

МЕТОД РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК УЕДИНЕННОГО СТЕРЖНЕВОГО ЗАЗЕМЛИТЕЛЯ ПРИ СТЕКАНИИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА ПРОМЫШЛЕННОЙ ЧАСТОТЫ

Канд. техн. наук ГЕРАСИМОВИЧ Д. А., магистр техн. наук ДЕРЮГИНА Е. А.

*Белорусский национальный технический университет,
ООО «Электротехническая компания “ЭКНИС”»*

Проектирование и комплексная оценка заземляющих устройств электроустановок представляют собой серьезную научно-техническую проблему. Теоретические и экспериментальные исследования, выполненные в России, Китае, странах Европы и Северной Америки, охватывают широкий круг задач по оценке заземляющих устройств [1–6].

Строгие математические методы решения задачи об электрическом поле и основных параметрах заземлителей разработаны лишь для немногих частных случаев простых заземляющих устройств, например для некоторых тел вращения с осью, перпендикулярной поверхности земли: полусферы, вытянутого и сплюснутого эллипсоида, тора [2]. Применительно к сложным заземлителям широкое распространение получили метод наведенного потенциала [2], а также конечно-разностные методы [2, 4]. Параллельно развивались приближенные инженерные методы расчета – метод коэффициентов использования, метод обобщенных параметров и др. [2]. К сожалению, большинство указанных исследований основывается на модели потенциала постоянного тока. В реальных условиях в заземляющих устройствах протекают переменные токи промышленной частоты и импульсные токи, вызванные разрядом молнии. Для учета отмеченных факторов необходимо использовать математическую модель на основе уравнений Максвелла [7]:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{\sigma} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho; \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0; \quad \operatorname{div} \vec{\sigma} = 0,$$

где $\vec{H}$ и $\vec{E}$ – векторы напряженности магнитного и электрического полей, соответственно; $\vec{\sigma}$ – вектор плотности тока проводимости; $\vec{B}$ – то же индукции магнитного поля; $\vec{D}$ – то же электрического смещения; ρ – плотность электрических зарядов.

Ниже рассматривается метод расчета параметров электромагнитного поля уединенного бесконечно длинного стержневого заземлителя трубчатого сечения (рис. 1) при стекании в землю переменного тока промышленной частоты.

Данная модель представляет собой двухслойную среду, состоящую из слоя 1 заземлителя с внутренним и внешним радиусами R_1 и R_2 соответственно и слоя 2 собственно земли. Модель заземлителя круглого сечения можно получить как частный случай при $R_1 \rightarrow 0$.

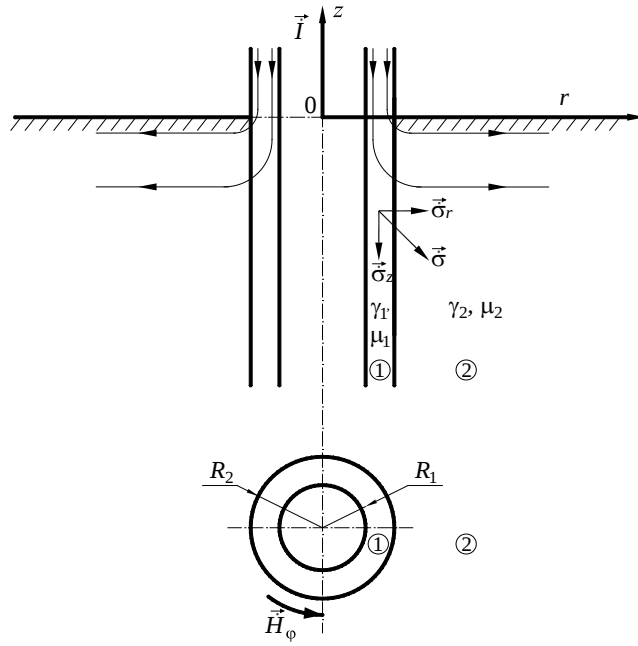


Рис. 1. Геометрическая модель уединенного стержневого заземлителя

При стекании переменного тока промышленной частоты плотность тока проводимости существенно превышает плотность тока смещения $\left(\vec{\sigma} \gg \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right)$ как для слоя заземлителя, так и для слоя земли. С учетом отмеченного система (1), дополненная уравнениями связи свойств слоев, относительно комплексных амплитуд векторов поля принимает вид:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H}_{im} &= \vec{\sigma}_{im}; \quad \text{rot } \vec{E}_{im} = -j\omega \vec{B}_{im}; \\ \text{div } \vec{B}_{im} &= 0; \quad \text{div } \vec{\sigma}_{im} = 0; \\ \vec{B}_{im} &= \mu_i \vec{H}_{im}; \quad \vec{\sigma}_{im} = \gamma_i \vec{E}_{im}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $i = 1, 2$ – индекс номера слоя; μ_i , γ_i – магнитная проницаемость и электрическая проводимость i -го слоя соответственно; ω – угловая частота переменного тока.

Дифференциальные уравнения (2) для каждого слоя можно разрешить относительно любой из компонент поля (напряженности магнитного $\vec{H}$ или электрического $\vec{E}$ полей). Для принятой цилиндрической системы координат с учетом симметрии системы относительно угловой координаты система (2) сводится к уравнению [8]

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \vec{\phi}_{im}(r, z)}{\partial r} + \frac{\partial^2 \vec{\phi}_{im}(r, z)}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \vec{\phi}_{im}(r, z)}{\partial z^2} = \alpha_i^2 \vec{\phi}_{im}(r, z), \quad i = 1, 2, \quad (3)$$

где $\alpha_i^2 = j\omega\gamma_i\mu_i$; $\vec{\phi}_{im}$ – может принимать значения комплексных амплитуд векторов напряженности электрического $\vec{E}_{im}$ и магнитного полей $\vec{H}_{im}$ или плотности тока $\vec{\sigma}_{im}$.

Решение уравнения (3) осуществляется относительно вектора плотности тока $\vec{\dot{\sigma}}_{im}(r, z)$ [9], который имеет две проекции: радиальную $\dot{\sigma}_{imr}$ и вертикальную $\dot{\sigma}_{imz}$. При этом уравнение (3) следует дополнить предельными условиями на поверхности земли и заземлителя, а также условиями на границе раздела сред заземлителя и земли.

Предельные условия для данной задачи неизвестны. Их нахождение для аналогичной задачи расчета электромагнитного поля в многослойной структуре плоского контактного соединения подробно рассмотрено в [9]. Для этого устанавливаются зависимости радиального и вертикального токов по координатам r и z . На основании этих зависимостей определяется распределение плотности тока. Рассмотрим расчет токораспределения отдельно для радиальной и вертикальной плотностей тока.

Расчет распределения радиальной составляющей плотности тока. Уравнение (3) относительно радиальной составляющей плотности тока принимает вид

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \dot{\sigma}_{imr}(r, z)}{\partial r} + \frac{\partial^2 \dot{\sigma}_{imr}(r, z)}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \dot{\sigma}_{imr}(r, z)}{\partial z^2} = \alpha_i^2 \dot{\sigma}_{imr}(r, z), \quad i = 1, 2. \quad (4)$$

Для его решения установим зависимость радиального тока $\dot{\sigma}_{imr}$, приходящегося на единицу угловой координаты, от координаты r . При этом считаем известным ток $\dot{I}_m$, стекающий в заземлитель. Его распределение (в данном случае вертикальная составляющая плотности тока) на поверхности при $z = 0$; $r \in [R_1, R_2]$ определяется как для уединенного проводника трубчатого сечения [8]

$$\dot{\sigma}_{1mz}(r, 0) = j\alpha_1 \frac{J_0(\chi) H_0^{(2)'}(\chi_1) - J_0'(\chi_1) H_0^{(2)}(\chi)}{J_0'(\chi_1) H_0^{(2)'}(\chi_2) - J_0'(\chi_2) H_0^{(2)'}(\chi_1)} \dot{H}_{1m\phi}(R_2, 0), \quad (5)$$

где $J_0(\chi)$, $J_0'(\chi)$ – функция Бесселя первого рода и ее первая производная, соответственно; $H_0^{(2)}(\chi)$, $H_0^{(2)'}(\chi)$ – функция Бесселя третьего рода (вторая функция Ганкеля) и ее первая производная соответственно; $\chi = j\alpha_1 r$; $\chi_1 = j\alpha_1 R_1$; $\chi_2 = j\alpha_1 R_2$; $\dot{H}_{1m\phi}(R_2, 0) = \frac{\dot{I}_m}{2\pi R_2}$ – угловая составляющая вектора напряженности магнитного поля на внешней поверхности трубчатого проводника.

На поверхности земли очевидно, что

$$\dot{\sigma}_{2mz}(r, 0) = 0, \quad r \in [R_2, \infty), \quad (6)$$

а при $z \rightarrow \infty$ также

$$\dot{\sigma}_{imz}(r, \infty) = 0, \quad r \in [0, \infty); \quad i = 1, 2. \quad (7)$$

На основании (5)–(7) определяются зависимости радиального тока:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{1mr}(r) &= 2\pi \int_{R_1}^r (\dot{\sigma}_{1mz}(r, 0) - \dot{\sigma}_{1mz}(r, \infty)) r dr = 2\pi \int_{R_1}^r r \dot{\sigma}_{1mz}(r, 0) dr, \quad r \in [R_1, R_2]; \\ \dot{I}_{2mr}(r) &= \dot{I}_m, \quad r \in [R_2, \infty), \end{aligned} \quad (8)$$

а также тока, приходящегося на единицу угловой координаты:

$$\dot{\sigma}_{imr}(r) = \frac{\dot{I}_{imr}(r)}{2\pi r} = \begin{cases} \frac{\dot{I}_m}{2\pi R_2} \frac{J_1(\chi_1) H_1^{(2)}(\chi) - J_1(\chi) H_1^{(2)}(\chi_1)}{J_1(\chi_1) H_1^{(2)}(\chi_2) - J_1(\chi_2) H_1^{(2)}(\chi_1)}, & i=1; \quad r \in [R_1, R_2]; \\ \frac{\dot{I}_m}{2\pi r}, & i=2; \quad r \in [R_2, \infty). \end{cases} \quad (9)$$

Полученные таким образом зависимости иллюстрирует рис. 2.

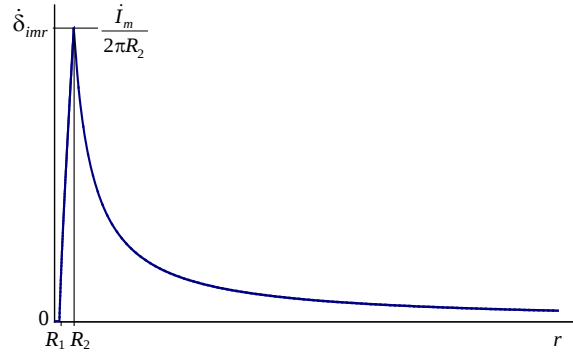


Рис. 2. Зависимость тока $\dot{\sigma}_{imr}$ от координаты r

Зная зависимости радиального тока, представим решение (4) как сумму одного из частных решений $\dot{\sigma}_{*imr}(r, z)$, определяемого по радиальной составляющей тока в заземлителе, и невязочного решения $\Delta \dot{\sigma}_{imr}(r, z)$, обусловленного требованием непрерывности плотности тока $\dot{\sigma}_{imr}(r, z)$ на границе раздела слоев земли и заземлителя [9]:

$$\dot{\sigma}_{imr}(r, z) = \dot{\sigma}_{*imr}(r, z) + \Delta \dot{\sigma}_{imr}(r, z). \quad (10)$$

Нахождение решений вида (10) в [9] основано на применении рядов Фурье по тригонометрическим функциям. В данном случае аналогичные ряды получаются по функциям Бесселя. Исследования показали, что для рассматриваемой задачи ряды сходятся достаточно медленно, а их дифференцирование дает расходящийся ряд. Поэтому для определения решений $\dot{\sigma}_{*imr}(r, z)$ и $\Delta \dot{\sigma}_{imr}(r, z)$ был использован метод конечных разностей. Рассматриваемая область при этом заменяется разностной сеткой (рис. 3) с узлами (k, l) . В направлении координаты z область $z \in (-\infty, 0]$ ограничивается конечной областью $z \in [-H, 0]$ из условия

$$H > 4 \max \sqrt{\frac{2}{\omega \gamma_i \mu_i}}, \quad i = 1, 2, \quad (11)$$

т. е. в направлении оси z распределение электромагнитного поля рассматривается по крайней мере на четырех глубинах проникновения плоской электромагнитной волны. В остальной области $z \in (-\infty, -H)$ с достаточной степенью точности $\vec{\sigma}_{im}(r, z) = 0$.

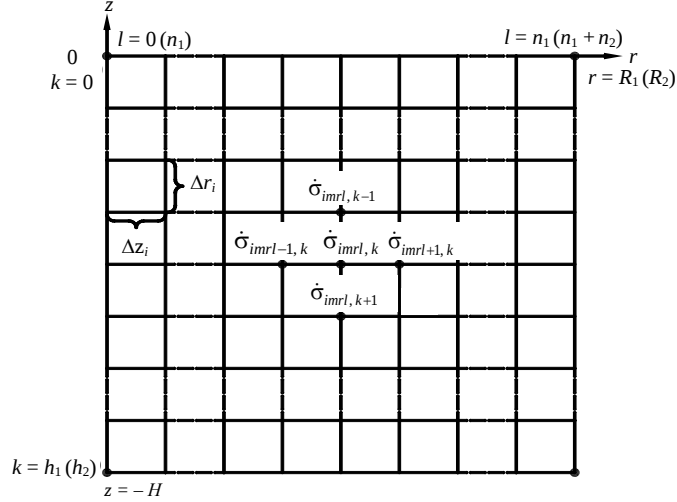


Рис. 3. Разностная сетка для i -го слоя (в скобках приведены обозначения для слоя земли)

Аналогично в направлении оси r ограничимся рассмотрением области $r \in [R_1, R_3]$, где R_3 выбирается с учетом (3) и (9) из условия

$$R_3 \gg \sqrt{\frac{2}{\omega \gamma_2 \mu_2}}. \quad (12)$$

В остальной области $r \in (R_3, \infty)$ распределение плотности тока рассчитывается по общеизвестным выражениям для распространения плоской электромагнитной волны.

Таким образом, узлам сетки (k, l) соответствуют точки сечения $r_l = \Delta r_l l$; $z_k = \Delta z_k k$. Шаги разбиения для каждого слоя по координатам r и z соответственно $\Delta r_i = \frac{R_{i+1} - R_i}{n_i}$ и $\Delta z_i = \frac{-H}{h_i}$, где n_i и h_i – количество точек разбиения слоя по координатам r и z соответственно, $i = 1, 2$ (рис. 3). Для обоих слоев: $l = 0, 1, \dots, n_1, \dots, n_1 + n_2$ и $k = 0, 1, \dots, h_1$.

Для принятой разностной сетки первые и вторые производные по осям r и z в (4) аппроксимируются центральными разностными соотношениями [10] и уравнение (4) для внутренних узлов принимает вид

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r_l} \frac{\dot{\sigma}_{imr,l+1,k} - \dot{\sigma}_{imr,l-1,k}}{2\Delta r_i} + \frac{\dot{\sigma}_{imr,l+1,k} - 2\dot{\sigma}_{imr,l,k} + \dot{\sigma}_{imr,l-1,k}}{\Delta r_i^2} + \\ & + \frac{\dot{\sigma}_{imr,l,k+1} - 2\dot{\sigma}_{imr,l,k} + \dot{\sigma}_{imr,l,k-1}}{\Delta z_i^2} = \alpha_i^2 \dot{\sigma}_{imr,l,k}, \quad l = 0, 1, \dots, n_1, \dots, n_1 + n_2; \quad (13) \\ & k = 0, 1, \dots, h_i; \quad i = 1, 2. \end{aligned}$$

Рассмотрим решение этого уравнения относительно составляющих $\dot{\sigma}_{*imrl,k}$ и $\Delta\dot{\sigma}_{imrl,k}$. Для нахождения частного решения $\dot{\sigma}_{*imrl,k}$ приведем (13) к виду

$$a_{il,k}\dot{\sigma}_{*imrl,k-1} + c_{il,k}\dot{\sigma}_{*imrl,k} + b_{il,k}\dot{\sigma}_{*imrl,k+1} = d_{il,k}\dot{\sigma}_{*imrl-1,k} + f_{il,k}\dot{\sigma}_{*imrl+1,k}, \quad (14)$$

$$l = 0, 1, \dots, n_1, \dots, n_1 + n_2; \quad k = 0, 1, \dots, h_l,$$

где

$$a_{il,k} = 1; \quad b_{il,k} = 1; \quad c_{il,k} = -2 \frac{\Delta z_i^2}{\Delta r_i^2} - \alpha_i^2 \Delta z_i^2 - 2;$$

$$d_{il,k} = \frac{\Delta z_i^2}{\Delta r_i} \left(\frac{1}{2r_l} - \frac{1}{\Delta r_i} \right); \quad f_{il,k} = -\frac{\Delta z_i^2}{\Delta r_i} \left(\frac{1}{2r_l} + \frac{1}{\Delta r_i} \right).$$

Очевидно, что уравнение (14) удовлетворяет условиям хорошей обусловленности относительно $\dot{\sigma}_{*imrl,k-1}$, $\dot{\sigma}_{*imrl,k}$ и $\dot{\sigma}_{*imrl,k+1}$ [10]

$$|a_{il,k}| + |b_{il,k}| \leq |c_{il,k}| \quad (15)$$

при любых соотношениях между шагами Δr_i и Δz_i .

Его решение осуществляется методом прогонки по слоям координаты z ($k = 0, 1, \dots, h_l$) в сочетании с методом итераций. Прогоночные коэффициенты в данном случае определяются выражениями:

$$L_{il,k} = \frac{-1}{c_{il,k} + L_{il,k-1}};$$

$$K_{il,k} = \frac{F_{il,k} - K_{il,k-1}}{c_{il,k} + L_{il,k-1}}, \quad (16)$$

где $F_{il,k} = d_{il,k}\dot{\sigma}_{*imrl-1,k} + f_{il,k}\dot{\sigma}_{*imrl+1,k}$.

По известным прогоночным коэффициентам рассчитываются величины плотности тока в узлах расчетной сетки

$$\dot{\sigma}_{*imrl,k} = L_{il,k}\dot{\sigma}_{*imrl,k+1} + K_{il,k}. \quad (17)$$

Для использования (16), (17) необходимо знать значения плотности тока на внешних узлах, т. е. предельные условия. Кроме того, неизвестны значения плотности тока $\dot{\sigma}_{*imrl-1,k}$ и $\dot{\sigma}_{*imrl+1,k}$ на смежных слоях по координате z по отношению к рассматриваемому слою. Нахождение этих величин осуществляется методом итераций. Для этого задается первоначальное (нулевое) приближение распределения плотности тока. Последующее математическое моделирование показало, что наименьшее количество итераций получается, если за нулевое приближение принять распределение плоской электромагнитной волны по координате z . Зависимость по координате r при этом принимается вида (9), т. е. нулевое приближение:

$$\dot{\sigma}_{*imrl,k}^0 = \begin{cases} \frac{\alpha_i \dot{I}_m e^{\alpha_i z_k}}{2\pi R_2} \frac{J_1(\chi_1) H_1^{(2)}(\chi_l) - J_1(\chi_l) H_1^{(2)}(\chi_1)}{J_1(\chi_1) H_1^{(2)}(\chi_2) - J_1(\chi_2) H_1^{(2)}(\chi_1)}, & \chi_l = j\alpha_i r_l; i=1; r_l \in [R_1, R_2]; \\ \frac{\alpha_i \dot{I}_m}{2\pi r_l} e^{\alpha_i z_k}, & i=2; r_l \in [R_2, \infty). \end{cases} \quad (18)$$

Зная нулевое приближение, рассчитываем новое приближение распределения плотности тока. При этом необходимо учесть, что для внешних узлов $l=0$; $k=0, 1, \dots, h_i$ и $l=0, 1, \dots, n_1, \dots, n_1+n_2$; $k=h_i$; $\dot{\sigma}_{*imrl,k} = 0$, а для узлов $l=n_1+n_2$; $k=0, 1, \dots, h_i$; $\dot{\sigma}_{*imrl,k} = \dot{\sigma}_{*imrl,k}^0$. Расчет плотностей тока на границе раздела слоев «заземлитель–земля» осуществляется отдельно для заземлителя и земли. Для заземлителя в этом случае вводятся дополнительные точки. Плотности тока в этих точках на последующих итерациях определяются на основе линейной аппроксимации по координате r полученных значений плотностей тока во внутренних узлах.

Для полученного нового приближения плотности тока рассчитывается зависимость тока, приходящегося на единицу угловой координаты:

$$\dot{\delta}_{imrl} = \int_{-H}^0 \dot{\sigma}_{*imrl,k} dz. \quad (19)$$

Величина $\dot{\delta}_{imrl}$ сравнивается с известным током (9), а полученное токо-распределение уточняем по соотношению

$$\dot{\sigma}'_{*imrl,k} = \frac{\dot{\delta}_{imr}(r)}{\dot{\delta}_{imrl}} \dot{\sigma}_{*imrl,k}. \quad (20)$$

Таким образом окончательно определяется первое приближение для плотности тока $\dot{\sigma}_{*imrl,k}$. Это приближение сравнивают с нулевым и определяют максимальную величину невязки плотностей тока на двух смежных итерациях

$$\varepsilon_{\max} = \frac{|\dot{\sigma}_{*imrl,k}^1 - \dot{\sigma}_{*imrl,k}^0|}{\max(\dot{\sigma}_{*imrl,k}^0)} < \varepsilon, \quad (21)$$

где $\varepsilon_{\max}$ – максимальная величина невязки; ε – предварительно заданная достаточно малая величина; 0, 1 – верхний индекс соответствует номеру итерации.

Если условие (21) не выполняется, то рассчитывается следующее приближение на основании (16), (17), (19), (20). Итерационные циклы повторяются до выполнения условия (21).

После определения частного решения $\dot{\sigma}_{*imrl,k}$ производим расчет невязочного решения $\Delta \dot{\sigma}_{imrl,k}$. Оно обусловлено тем, что частное решение

$\dot{\sigma}_{*imrl,k}$ не удовлетворяет условию непрерывности нормальных составляющих плотности тока на границе раздела слоев:

$$\dot{\sigma}_{1mr}(R_2, z) = \dot{\sigma}_{2mr}(R_2, z). \quad (22)$$

На основании (10) и (22) можно записать

$$\Delta \dot{\sigma}_{1mr}(R_2, z) - \Delta \dot{\sigma}_{2mr}(R_2, z) = \dot{\sigma}_{*2mr}(R_2, z) - \dot{\sigma}_{*1mr}(R_2, z). \quad (23)$$

Для получения величин невязочных составляющих плотности тока на границе раздела используем дифференциальное уравнение непрерывности плотности тока $\text{div} \vec{\sigma}_{im} = 0$ и равенство тангенциальных к границе раздела составляющих напряженности электрического поля, обусловленных величинами невязочных составляющих [11]. В принятой цилиндрической системе координат эти уравнения приводят к соотношению

$$\frac{\int \left(\frac{\Delta \dot{\sigma}_{1mr}(R_2, z)}{r} + \frac{\partial \Delta \dot{\sigma}_{1mr}(R_2, z)}{\partial r} \right) dz}{\gamma_1} = \frac{\int \left(\frac{\Delta \dot{\sigma}_{2mr}(R_2, z)}{r} + \frac{\partial \Delta \dot{\sigma}_{2mr}(R_2, z)}{\partial r} \right) dz}{\gamma_2}. \quad (24)$$

Так как проводимость заземлителя существенно превышает проводимость земли ($\gamma_1 \gg \gamma_2$), то из (24) следует, что $\Delta \dot{\sigma}_{1mr}(R_2, z) \gg \Delta \dot{\sigma}_{2mr}(R_2, z)$. Тогда (23) принимает вид:

$$\Delta \dot{\sigma}_{1mr}(R_2, z) = \dot{\sigma}_{*2mr}(R_2, z) - \dot{\sigma}_{*1mr}(R_2, z); \quad (25)$$

$$\Delta \dot{\sigma}_{2mr}(R_2, z) = 0.$$

Таким образом, невязочные составляющие плотности тока появляются только в слое с хорошей проводимостью (в данном случае в заземлителе). Данный вывод хорошо согласуется с результатами [11].

Для нахождения невязочных составляющих (13) целесообразно привести к виду

$$a_{1l,k} \Delta \dot{\sigma}_{1mrl-1,k} + c_{1l,k} \Delta \dot{\sigma}_{1mrl,k} + b_{1l,k} \Delta \dot{\sigma}_{1mrl+1,k} = d_{1l,k} \Delta \dot{\sigma}_{1mrl,k-1} + f_{1l,k} \Delta \dot{\sigma}_{1mrl,k+1}, \quad (26)$$

$$l = 0, 1, \dots, n_1; \quad k = 0, 1, \dots, h_1,$$

где

$$a_{1l,k} = \frac{1}{2r_l \Delta r_1} - \frac{1}{\Delta r_1^2}; \quad b_{1l,k} = -\frac{1}{2r_l \Delta r_1} - \frac{1}{\Delta r_1^2}; \quad c_{1l,k} = \frac{2}{\Delta r_1^2} + \frac{2}{\Delta z_1^2} + \alpha_1^2;$$

$$d_{1l,k} = \frac{1}{\Delta z_1^2}; \quad f_{1l,k} = \frac{1}{\Delta z_1^2}.$$

Его решение в целом аналогично решению (14). Только в данном случае метод прогонки применяется по слоям в направлении координаты r ($l = 0, 1, \dots, n_1$).

Прогоночные коэффициенты определяются по формулам:

$$L_{1l,k} = \frac{-b_{1l,k}}{c_{1l,k} + a_{1l,k} L_{1l+1,k}}; \quad (27)$$

$$K_{1l,k} = \frac{F_{1l,k} - a_{1l,k} K_{1l+1,k}}{c_{1l,k} + a_{1l,k} L_{1l+1,k}},$$

где

$$F_{1l,k} = d_{1l,k} \Delta \dot{\sigma}_{1mr1,k-1} + f_{1l,k} \Delta \dot{\sigma}_{1mr1,k+1},$$

а невязочные составляющие плотности тока

$$\Delta \dot{\sigma}_{1mr1,k} = L_{1l,k} \Delta \dot{\sigma}_{1mr1-1,k} + K_{1l,k}. \quad (28)$$

Значения плотности тока на внешних узлах:

$$\Delta \dot{\sigma}_{1mr1,k} = 0; \quad (29)$$

$$\Delta \dot{\sigma}_{1mrn_1,k} = \dot{\sigma}_{*2mrn_1,k} - \dot{\sigma}_{*1mrn_1,k}.$$

При $k = h_1$ имеем $\Delta \dot{\sigma}_{1mr1,k} = 0$. Для расчета плотности тока в узлах $k = 0$ вводятся дополнительные точки. Плотности тока в этих точках определяются на основе линейной аппроксимации по координате z значений, полученных для внутренних узлов.

В качестве первоначального (нулевого) приближения невязочных составляющих плотности тока целесообразно принять

$$\Delta \dot{\sigma}_{1mr1,k}^0 = \Delta \dot{\sigma}_{1mrn_1,k} \frac{\text{sh}(\alpha_1(r_l - R_1))}{\text{sh}(\alpha_1(R_2 - R_1))}. \quad (30)$$

Полные величины токов от невязочной составляющей решения равны нулю, поэтому корректировки полученных величин по аналогии с (20) не требуется. В остальном расчет невязочных составляющих плотности тока соответствует расчету $\dot{\sigma}_{*imr}$.

Расчет распределения вертикальной составляющей плотности тока. Для вертикальной составляющей плотности тока (3) имеет вид

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \dot{\sigma}_{imz}(r, z)}{\partial r} + \frac{\partial^2 \dot{\sigma}_{imz}(r, z)}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \dot{\sigma}_{imz}(r, z)}{\partial z^2} = \alpha_i^2 \dot{\sigma}_{imz}(r, z), \quad i = 1, 2. \quad (31)$$

Зависимость распределения вертикального тока по координате z (рис. 4) определяем по уже найденным распределениям горизонтального тока:

$$\dot{I}_{1mz}(z) = \dot{I}_m - \int_0^z 2\pi R_2 \dot{\sigma}_{2mr}(R_2, z) dz, \quad z \in [-H, 0]; \quad (32)$$

$$\dot{I}_{2mz}(z) = 0.$$

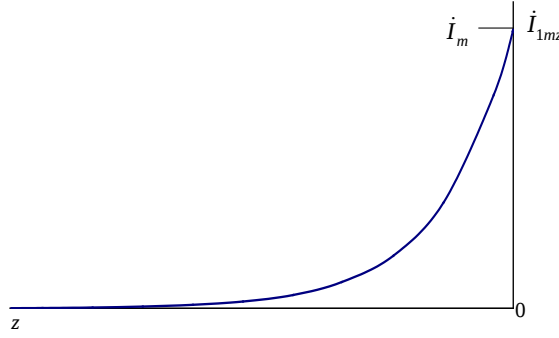


Рис. 4. Зависимость распределения вертикального тока $\dot{I}_{1mz}$ по координате z

Из условия равенства тангенциальных составляющих напряженности электрического поля и так как $\gamma_1 \gg \gamma_2$ следует, что можно пренебречь вертикальной составляющей плотности тока в земле.

Дальнейший расчет вертикальных составляющих плотности тока, как и для радиальных, осуществляется методом конечных разностей. Уравнение (31) относительно плотности тока во внутренних узлах сетки приводим к виду

$$a_{1l,k} \dot{\sigma}_{1mzl-1,k} + c_{1l,k} \dot{\sigma}_{1mzl,k} + b_{1l,k} \dot{\sigma}_{1mzl+1,k} = d_{1l,k} \dot{\sigma}_{1mzl,k-1} + f_{1l,k} \dot{\sigma}_{1mzl,k+1}, \quad (33)$$

$$l = 0, 1, \dots, n_1; \quad k = 0, 1, \dots, h_1,$$

где

$$a_{1l,k} = \frac{1}{2r_l \Delta r_1} - \frac{1}{\Delta r_1^2}; \quad b_{1l,k} = -\frac{1}{2r_l \Delta r_1} - \frac{1}{\Delta r_1^2}; \quad c_{1l,k} = \frac{2}{\Delta r_1^2} + \frac{2}{\Delta z_1^2} + \alpha_1^2;$$

$$d_{1l,k} = \frac{1}{\Delta z_1^2}; \quad f_{1l,k} = \frac{1}{\Delta z_1^2}.$$

Значения плотности тока на внешних узлах $l = 0, 1, \dots, n_1, \quad k = 0$ (на основании (5))

$$\dot{\sigma}_{1mzl,k} = j\alpha_1 \frac{J_0(\chi_l) H_0^{(2)'}(\chi_1) - J_0'(\chi_1) H_0^{(2)}(\chi_l)}{J_0'(\chi_1) H_0^{(2)'}(\chi_2) - J_0'(\chi_2) H_0^{(2)'}(\chi_1)} \frac{\dot{I}_m}{2\pi R_2}, \quad (34)$$

$$\chi_l = j\alpha_1 r_l; \quad r_l \in [R_1, R_2].$$

Прогоночные коэффициенты и плотности тока на каждой итерации определяем по выражениям ($l = 0, 1, \dots, n_1$):

$$L_{1l,k} = \frac{-b_{1l,k}}{c_{1l,k} + a_{1l,k} L_{1l+1,k}};$$

$$K_{1l,k} = \frac{F_{1l,k} - a_{1l,k} K_{1l+1,k}}{c_{1l,k} + a_{1l,k} L_{1l+1,k}}, \quad (35)$$

где $F_{1l,k} = d_{1l,k} \dot{\sigma}_{1mzl,k-1} + f_{1l,k} \dot{\sigma}_{1mzl,k+1}$;

$$\dot{\sigma}_{1mzl, k} = L_{1l, k} \dot{\sigma}_{1mzl-1, k} + K_{1l, k}. \quad (36)$$

Первоначальное (нулевое) приближение распределения вертикальной составляющей плотности тока принимаем

$$\dot{\sigma}_{1mzl, k}^0 = j\alpha_1 \frac{J_0(\chi_l)H_0^{(2)'}(\chi_1) - J_0'(\chi_1)H_0^{(2)}(\chi_l)}{J_0'(\chi_1)H_0^{(2)'}(\chi_2) - J_0'(\chi_2)H_0^{(2)'}(\chi_1)} \frac{\dot{I}_{1mz}(z_k)}{2\pi R_2}, \quad r \in [R_1, R_2]. \quad (37)$$

Для каждого нового приближения определяем зависимость тока от координаты z

$$\dot{I}_{1mzk} = \int_{R_1}^{R_2} 2\pi R_2 \dot{\sigma}_{1mzl, k} dr. \quad (38)$$

и корректируем плотности тока по соотношению

$$\dot{\sigma}'_{1mzl, k} = \frac{\dot{I}_{1mz}(z_k)}{\dot{I}_{1mzk}} \dot{\sigma}_{1mzl, k}. \quad (39)$$

Итерации повторяем до тех пор, пока не выполнится условие вида (21) для вертикальных составляющих плотности тока

$$\varepsilon_{\max} = \frac{|\dot{\sigma}_{1mzl, k}^1 - \dot{\sigma}_{1mzl, k}^0|}{\max(\dot{\sigma}_{1mzl, k}^0)} < \varepsilon. \quad (40)$$

Рассмотренные алгоритмы расчета распределений радиальной и вертикальной составляющих плотности тока, стекающего в заземлитель, позволяют рассчитать основные электромагнитные характеристики такого заземлителя на переменном токе. Результаты математического моделирования на основе предложенных алгоритмов рассмотрены во второй части работы.

ВЫВОДЫ

1. Предложен метод расчета характеристик электромагнитного поля уединенного стержневого заземлителя при стекании переменного тока промышленной частоты, основанный на решении дифференциальных уравнений Максвелла методом конечных разностей.

2. Метод позволяет определять электромагнитные характеристики заземлителя (активные и индуктивные сопротивления и пр.) с учетом реального характера изменения во времени стекающего в заземлитель тока.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р я б к о в а, Е. Я. Заземления в установках высокого напряжения / Е. Я. Рябкова. – М.: Энергия, 1978. – 224 с.
2. Б у р г с д о р ф, В. В. Заземляющие устройства электроустановок / В. В. Бургсдорф, А. И. Якобс. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 400 с.
3. T a s k Force F0A of the IEEE/PES Substations West Coast Subcommittee. Current North American assessment and refurbishment practices of substations grounding systems // IEEE Trans. on Power Del. – 2005. – Vol. 20, № 3. – P. 1886–1889.

4. T a k a h a s h i, T. Calculation of earth resistance for deep-driven rod in multi-layer earth structure / T. Takahashi, T. Kawase // IEEE Trans. Power Del. –1990. – Vol. 6, № 1. – P. 608–614.
5. G ü e m e s, J. A. Method for calculating the ground resistance of grounding grids using FEM / J.A. Güemes, F.E. Hernando // IEEE Trans. on Power Del. – 2004. – Vol. 19, № 2. – P. 595–600.
6. П о л е в а я и цепная модели волновых процессов в протяженном заземлителе / В. К. Слышалов [и др.] // Вестник ИГЭУ. – 2006. – Вып. 2. – С. 50–58.
7. Т а м м, И. Е. Основы теории электричества / И. Е. Тамм. – 9-е изд., испр. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1976. – 616 с.
8. Б е с с о н о в, Л. А. Теоретические основы электротехники: в 3 ч. / Л. А. Бессонов // 4-е изд. – М.: Высш. шк., 1964. – 751 с.
9. Г е р а с и м о в и ч, А. Н. Обобщенная модель электромагнитных процессов в плоских многослойных контактных соединениях / А. Н. Герасимович, Д. А. Герасимович, Г. В. Яковлев // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2001. – № 3. – С. 37–47.
10. С а м а р с к и й, А. А. Теория разностных схем / А. А. Самарский. – 3-е изд., испр. – М.: Наука, 1989. – 616 с.
11. Э л е к т р о м а г н и т н ы е процессы в слоистых проводниках и структурах контактных соединений / А. Н. Герасимович [и др.] // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2001. – № 2. – С. 11–25.

Представлена кафедрой
электрических станций

Поступила 06.06.2009

УДК 621.311

УПРОЩЕННЫЙ РАСЧЕТ ВЕЛИЧИНЫ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО РАСХОДА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ НА ЕЕ ТРАНСПОРТИРОВКУ

Канд. техн. наук, доц. ПАВЛОВЕЦ В. В.

Белорусский национальный технический университет

Потери электроэнергии в сетях электроснабжения относятся на издержки тех предприятий, на балансе которых находятся эти сети. В случае установки средств расчетного учета электрической энергии не на границе балансовой принадлежности электрической сети технологический расход электроэнергии на ее транспортировку на участке от границы до места установки измерительных приборов средств расчетного учета (трансформаторов тока либо электросчетчиков в случае их прямого включения в схему измерений) относится на счет потребителя (абонента), на балансе которого находится указанный участок электрической сети. Если по данному участку электрической сети осуществляется питание нескольких потребителей, то возникает сложность определения доли каждого потребителя в общем количестве величины технологического расхода электроэнергии на ее транспортировку.