

## АНАЛИЗ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДА ЧАШИ КОЛОКОЛА

*Докт. техн. наук, проф. ЛУКОВНИКОВ В. И.,  
канд. техн. наук РУДЧЕНКО Ю. А., инж. САМОВЕНДЮК Н. В.*

*Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого*

Интерес к возможности реализации возвратно-поступательного, возвратно-вращательного, шагового или другого периодического движения с помощью только электродвигателей возник более 90 лет назад. Он был обусловлен не только тем, что уменьшалась металлоемкость электроприводов из-за устранения из их состава механических преобразователей вращательного (линейного) движения в периодическое, но и из-за повышения энергетических показателей за счет исключения потерь в этих преобразователях.

Это тем более важно, что имеется множество областей науки и техники, отраслей народного хозяйства, где используются устройства, рабочие органы которых совершают возвратно-поступательное, возвратно-вращательное, шаговое, колебательное или иное периодическое движение. Они применяются, например, в машиностроении для виброшлифования, виброгалтовки, перемешивания металлических расплавов, виброобкатки, рубки и обработки ударами, в сельском хозяйстве для вибросортировки, вибротранспортирования, вибровспашки и встряхивания, в пищевой промышленности для расфасовки, упаковки и сушки, в текстильной промышленности, для прокидки челноков и раскладки нити при намотке, в медицине в системах искусственного кровообращения, в спорте для биомеханической стимуляции, в оптико-механике и радиолокации для создания различных траекторий сканирования и т. д. [1].

В ряде областей науки, техники и производства, где требуется осуществлять колебательное движение рабочего органа машины без повышенных требований к качеству колебаний, более перспективным оказывается применение автоколебательных режимов работы электродвигателей. Это, например, испытательные стенды пружинных подвесок и других упругих элементов, станки-качалки, аппараты спортивной вибростимуляции, игрушки, рекламные качающиеся устройства, колокола и т. д.

В ранних работах по исследованию автоколебательных электроприводов рассматривалась нагрузка в виде только сухого и жидкого трения [2]. Здесь же впервые анализируется режим ударной нагрузки.

Данная статья посвящена анализу автоколебательного движения электропривода на основе общепромышленного трехфазного асинхронного электродвигателя, подключенного к однофазной электросети, при работе на ударную нагрузку в виде колокола.

**Механическая часть привода чаши колокола.** Для получения звучания в колоколах используют три основных способа [3]. Первый осуществляется путем раскачивания языка и соударения его с неподвижной чашей колокола, при втором способе производят раскачивание чаши и ее соуда-

рение со свободно подвешенным языком колокола, третий способ получения звучания заключается в ударах молотом по внешней стороне чаши. В настоящее время в мире наиболее распространенным является второй способ, несмотря на большие затраты энергии, так как он позволяет улучшить силу и качество звучания, благодаря пространственному колебанию чаши.

Для раскачивания чаши колоколов в настоящее время используется электрический привод, который выполняется на основе электромагнитов, электродвигателей вращательного движения и линейных асинхронных двигателей дугового типа [4]. Чаще всего применяется электродвигатель вращательного движения с механическим преобразователем (редуктором), что усложняет кинематическую схему привода, приводит к увеличению потерь энергии в редукторе и уменьшению надежности. К недостаткам привода с линейным двигателем, прежде всего, следует отнести низкие энергетические показатели из-за наличия краевых эффектов.

В настоящей работе предлагается новый принцип построения электропривода колокола – на основе асинхронного двигателя (АД), работающего в автоколебательном режиме. Такой способ построения исключает необходимость использовать редуктор, так как ротор двигателя в автоколебательном режиме совершает возвратно-вращательное движение, частота которого определяется массогабаритными характеристиками двигателя и колокола, а амплитуда колебаний зависит от параметров электропитания двигателя [2].

На рис. 1 представлена схема механической части электропривода чаши колокола на основе автоколебательного асинхронного электродвигателя. Чаша 2 колокола жестко закреплена на раме 4 с помощью штанги 3. Рама 4 имеет возможность поворачиваться в подшипниках 5, установленных на станине 8. К раме 2 с помощью муфты 6 подсоединен ротор асинхронного двигателя 7.

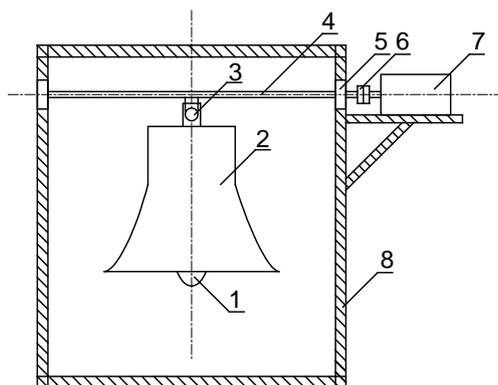


Рис. 1. Схема механической части электропривода чаши колокола: 1 – язык; 2 – чаша; 3 – штанга; 4 – рама; 5 – подшипник; 6 – муфта; 7 – электродвигатель; 8 – станина

**Схема подключения электродвигателя.** Три фазные обмотки электродвигателя подключены к источнику однофазного переменного напряжения и соединены параллельно между собой, две из них включены

согласно друг другу и встречно третьей (рис. 2а) [5]. Фазные обмотки I, II и III включены между собой параллельно, что обеспечивает максимальный фазный ток в обмотках и как следствие – максимальную амплитуду колебания момента двигателя. При этом относительная суммарная МДС  $F$  (рис. 2б) равна геометрической сумме относительных МДС отдельных фазных обмоток I, II, III ( $F_I, F_{II}, F_{III}$ ).

При геометрическом сложении относительных МДС ( $F_I, F_{II}, F_{III}$ ) трех фазных обмоток, две из которых включены согласно между собой и встречно третьей, имеем результирующую относительную МДС  $F$ , которая в два раза больше МДС любой отдельно взятой фазной обмотки.

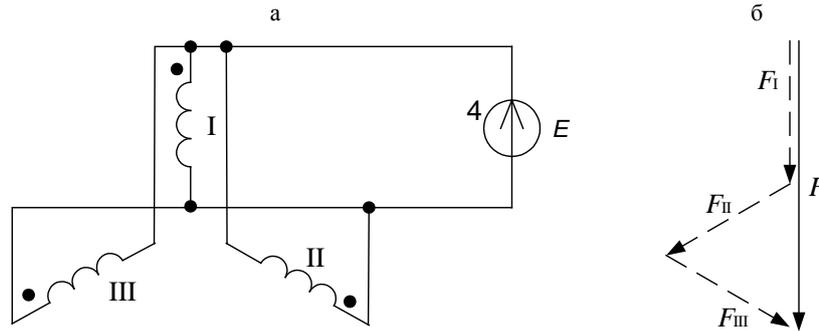


Рис. 2. а – схема подключения обмоток двигателя к однофазной сети; б – векторная диаграмма МДС, наводимых в них

**Математическая модель электропривода.** На основании закона Ньютона запишем уравнение движения чаши колокола в следующем виде [3]:

$$J_{\text{ч}} \ddot{\varphi}_{\text{ч}} + M_{\text{м.ч}} \sin(\varphi_{\text{ч}}) = M_{\text{дв}} - M_{\text{с.ч}}, \quad (1)$$

где  $\varphi_{\text{ч}}$  – угол отклонения чаши от положения равновесия;  $\dot{\varphi}_{\text{ч}}$  – скорость чаши;  $\ddot{\varphi}_{\text{ч}}$  – ускорение чаши;  $M_{\text{м.ч}}$  – маятниковый момент чаши;  $M_{\text{дв}}$  – момент двигателя;  $M_{\text{с.ч}}$  – то же сопротивления.

Маятниковый момент чаши определяется по формуле

$$M_{\text{м.ч}} = m_{\text{ч}} g l_{\text{ч}},$$

где  $m_{\text{ч}}$  – суммарная масса подвижных частей;  $g$  – ускорение силы тяжести;  $l_{\text{ч}}$  – расстояние от центра тяжести чаши до оси вращения.

Момент двигателя определяется аппроксимацией механической характеристики по Сюеку [6]

$$M_{\text{дв}} = \frac{3\sqrt{3}M_{\text{кр}}}{2\omega_1} \dot{\varphi}_{\text{ч}} - \frac{3\sqrt{3}M_{\text{кр}}}{2\omega_1^3} \dot{\varphi}_{\text{ч}}^3,$$

где  $M_{\text{кр}}$  – критический момент однофазного асинхронного двигателя (ОАД);  $\omega_1$  – скорость идеального холостого хода ОАД.

Момент сопротивления

$$M_{\text{с.ч}} = M_{\text{с.т}} \text{sign}(\dot{\varphi}_{\text{ч}}) + M_{\text{ж.т}} \dot{\varphi}_{\text{ч}},$$

где  $M_{с.т}$  – момент сухого трения;  $M_{ж.т}$  – коэффициент жидкого трения (демпфирование).

Аналогично запишем уравнение движения языка внутри чаши

$$J_{я}\ddot{\varphi}_{я} + M_{м.я}\sin(\varphi_{я}) = -M_{с.я}, \quad (2)$$

где  $\varphi_{я}$  – угол отклонения языка колокола от положения равновесия;  $\dot{\varphi}_{я}$  – скорость языка;  $\ddot{\varphi}_{я}$  – ускорение языка;  $M_{м.я}$  – маятниковый момент языка;  $M_{с.я}$  – момент сопротивления языка, характеризующийся сухим и жидким трением.

Соударение чаши и языка наступает, когда выполняется условие

$$|\varphi_{ч} - \varphi_{я}| = \varphi_{у}, \quad (3)$$

где  $\varphi_{у}$  – угол соударения.

После соударения чаши и языка их скорости изменяются. Время переходного процесса изменения скорости от одного квазиустановившегося значения до другого мало по сравнению со временем периода автоколебаний языка и чаши колокола, поэтому будем считать, что скорости изменяются скачком. Скорости чаши и языка после соударения можно определить на основании законов сохранения импульса и энергии [7]

$$\begin{cases} J_{ч}\omega_{ч2} + J_{я}\omega_{я2} = J_{ч}\omega_{ч1} + J_{я}\omega_{я1}; \\ \frac{J_{ч}\omega_{ч2}^2}{2} + \frac{J_{я}\omega_{я2}^2}{2} = \frac{J_{ч}\omega_{ч1}^2}{2} + \frac{J_{я}\omega_{я1}^2}{2}. \end{cases} \quad (4)$$

где  $\omega_{ч1}$ ,  $\omega_{я1}$  – скорости чаши и языка до соударения;  $\omega_{ч2}$ ,  $\omega_{я2}$  – то же после соударения.

Решим систему (4) относительно  $\omega_{ч2}$  и  $\omega_{я2}$  и получим:

$$\begin{aligned} \omega_{ч2} &= \frac{2J_{я}\omega_{я1} + (J_{ч} - J_{я})\omega_{ч1}}{J_{ч} + J_{я}} k; \\ \omega_{я2} &= \frac{2J_{ч}\omega_{ч1} + (J_{я} - J_{ч})\omega_{я1}}{J_{ч} + J_{я}} k, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $k$  – коэффициент, учитывающий снижение скорости чаши и языка, вследствие преобразования некоторой части кинетической энергии движущихся масс в акустическую ( $k < 1$ ).

Выражения (1)–(3) являются математической моделью, описывающей движение чаши и языка колокола с учетом начальных условий после удара (5). Точный анализ данной модели можно проводить только численными методами.

**Анализ математической модели.** Для проведения приближенного аналитического исследования модели примем ряд допущений: уравнения движения чаши (1) и языка (2) колокола близки к линейным; скорости

языка и чаши колокола в момент удара изменяются скачком; момент инерции чаши намного больше момента инерции языка  $J_{\text{ч}} \gg J_{\text{я}}$ ; коэффициент, учитывающий снижение скорости чаши и языка, вследствие преобразования некоторой части кинетической энергии движущихся масс в акустическую близок к 1 ( $k = 1$ ).

При таких допущениях можно считать, что закон движения чаши колокола близок к гармоническому

$$\begin{cases} \varphi_{\text{ч}} = \varphi_{\text{макс.ч}} \sin(\omega_{0\text{ч}} t); \\ \omega_{\text{ч}} = \varphi_{\text{макс.ч}} \omega_{0\text{ч}} \cos(\omega_{0\text{ч}} t) = \omega_{\text{макс.ч}} \cos(\omega_{0\text{ч}} t), \end{cases} \quad (6)$$

где  $\varphi_{\text{макс.ч}}$ ,  $\omega_{\text{макс.ч}}$  – максимальные угол отклонения и скорость движения чаши соответственно;  $\omega_{0\text{ч}}$  – частота собственных колебаний чаши,

$$\omega_{0\text{ч}} = \frac{m_{\text{ч}} g l_{\text{ч}}}{J_{\text{ч}}}.$$

Аналогично будут выглядеть законы изменения угла и скорости языка во времени до и после соударения с чашей.

Для углов отклонения языка:  $\frac{\pi}{2} \pm 2\pi n < \omega_{0\text{я}} t < \omega_{0\text{я}} t_{\text{y}} \pm 2\pi \left( n + \frac{1}{2} \right)$ , где  $n \in N \geq 0$ :

$$\begin{cases} \varphi_{\text{я}} = \varphi_{\text{макс.я}} \sin(m\omega_{0\text{ч}} t + \frac{\pi}{2}[1-m]); \\ \omega_{\text{я}} = \varphi_{\text{макс.я}} m\omega_{0\text{ч}} \cos(m\omega_{0\text{ч}} t + \frac{\pi}{2}[1-m]) = \omega_{\text{макс.я}} \cos(m\omega_{0\text{ч}} t + \frac{\pi}{2}[1-m]). \end{cases} \quad (7)$$

Для углов отклонения языка:  $\frac{3\pi}{2} \pm 2\pi n < \omega_{0\text{я}} t < \omega_{0\text{я}} t_{\text{y}} \pm 2\pi(n+1)$ , где  $n \in N \geq 0$ :

$$\begin{cases} \varphi_{\text{я}} = -\varphi_{\text{макс.я}} \sin(m\omega_{0\text{ч}} t + \frac{3\pi}{2}[1-m]); \\ \omega_{\text{я}} = -\varphi_{\text{макс.я}} m\omega_{0\text{ч}} \cos(m\omega_{0\text{ч}} t + \frac{3\pi}{2}[1-m]) = -\omega_{\text{макс.я}} \cos(m\omega_{0\text{ч}} t + \frac{3\pi}{2}[1-m]), \end{cases} \quad (8)$$

где  $\varphi_{\text{макс.я}}$ ,  $\omega_{\text{макс.я}}$  – максимальные угол отклонения и скорость движения языка соответственно;  $\omega_{0\text{я}}$  – частота собственных колебаний языка;

$$\omega_{0\text{я}} = \frac{m_{\text{я}} g l_{\text{я}}}{J_{\text{я}}};$$

$m$  – отношение частот свободных колебаний языка и чаши колокола,

$$m = \frac{\omega_{0\text{я}}}{\omega_{0\text{ч}}}.$$

Так как  $J_{\text{ч}} \gg J_{\text{я}}$  и  $k = 1$ , можно записать (5) в виде:

$$\begin{aligned}\omega_{\text{ч}2} &= \omega_{\text{ч}1}; \\ \omega_{\text{я}2} &= \omega_{\text{ч}1}.\end{aligned}\tag{9}$$

Из выражений (9) видно, что для принятых допущений скорость движения чаши после соударения с языком мгновенно (скачком) измениться не может, а скорость движения языка изменяется до значения скорости движения чаши.

Для построения временных диаграмм углов и скоростей движения чаши и языка зададим в относительных единицах исходные данные. Будем считать, что колебания чаши происходят с амплитудой  $\varphi_{\text{макс.ч}} = 1$ , частота собственных колебаний чаши  $\omega_{0\text{ч}} = 1$ , частота собственных колебаний языка  $\omega_{0\text{я}} = 0,5$ .

Найдем остальные параметры колебательного движения: амплитуду скорости движения языка  $\varphi_{\text{макс.я}}$  и угол соударения  $\varphi_{\text{y}}$ . Для этого составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \varphi_{\text{y}} = \varphi_{\text{макс.ч}} - \varphi_{\text{макс.я}}; \\ \varphi_{\text{y}} = \varphi_{\text{ч}}(t_{\text{y}}) - \varphi_{\text{я}}(t_{\text{y}}), \end{cases}\tag{10}$$

где  $\varphi_{\text{ч}}(t_{\text{y}})$ ,  $\varphi_{\text{я}}(t_{\text{y}})$  – углы отклонения чаши и языка колокола в момент соударения соответственно.

Вычтем из первого уравнения второе

$$\varphi_{\text{макс.ч}} - \varphi_{\text{ч}}(t_{\text{y}}) - \varphi_{\text{макс.я}} + \varphi_{\text{я}}(t_{\text{y}}) = 0.\tag{11}$$

Запишем (11) с учетом (6)–(8)

$$\varphi_{\text{макс.ч}} - \varphi_{\text{макс.ч}} \sin(\omega_{0\text{ч}} t_{\text{y}}) = \varphi_{\text{макс.я}} - (-\varphi_{\text{макс.я}} \sin(m\omega_{0\text{ч}} t_{\text{y}} + \frac{3\pi}{2}[1 - m])).\tag{12}$$

Подставим в (12) исходные данные, получим

$$1 - \sin(t_{\text{y}}) = \varphi_{\text{макс.я}} \left( 1 + \sin\left(0,5t_{\text{y}} + \frac{3\pi}{4}\right) \right).\tag{13}$$

Это уравнение является параметрическим, решим его относительно  $\varphi_{\text{макс.я}}$

$$\varphi_{\text{макс.я}} = \frac{1 - \sin(t_{\text{y}})}{1 + \sin\left(0,5t_{\text{y}} + \frac{3\pi}{4}\right)}.\tag{14}$$

Будем считать, что соударение чаши и языка происходит в момент, соответствующий  $\omega_{0\text{ч}} t_{\text{y}} = \frac{\pi}{6}$ , тогда амплитуда колебания языка по (14)

$$\varphi_{\max} = \frac{1 - \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{12} + \frac{3\pi}{4}\right)} = 0,333 \text{ о. е.}$$

Определим по выражению (3) угол соударения

$$\varphi_y = |\varphi_{\max,ч} - \varphi_{\max,я}| = 1 - 0,33 = 0,667 \text{ о. е.}$$

Угол отклонения чаши в момент соударения с языком колокола из первого уравнения системы (6)

$$\varphi_ч(t_y) = \varphi_{\max,ч} \sin(\omega_{0ч} t_y) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0,5 \text{ о. е.}$$

Угол отклонения языка в момент соударения с чашей колокола из первого уравнения системы (8) или из второго уравнения системы (10)

$$\varphi_я(t_y) = -\varphi_{\max,я} \sin(m\omega_{0ч} t_y + \frac{3\pi}{2}[1-m]) = -0,33 \sin\left(\frac{\pi}{12} + \frac{3\pi}{4}\right) = -0,167 \text{ о. е.}$$

Амплитуда скорости движения чаши

$$\omega_{\max,ч} = \varphi_{\max,ч} \omega_{0ч} = 1 \text{ о. е.}$$

Амплитуда скорости движения языка

$$\omega_{\max,я} = \varphi_{\max,я} m \omega_{0ч} = 0,333 \cdot 0,5 = 0,167 \text{ о. е.}$$

По найденным значениям параметров движения строим временную диаграмму (рис. 3).

Момент времени  $t_1$  на диаграмме соответствует соударению чаши и языка колокола. В этот момент модуль разницы между углом отклонения чаши и языка равен углу соударения и происходит скачкообразное изменение скорости языка до значения скорости чаши. Далее до момента времени  $t_2$  скорости чаши и языка колокола совпадают (совпадают траектории скоростей), а разница углов отклонения чаши и языка постоянна и равна углу соударения (траектории углов подобны и смещены друг относительно друга на  $\varphi_y$ ).

В момент времени  $t_2$  углы отклонения чаши и языка достигают максимума, скорости движения равны нулю. Далее чаша и язык начинают двигаться в обратном направлении (траектории движения не совпадают), причем чаша движется в два раза быстрее языка  $\omega_{0я} = 2\omega_{0ч}$ .

В момент времени  $t_3$  чаша проходит положение равновесия, ее скорость достигает максимума. Далее движение чаши и языка продолжается до тех пор, пока не произойдет очередное соударение, т. е. пока модуль разницы соответствующих углов не будет равен углу соударения (время  $t_4$ ).

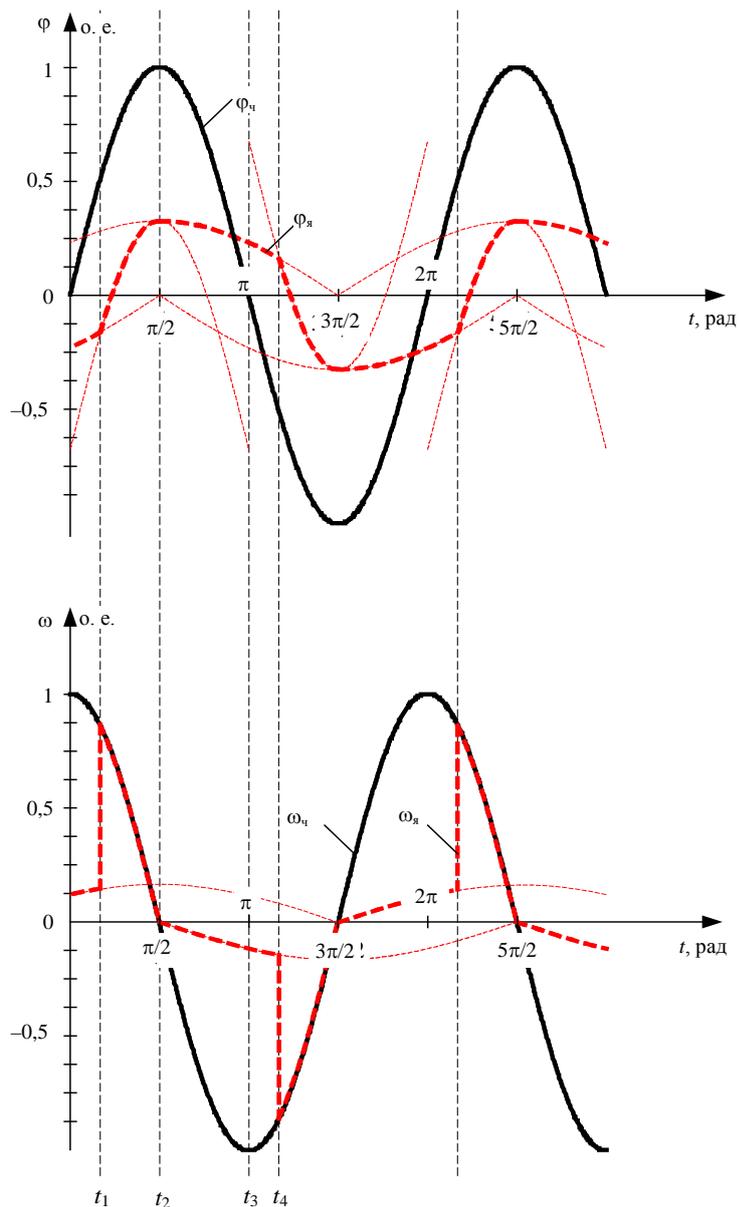


Рис. 3. Временные диаграммы колебания углов и скоростей чаши и языка колокола

### ВЫВОДЫ

В результате проделанной работы получены следующие результаты:

- предложен новый принцип построения привода чаши колокола на основе безредукторного асинхронного автоколебательного электропривода;
- разработана схема соединения обмоток асинхронного двигателя для его работы в автоколебательном режиме;
- создана математическая модель электропривода чаши колокола;
- проведено аналитическое исследование математической модели, построены временные диаграммы движения чаши и языка колокола, которые можно использовать для проектирования подобных электроприводов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Грачев, С. А. Безредукторный электропривод периодического движения / С. А. Грачев, В. И. Луковников. – Минск: Высш. шк., 1991. – 160 с.
2. Луковников, В. И. Анализ электромеханической автоколебательной системы «асинхронный электродвигатель – упругий элемент» / В. И. Луковников, Ю. А. Рудченко // Вестник ГГТУ им. П. О. Сухого. – 2003. – № 1. – С. 61–66.
3. Бондаренко, А. Ф. Московские колокола 17 века / А. Ф. Бондаренко. – М.: Русская панорама, 1998. – 256 с.
4. Шымчак, П. Применение линейных двигателей для установок колебательного движения / П. Шымчак // Электротехника. – 2006. – № 6. – С. 10–14.
5. Стенд динамических испытаний пружин: пат. 1С1 ВУ, МПК G01B 1/00, G01M 13/00 / В. И. Луковников, Ю. А. Рудченко. – № 2156; заявл. 14.02.2005; опубл. 30.09.2005 // Афіцыйны бюлетэнь / Дзярж. пат. ведамства Рэсп. Беларусь. – 2005. – № 3.
6. Sumec, I. K. Der einphasige Induktionsmotor / I. K. Sumec // Archiv der Math. Und Physik. – 1905. – Bd8. – S. 306.
7. Власенков, В. М. Удар. Теория. Практика / В. М. Власенков, С. И. Феоктистов. – Владивосток: Изд-во Дальневосточного ун-та, 1987. – 158 с.

Представлена кафедрой  
автоматизированного электропривода

Поступила 14.04.2008

УДК 621.315

## ГИБКАЯ ЧЕТВЕРТЬВОЛНОВАЯ УПРАВЛЯЕМАЯ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧА

Засл. деятель науки и техн. РБ, докт. техн. наук, проф. ПОСПЕЛОВ Г. Е.

*Белорусский национальный технический университет*

Четвертьволновая ВЛЭП – воздушная линия электропередачи переменного тока при частоте  $f = 50$  Гц соответствует протяженности 1500 км и волновой длине  $\lambda = 90^\circ$ . Этой электропередаче уделялось внимание в периодической и учебной литературе, и отмечались особенности, препятствующие ее использованию для передачи электроэнергии [1–6]. Однако позже было показано [7], что четвертьволновая электропередача может быть использована для передачи электроэнергии.

В данной статье рассматриваются возможности повышения управляемости четвертьволновой электропередачи за счет применения устройств силовой преобразовательной техники – преобразователей напряжения (ПН).

Обратимся прежде всего к основным свойствам четвертьволновой электропередачи без каких-либо вспомогательных устройств (рис. 1).