УДК 536.62.50

УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА В ДВУХФАЗНОЙ ЗОНЕ

Канд. техн. наук ВОРОНОВА Н. П.

Белорусский национальный технический университет

Рассмотрим процесс тепломассопереноса, описываемый краевой задачей [1]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[D(u,t)\frac{\partial u}{\partial x}\right]; \qquad (1)$$

$$u(x, 0) = u_0, \qquad (2)$$

$$D(u, t)\frac{\partial u}{\partial x}(0,t) = \alpha[u^0(t) - u(0,t)], \qquad (3)$$

где $u(x, t)$ – функция, отражающая процесс тепло- или массопереноса (температура, влагосодержание и т. д.); x – координата; t – время; $D(u, t)$ – коэффициент тепломассопереноса (коэффициент, характеризующий теплопроводность, диффузию и т. д.); u_0 – начальное значение искомой функции; $u^0(t)$ – потенциал атмосферы; α – коэффициент массопереноса.

Значение $u^*(x)$ – требуемое в технологическом процессе распределение искомой функции; x_0 – глубина рассматриваемого слоя. Тогда, минимизируя функционал

$$I = \int_0^{x_0}\left[u^*(x) - u(x,t)\right]^2 dx, \qquad (4)$$

можно получить оптимальное время процесса на основании методики, предложенной в [2].

Для учета двухфазной зоны действия процесса (например, нагрев с окалиной, обезвоживание с применением ультразвука и т. д.) введем двухступенчатую функцию

$$u_{\text{пов}}(t) = \begin{cases} u_1, 0 \le t \le t_1; \\ u_2, t_1 \le t \le t_0. \end{cases}$$

В результате задача оптимизации сводится к выбору трех параметров u_1, t_1, t_0, при которых выполняются условия (4) и $u(t_0, x_0) = u^*(x)$.

Введем безразмерные переменные:

$$\begin{cases} \xi = \dfrac{u(x,t) - u_0}{u_{\text{пов}} - u_0}; \\ \eta_\xi = \dfrac{x}{x_0}; \\ \theta = \dfrac{1}{x_0^2}\displaystyle\int_0^t D(\tau)\mathrm{d}r. \end{cases}$$

Краевая задача (1)…(3) в новых переменных примет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \xi}{\partial \theta} = \dfrac{\partial^2 \xi}{\partial \eta^2}; \\ \xi(\theta;\ 0) = \begin{cases} \xi_1, 0 \le \theta \le \theta_1; \\ 1, \theta_1 \le \theta \le \theta_0; \end{cases} \\ \xi(0; \eta) = 0. \end{cases}$$

Целью поставленной задачи в безразмерных координатах является поиск параметров θ_0, θ_1, ξ_1 таких, чтобы в момент окончания процесса $\theta = \theta_0$ функционал

$$I_0 = \int_0^1 \left[\xi^*(\eta) - \xi(\eta, \theta_0)\right]^2 d\eta$$

достигал своего минимума, т. е. стремился к 0 с заданной точностью.

В данном случае величина $\xi^*(\eta)$ задается в виде:

$$\xi^*(\eta) = \begin{cases} 1, 0 \le \eta \le \sigma; \\ \dfrac{1-\eta}{1-\sigma} + \dfrac{\eta - \sigma}{1-\sigma}\xi, \ \ \sigma \le \eta \le 1. \end{cases}$$

Решение задачи удобнее осуществить численными методами [3], что позволяет найти оптимальное время пребывания в каждой из зон.

ВЫВОД

В результате применения предложенной методики расчета получены оптимальные значения для времени пребывания в каждой из зон двухфазного процесса тепломассопереноса, что позволяет сократить энерго- и ресурсозатраты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Воронова Н. П., Березовский Н. И. Математическое моделирование процессов сушки с применением ультразвука // Литье и металлургия. – 1998. – № 1.

2. Воронова Н. П., Березовский Н. И., Костюкевич Е. К. Об одном оптимальном управления процессом сушки // Литье и металлургия. – 2000. – № 1.

3. Воронова Н. П., Михнова Ф. В. Разработка оптимального по времени режима работы печи садочного типа // Энергетика… (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 1996. – № 1–2.

Представлена кафедрой
высшей математики № 3

Поступила 28.05.2004