УДК 621.3

ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ ПОЛОСОВЫХ ФИЛЬТРОВ С АРИФМЕТИЧЕСКОЙ СИММЕТРИЕЙ

Докт. техн. наук, проф. БОНДАРЕНКО А. В., канд. техн. наук, доц. РЕЗНИЧЕНКО В. В., КУРКОВ А. В., ДЕМИДОВ В. П., канд. техн. наук, доц. МОЖАР В. И.

Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, Белорусский национальный технический университет

Частотно-избирательные цепи являются важным элементом различных устройств автоматики, информационных акустических и радиотехнических систем. Традиционные методы разработки подобных (с полосовыми характеристиками) систем предполагали преобразование частоты вида

$$s = \left(\frac{\omega}{p} + \frac{p}{\omega} \right) q,$$

что приводит, как известно, к геометрической симметрии [1].

В это же время часто требуется арифметическая симметрия амплитудной частотной характеристики (АЧХ), так как при прохождении взаимно ортогональными сигналами таких цепей свойство ортогональности не теряется [2].

С этой задачей справляются квадратурные фильтры [3], построенные по структуре, представленной на рис. 1.

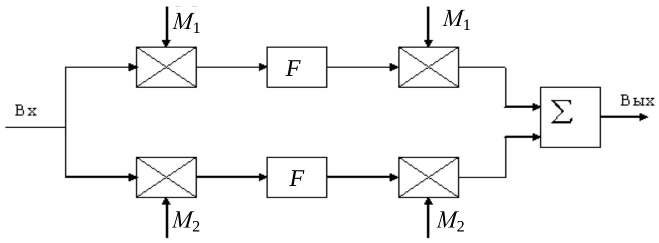

Рис. 1. $M_1 = M_0 \sin\omega_M t$; $M_2 = M_0 \cos\omega_M t$; F – фильтр НЧ

Частота модуляции ω_M задает центральную частоту полосового фильтра. К сожалению, практическая модуляция приводит к появлению в сигнале гармонических кратных по частоте ω_M [4].

В [5] предложено альтернативное решение задачи реализации подобных фильтров с использованием преобразования частоты: $s = p - j\omega_0$. В результате получаются структуры, позволяющие решить проблему синтеза полосовых фильтров с арифметически симметричной характеристикой и обладающие независимыми настройками по добротности и полосе пропускания. Необходимо оценить их с точки зрения чувствительности реализуемых АЧХ к изменению параметров фильтра.

Поэтому целью статьи является анализ чувствительности подобных структур. Поскольку для фильтров наиболее существенной является стабильность АЧХ, в качестве меры стабильности фильтра используется относительная чувствительность

$$S_p^F = \frac{\partial F(\omega) / F(\omega)}{\partial p / p},$$

где $F(\omega)$ – АЧХ.

Эти меры чувствительности применяются в том случае, когда в схеме один доминирующий элемент. В противном случае используется либо матрица функций чувствительности либо коэффициент многопараметрической чувствительности

$$\theta_p^F = \sqrt{\sum_{j=1}^{n_\omega} \sum_{i=1}^{n_p} \left| S_{pi}^{F(\omega_j)} \right|^2},$$

где n_ω – число точек частотного диапазона анализа; n_p – число дестабилизирующих элементов.

В качестве рабочей переменной рассмотрим абсолютную чувствительность

$$S_p = \frac{\partial F(\omega)}{\partial p}.$$

Учитывая, что для полосового фильтра в области полосы пропускания $F(\omega) = 1$, имеем

$$S_p = \frac{S_p^F}{p}.$$

В [5] показано, что матрицы, описываемые в пространстве состояния цепи с арифметически симметричной АЧХ, имеют вид:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A & -Iq \\ +Iq & A \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}^T = [B^T, 0],$$

$$\tilde{C} = [C,\ 0], \quad \tilde{D} = 0.$$

Анализ чувствительности удобно вести, используя теорию возмущения линейного оператора [6]. Так как фильтр задан набором матриц A, B, C, нас интересует влияние изменения параметров этих матриц на частотную характеристику фильтра. При этом очевидно, что изменение параметров матриц B и C линейно связано с изменением частотной характеристики, что не вызывает при анализе каких-либо сложностей.

Изменение матрицы $\tilde{A}$ приведет к определению изменения резольвенты ΔR:

$$\Delta F(j\omega) = C \Delta R b; \tag{1}$$

$$R = (Ij\omega - \tilde{A})^{-1}.$$

Как известно [7], если представить изменение

$$\Delta\tilde{A} = \chi A^{(1)} + \chi^2 A^{(2)} \ldots,$$

где $\tilde{A} = \tilde{A}_0 + \Delta\tilde{A}$, $\tilde{A}_0$ – номинальное значение матрицы, то изменение резольвенты

$$\Delta R = \sum_{k=1}^{n} R^k \chi^k. \tag{2}$$

При этом

$$R^k = \sum_{V_1+\ldots+V_n=K} (-1)^n R A^{(V_1)} R A^{(V_2)} \ldots A^{V_n} R. \tag{3}$$

Здесь $V_1, \ldots, V_n$ – целые положительные.

Так в случае $\Delta\tilde{A} = \chi A^{(1)}$ коэффициент ряда (2) по (3) имеет вид:

$$R^1 = -RA^{(1)}R; \tag{4}$$

$$R^2 = RA^{(1)}RA^{(1)}R. \tag{5}$$

Тогда из (1) и (2) следует

$$\Delta F(j\omega) = C(-\chi RA^{(1)}R + \chi^2 RA^{(1)}RA^{(1)}R)B.$$

Откуда

$$S = \Delta F(j\omega)\Delta p^{-1}. \tag{6}$$

При абсолютном изменении

$$\Delta p = \chi a_{ij}. \tag{7}$$

Отметим, что при изменении нескольких параметров выражения (7) появляется матрица.

Рассмотрим пример структуры полосового фильтра 4-го порядка с арифметической симметрией, схема которого представлена на рис. 2.

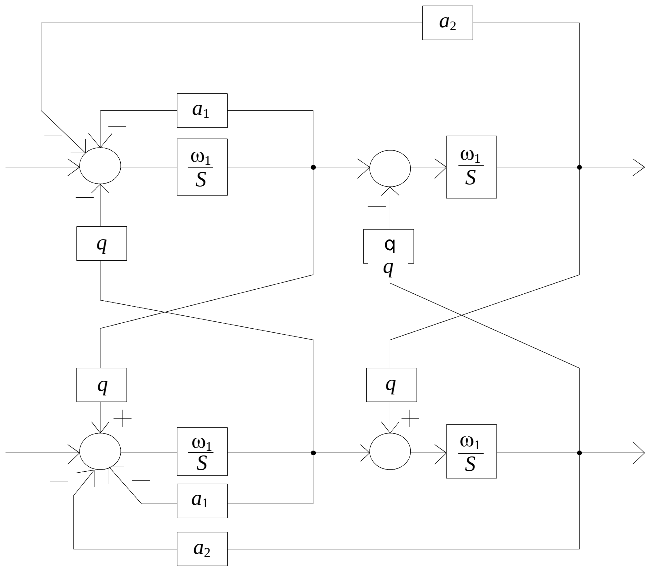

Рис. 2

В качестве прототипа НЧ фильтра используется фильтр Чебышева восьмого порядка с неравномерностью в области полосы пропускания 2 дБ, шириной полосы пропускания 2, добротностью 5.

Матрица A определяет форму кривой и ширину полосы пропускания фильтра.

Коэффициенты q формируют центральную частоту. Наиболее интересно влияние чувствительности этих коэффициентов на характеристики фильтра.

Матрицы в пространстве состояния, описывающие этот фильтр:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} -0{,}804 & -0{,}823 & -20 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -20 \\ 20 & 0 & -0{,}804 & -0{,}823 \\ 0 & 20 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \ \tilde{B}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$\tilde{C}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1{,}646 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Пусть

$$A^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Если

$$\Delta A = \chi A^{(1)}; \qquad \chi = -0{,}1,$$

то согласно (5)

$$\Delta F(j\omega) = 0{,}1 C R_0(j\omega) A_0^{(1)} R_0(j\omega) B - 0{,}01 C R_0(j\omega) A^{(1)} R_0(j\omega) A^{(1)} R_0(j\omega) B.$$

Характеристики $\Delta F(j\omega)$ представлены на рис. 3.

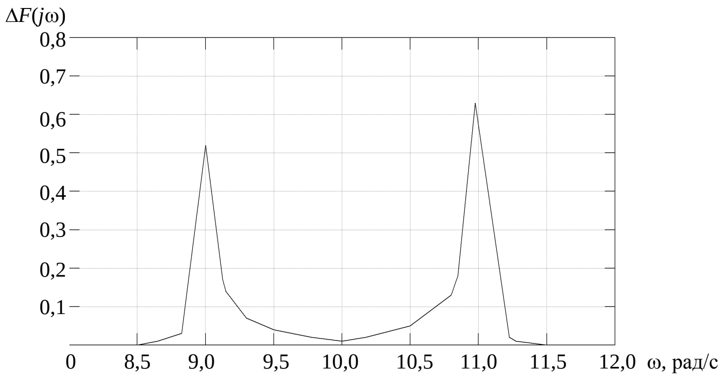

Рис. 3

Они полностью совпали с результатами, полученными с помощью моделирования в среде MATLAB.

ВЫВОД

Изложенная методология позволяет эффективно анализировать фильтры высоких порядков и является ключевым моментом для оптимизации характеристик подобных структур по чувствительности.

ЛИТЕРАТУРА

1. М о ш и ц, Г. Проектирование активных фильтров / Г. Мошиц, П. Хорн. – М.: Мир, 1972.
2. Ф р е н к с, Л. Теория сигналов / Л. Френкс. – М., 1974.
3. B o r d e r, N. F. Narrow band-pass filter using modulation / N. F. Border // Wireless Enquirer. – 1947. – Vol. 24, № 5. – P. 132–134.
4. Х р и с т и ч, В. В. Обобщенный квадратурный фильтр / В. В. Христич // Электросвязь. – 1986. – № 1. – С. 60–62.
5. Г у р е в и ч, Н. В. Частотные преобразования для полосовых фильтров с арифметически симметричными амплитудно-частотными характеристиками / Н. В. Гуревич, И. С. Кисляков // Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника. – 1988. – № 12. – С. 69–71.
6. Б о н д а р е н к о, А. В. Синтез перестраиваемых полосовых фильтров с умножителями / А. В. Бондаренко, В. В. Резниченко // Изв. ЛЭТИ. – Л., 1990. – Вып. 424.
7. К а т о, Т. Теория возмущения линейных операторов / Т. Като. – М.: Мир, 1972.

Представлена кафедрой
электротехники и электроники

Поступила 22.02.2008