминия (в гамма-форме). Такими рекомбинаторами могут оснащаться энергоблоки АЭС с ВВЭР [1, 2]. Расчет рекомбинатора ведется на основе подхода, предложенного в [17].

Работа рекомбинатора в условиях недостатка кислорода

В модели [17] принято, что конверсия водорода определяется балансом эффектов разности концентраций компонента между ядром потока и стенкой и сопротивлением переносу. Сопротивление обусловлено ограниченностью скоростей последовательно: диффузии водорода на стенку и химического его превращения в воду на катализаторе. В силу избытка кислорода влияние концентрации этого реагента на скорость реакции не наблюдается. Для расчета работы рекомбинатора при недостатке кислорода в условиях избытка водорода в рамках данной модели водород заменяется кислородом. Коэффициент диффузии кислорода задается выражением $D_{O_2} = 0,182(T/273)^{1,724} p_0/p$ см²/с, где T – температура газа, К; p – давление газа внутри герметичного ограждения, МПа; $p_0 = 0,1$ МПа [18]. Скорость

химической реакции определяется формулой $k_{sO_2} = k_s/2$ в соответствии со стехиометрическим уравнением превращения водорода и кислорода в воду [19], скорость химической реакции для водорода k_s установлена в [17]. Характерные объемные концентрации кислорода по стехиометрии составляют 1 и 2 %.

Данные о производительности рекомбинатора П в условиях недостатка кислорода при прочих равных приводятся на рис. 1 в безразмерной форме, масштабом принята производительность при объемной концентрации водорода 4 %, избытке кислорода, температуре в помещении 25 °С, атмосферном давлении (эталонные условия).

Согласно рис. 1, рабочая характеристика рекомбинатора остается линейной, производительность снижается более чем вдвое. Температура на выходе из устройства составляет 94 °С, средняя температура катализатора 156 °С, недожог 0,57 против параметров 275 °С, 516 °С и 0,24 соответственно в эталонных условиях. Эти величины соответствуют данным [3–4].

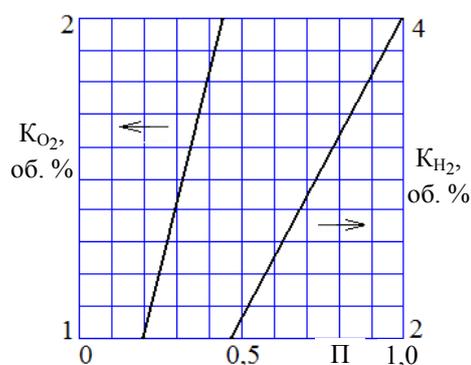


Рис. 1. Изменение производительности рекомбинатора при недостатке кислорода

Fig. 1. Change in capacity of recombiner with lack of oxygen

Рабочие параметры рекомбинатора в условиях аварии на АЭС с ВВЭР приведены в табл. 1, снижение производительности оказывается более сильным, чем в эталонных условиях. Даже двукратное повышение концентрации кислорода несущественно влияет на относительную производительность. На снижении производительности наиболее сказывается уровень недожога.

Таблица 1

Параметры работы рекомбинатора
Recombiner operation parameters

| Параметр | Относительная производительность | Недожог | Скорость газа на входе, м/с |
|------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|---------|-----------------------------|
| Объемная концентрация водорода 4 %, избыток кислорода | 1,000 | 0,345 | 0,960 |
| Объемная концентрация кислорода 2 %, избыток водорода | 0,315 | 0,690 | 0,640 |
| Объемная концентрация кислорода 4 %, избыток водорода | 0,363 | 0,711 | 0,790 |
| Примечание. Давление в зоне локализации аварии 0,3 МПа, температура 100 °С. | | | |

Работа рекомбинатора в условиях затрудненного газообмена

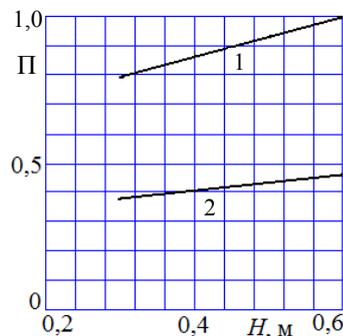
Высота тягового участка рекомбинатора составляет 0,6 м, коэффициент гидравлического сопротивления 3 [17]. Поскольку в уравнении баланса тяги и сопротивления эти величины пропорциональны, достаточно рассмотреть вли-

яние высоты тягового участка на производительность устройства. Сниженные высоты соответствуют затруднению подвода или отвода газа, а также влиянию противотока атмосферы внутри ограждения. Действие сонаправленного тяге движения атмосферы аналогично увеличению высоты. При размещении рекомбинатора на стенке герметичного ограждения сонаправленное движение возникает при работе спринклерной системы: поток капель вызывает нисходящее течение по центру помещения и восходящее по стенке. При отключенной спринклерной системе нисходящий вдоль стенки поток вызывается свободной конвекцией. Отключение системы может произойти как вследствие отказа, так и в рамках действий по сценарию управления запроектной аварией.

Данные о производительности рекомбинатора в условиях уменьшения высоты тягового участка в эталонных условиях при прочих равных приводятся на рис. 2.

Рис. 2. Изменение производительности рекомбинатора в зависимости от высоты тягового участка для объемной концентрации водорода: 1 – 4 %; 2 – 2 %

Fig. 2. Change in recombiner capacity depending on height of traction section for volumetric hydrogen concentration: 1 – 4 %; 2 – 2 %



При обеих концентрациях водорода рабочая характеристика устройства остается линейной, двукратное уменьшение высоты приводит к снижению производительности примерно на 20 %.

Характеристики рекомбинатора в условиях аварии на АЭС с ВВЭР при объемной концентрации водорода 4 % приведены в табл. 2. Производительность, недожог и скорость на входе устройства возрастают с высотой, изменения невелики и сопоставимы с таковыми в эталонных условиях.

Таблица 2

Влияние высоты тягового участка на характеристики рекомбинатора
Influence of traction section on characteristics of recombiner

| Параметр | Высота тягового участка, м | | |
|----------------------------------|----------------------------|-------|-------|
| | 0,400 | 0,600 | 0,800 |
| Относительная производительность | 0,910 | 1,000 | 1,050 |
| Недожог | 0,274 | 0,345 | 0,392 |
| Скорость газа на входе, м/с | 0,790 | 0,960 | 1,090 |
| Температура газа на выходе, °С | 338 | 315 | 300 |

Для прикладных оценок эквивалентом уменьшения высоты тягового участка на 0,13 м по балансу тяги и сопротивления является наличие скорости противотока атмосферы 1 м/с.

Рассмотрим также вопрос изменения производительности рекомбинатора при размещении в боксе (рис. 3). Бокс состоит из стенки, потолка и проема. Рекомбинатор размещен на стенке. Горячий газ выходит из рекомбинатора в бокс через окно, собирается у потолка и вытекает в объем герметичного ограждения через проем. Расстояние от потолка до верха рекомбинатора h_1 ,

до проема h_2 . Для рекомбинатора «Арева» FR90/1-1500 $l_1 = 0,3$ м, $l_2 = 1,5$ м. Производительность рекомбинатора при высоте тягового участка 0,6 м составит $Q = 0,96 \text{ м}^3/\text{с} \times 0,45 \text{ м}^2 \times (273 + 315)/(273 + 100) = 0,68 \text{ м}^3/\text{с}$ с учетом данных табл. 2. При сливе через проем длиной l_3 под потолком вдали от слива установится уровень горячего газа $H = 1,5((Q/l_3)^2/g)^{1/3} + h_2$ [20]. Из окна будет вытекать плоская струя горячего газа толщиной $l_1 l_2 / (2l_1 + l_2) = 0,21$ м в объем бокса. Подобные истечения характеризуются балансом сил сопротивления и плавучести, происходят при постоянной скорости [21, 22]; при растекании струи по горизонтали (нижняя граница струи выше верхнего среза окна) баланс также сохраняется [22]. Тогда если $h_1 > 0,21 + H$, то размещение в боксе не повлияет на производительность устройства. Для этого, например, при $h_2 = 0$, $l_3 = 2l_1 + l_2$ следует выбирать $h_1 > 0,54$ м.

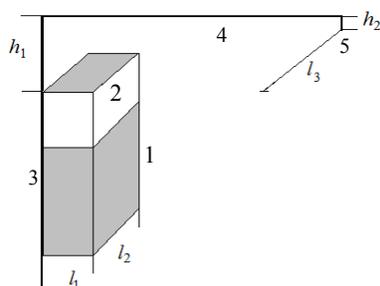


Рис. 3. Рекомбинатор в боксе:
1 – рекомбинатор; 2 – выходное окно;
3 – стенка; 4 – потолок; 5 – проем

Fig. 3. Recombiner in box:
1 – recombinder; 2 – outlet;
3 – wall; 4 – ceiling; 5 – opening

ВЫВОДЫ

1. Проведен анализ производительности пассивного каталитического рекомбинатора водорода системы удаления водорода локализирующей системы безопасности энергоблока АЭС в условиях недостатка кислорода или затрудненного газообмена. Параметры среды под герметичным ограждением выбраны характерными для аварии на АЭС с ВВЭР (давление 0,3 МПа, температура 100 °С, объемная концентрация водорода 2–4 %).

2. При недостатке кислорода рабочая характеристика рекомбинатора остается линейной, производительность снижается более чем вдвое. Изменение рабочих параметров рекомбинатора при аварии на АЭС с ВВЭР оказывается более значительным, чем в эталонных условиях. На снижение производительности наибольшее влияние оказывает недожог. Расчетные и известные из научно-технической литературы данные совпадают удовлетворительно.

3. Затрудненный газообмен моделируется уменьшением высоты тягового канала рекомбинатора. Независимо от концентрации водорода рабочая характеристика устройства остается линейной, двукратное уменьшение высоты приводит к снижению производительности на 20 %. Результаты могут использоваться при обосновании безопасности АЭС с ВВЭР и экспертизе отчетов по обоснованию безопасности энергоблоков.

ЛИТЕРАТУРА

1. Проект АЭС-2006. Ленинградская АЭС-2. ОАО «СПбАЭП». СПб.: Ин-т «Атомэнергопроект», 2009. 34 с.
2. AREVA Passive Autocatalytic Recombiner. G-008-V3-13-ENGPB. Erlangen: AREVA GmbH, 2013. 4 p.
3. Исследование локальной гидродинамики теплоносителя в смешанной активной зоне реактора ВВЭР / С. М. Дмитриев [и др.] // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2020. Т. 63, № 2. С. 151–162. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-2-151-162>.

4. Gupta, S. Passive Autocatalytic Recombiners (PAR) Induced Ignition and the Resulting Hydrogen Deflagration Behaviour in LWR Containments / S. Gupta, T. Kanzleiter, G. Poss // Nuclear Reactor Thermal Hydraulics (NURETH-16): Proc. International Topical Meeting. American Nuclear Society. Chicago (USA), 30 Aug. – 4 Sept. 2015. P. 1540–1553.
 5. Gupta, S. Experimental Investigations Relevant for Hydrogen and Fission Product Issues Raised by the Fukushima Accident / S. Gupta // Nuclear Engineering and Technology. 2015. Vol. 47, No 1. P. 11–25. <https://doi.org/10.1016/j.net.2015.01.002>.
 6. Experimental Investigation on the Kinetics of Catalytic Recombination of Hydrogen with Oxygen in Air / K. C. Sandeep [et al.] // International Journal of Hydrogen Energy. 2014. Vol. 39, No 31. P. 17906–17912. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2014.08.148>.
 7. Lopez-Alonso, E. Hydrogen Distribution and Passive Autocatalytic Recombiner (PAR) Mitigation in a PWR-KWU Containment Type / E. Lopez-Alonso, D. Papini, G. Jimenez // Annals of Nuclear Energy. 2017. Vol. 109, No 11. P. 600–611.
 8. A Review on Hydrogen Generation, Explosion and Mitigation During Severe Accidents in Light Water Nuclear Reactors / R. Gharari [et al.] // International Journal of Hydrogen Energy. 2018. Vol. 43, No 4. P. 1939–1965. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2017.11.174>.
 9. Status Report on Hydrogen Management and Related Computer Codes. NEA/CSNI/R(2014)8 [Electronic resource] / Nuclear Energy Agency. Mode of access: <https://www.oecd-nea.org/upload/docs/application/pdf/2020-01/csni-r2014-8.pdf>.
 10. Meynet, N. Impact of Oxygen Starvation on Operation and Potential Gas-Phase Ignition of Passive Auto-Catalytic Recombiners / N. Meynet, A. Bentaib, V. Giovangigli // Combustion and Flame. 2014. Vol. 161, No 8. P. 2192–2202. <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2014.02.001>.
 11. Measurements of the Impact of Carbon Monoxide on the Performance of Passive Autocatalytic Recombiners at Containment-Typical Conditions in the THAI Facility / M. Freitag [et al.] // Annals of Nuclear Energy. 2020. Vol. 141, Art. 107356. <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2020.107356>.
 12. Bentaib, A. Overview on Hydrogen Risk Research and Development Activities: Methodology and Open Issues / A. Bentaib, N. Meynet, A. Bleyer // Nuclear Engineering and Technology. 2015. Vol. 47, No 1. P. 26–32. <https://doi.org/10.1016/j.net.2014.12.001>.
 13. Evaluation of the PAR Mitigation System in Swiss PWR Containment Using the GOTHIC Code / D. Papini [et al.] // Nuclear Technology. 2019. Vol. 205, No 1–2. P. 153–173. <https://doi.org/10.1080/00295450.2018.1505356>.
 14. Affect of Recombiner Location on its Performance in Closed Containment under Dry and Steam Conditions / V. Shukla [et al.] // International Journal of Hydrogen Energy. 2019. Vol. 44, No 47. P. 25957–25973. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2019.08.015>.
 15. Safety Research Opportunities Post-Fukushima. Initial Report of the Senior Expert Group. NEA/CSNI/R(2016)19 [Electronic resource] / Nuclear Energy Agency. Mode of access: https://www.oecd-nea.org/jcms/pl_19758/safety-research-opportunities-post-fukushima-initial-report-of-the-senior-expert-group.
 16. Испытания модели пассивного каталитического дожигателя водорода / В. Д. Келлер [и др.] // Теплоэнергетика. 1991. № 3. С. 55–58.
 17. Воробьев, В. В. Расчет влияния отравления на производительность пассивного каталитического рекомбинатора водорода [Электронный ресурс] / В. В. Воробьев, В. А. Немцев, В. В. Сорокин. Режим доступа: <http://www.gidropress.podolsk.ru/files/proceedings/mntk2017/documents/mntk2017-137.pdf>.
 18. Таблицы физических величин / под ред. И. К. Кикоина. М.: Атомиздат, 1976. 1008 с.
 19. Бенсон, С. Основы химической кинетики / С. Бенсон. М.: Мир, 1964. 603 с.
 20. Бэтчелор, Д. Введение в динамику жидкости / Д. Бэтчелор. М.: Мир, 1973. 760 с.
 21. Джалурия, Й. Естественная конвекция: тепло- и массообмен / Й. Джалурия. М.: Мир, 1983. 400 с.
 22. Теория турбулентных струй / Г. Н. Абрамович [и др.]. М.: Наука, 1984. 716 с.
- Поступила 14.07.2020 Подписана в печать 03.11.2020 Опубликовано онлайн 30.03.2021

REFERENCES

1. *NPP-2006 Project. Leningrad NPP-2. JSC “SPb Atomenergoproekt”* (2009) St. Petersburg, Atomenergoproekt, 34 (in Russian).
2. *AREVA Passive Autocatalytic Recombiner* (2013) G-008-V3-13-ENGPB. Erlangen: AREVA GmbH, 4.
3. Dmitriev S. M., Gerasimov A. V., Dobrov A. A., Doronkov D. V., Pronin A. N., Ryazanov A. V., Solntsev D. N., Khrobostov A. E. (2020) Investigation of Coolant Local Hydrodynamics in the Mixed Core of the VVER Reactor. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of the CIS Higher Education*

- Institutions and Power Engineering Associations*, 63 (2), 151–162. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-2-151-162> (in Russian).
4. Gupta S., Kanzleiter T., Poss G. (2015) Passive Autocatalytic Recombiners (PAR) Induced Ignition and the Resulting Hydrogen Deflagration Behaviour in LWR Containments. *Nuclear Reactor Thermal Hydraulics (NURETH-16): Proc. International Topical Meeting Chicago (USA)*, 30 Aug. – 4 Sept. Chicago: American Nuclear Society, 1540–1553.
 5. Gupta S. (2015) Experimental Investigations Relevant for Hydrogen and Fission Product Issues Raised by the Fukushima Accident. *Nuclear Engineering and Technology*, 47 (1), 11–25. <https://doi.org/10.1016/j.net.2015.01.002>.
 6. Sandeep K. C., Bhattacharyya R., Warghat C., Bhanja K., Mohan S. (2014) Experimental Investigation on the Kinetics of Catalytic Recombination of Hydrogen with Oxygen in Air. *International Journal of Hydrogen Energy*, 39 (31), 17906–17912. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2014.08.148>.
 7. Lopez-Alonso E., Papini D., Jimenez G. (2017) Hydrogen Distribution and Passive Autocatalytic Recombiner (PAR) Mitigation in a PWR-KWU Containment Type. *Annals of Nuclear Energy*, 109 (11), 600–611. <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2017.05.064>.
 8. Gharari R., Kazeminejad H., Mataji Kojouri N., Hedayat A. (2018) A Review on Hydrogen Generation, Explosion and Mitigation During Severe Accidents in Light Water Nuclear Reactors. *International Journal of Hydrogen Energy*, 43 (4), 1939–1965. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2017.11.174>.
 9. Nuclear Energy Agency (2014) *Status Report on Hydrogen Management and Related Computer Codes. NEA/CSNI/R(2014)8*. Available at: <https://www.oecd-nea.org/upload/docs/application/pdf/2020-01/csni-r2014-8.pdf>.
 10. Meynet N., Bentaib A., Giovangigli V. (2014) Impact of Oxygen Starvation on Operation and Potential Gas-Phase Ignition of Passive Auto-Catalytic Recombiners. *Combustion and Flame*, 161 (8), 2192–2202. <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2014.02.001>.
 11. Freitag M., von Laufenberg B., Colombet M., Klauk M. (2020) Measurements of the Impact of Carbon Monoxide on the Performance of Passive Autocatalytic Recombiners at Containment-Typical Conditions in the THAI Facility. *Annals of Nuclear Energy*, 141, 107356. <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2020.107356>.
 12. Bentaib A., Meynet N., Bleyer A. (2015) Overview on Hydrogen Risk Research and Development Activities: Methodology and Open Issues. *Nuclear Engineering and Technology*, 47 (1), 26–32. <https://doi.org/10.1016/j.net.2014.12.001>.
 13. Papini D., Andreani M., Steiner P., Ničeno B., Klügel J.-U., Prasser H.-M. (2019) Evaluation of the PAR Mitigation System in Swiss PWR Containment Using the GOTHIC Code. *Nuclear Technology*, 205 (1–2), 153–173. <https://doi.org/10.1080/00295450.2018.1505356>.
 14. Shukla V., Ganju S., Varma S., Sengupta S., Maheshwari N. K. (2019) Affect of Recombiner Location on its Performance in Closed Containment under Dry and Steam Conditions. *International Journal of Hydrogen Energy*, 44 (47), 25957–25973. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2019.08.015>.
 15. Nuclear Energy Agency (2016) *Safety Research Opportunities Post-Fukushima. Initial Report of the Senior Expert Group. NEA/CSNI/R(2016)19*. Available at: https://www.oecd-nea.org/jcms/pl_19758/safety-research-opportunities-post-fukushima-initial-report-of-the-senior-expert-group.
 16. Keller V. D., Shebeko U. N., Shelepin V. A., Serkin M. A., Eremenko O. J., Dzisyak A. P., Shcherbakova M. V. (1991) Tests of Passive Catalytic Hydrogen Recombiner. *Teploenergetika = Thermal Engineering*, (3), 55–58 (in Russian).
 17. Vorobyev V., Nemcev V., Sorokin V. *Calculation of the Effect of Poisoning on the Performance of a Passive Catalytic Hydrogen Recombiner*. Available at: <http://www.gidropress.podolsk.ru/files/proceedings/mntk2017/documents/mntk2017-137.pdf> (in Russian).
 18. Kikoin I. K. (ed.). (1976) *Tables of Physical Quantities: Reference Book*. Moscow, Atomizdat Publ. 1008 (in Russian).
 19. Benson S. W. (1960) *The Foundations of Chemical Kinetics*. NY, McGraw-Hill. 490.
 20. Batchelor G. K. (1973) *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge, Cambridge Univ. Press. 615.
 21. Jaluria Y. (1980) *Natural Convection Heat and Mass Transfer*. Oxford, Oxford Pergamon Press. 326.
 22. Abramovich G. N. (2003) *The Theory of Turbulent Jets*. Cambridge, MIT Press. 671. <https://doi.org/10.7551/mitpress/6781.001.0001>.

Received: 14 July 2020

Accepted: 3 November 2020

Published online: 30 March 2021