# ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВАКУУМ-ВЫПАРНЫХ УСТАНОВОК ДЛЯ МОЛОЧНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

Канд. техн. наук, доц. АЙРАПЕТЬЯНЦ Г. М., канд. техн. наук КОЖЕВНИКОВ М. М.

Могилевский государственный университет продовольствия

В молочной промышленности молоко консервируют, вырабатывая сгущенные молочные консервы и сухие молочные продукты. Основной технологической операцией при этом является сгущение молока методом выпаривания до определенного содержания сухих веществ. Выпаривание производится в выпарных аппаратах при разрежении, что позволяет вести процесс на пониженных температурах. При пониженной температуре кипения продукта в условиях вакуума достигается значительно большая разность температур между греющим паром и кипящей жидкостью. Процесс сгущения при этом протекает более интенсивно, а съем пара с единицы поверхности нагрева намного выше по сравнению с атмосферным выпариванием.

Для автоматического регулирования температуры и глубины вакуума в вакуум-выпарных установках, используемых на предприятиях молочной промышленности, широкое распространение получили системы управления, разработанные производителями этих установок Wiegand, Alfa-Laval, Ebbot Laboratories и другие, а также Всероссийским научно-исследовательским институтом молочной промышленности (ГНУ ВНИМИ) [1–4]. Такие системы включают в себя локальные контуры регулирования температуры, вакуумметрического давления и концентрации сухих веществ в сгущенном молоке на выходе из установки [3]. В качестве устройств управления применяются цифровые ПИД-регуляторы, параметры настройки которых определяются по упрощенным динамическим моделям выпарного аппарата и конденсатора [5–7].

Необходимо отметить, что основным недостатком такой типовой линеаризованной динамической модели является то, что она не учитывает возможность изменения расхода и температуры продукта на входе в вакуум-выпарной аппарат, а также изменение вакуумметрического давления. Это приводит к тому, что при колебаниях нагрузки выпарного аппарата для поддержания необходимой температуры кипения молока на заданном уровне необходимо корректировать параметры настройки автоматических регуляторов температуры и вакуума. Корректировка параметров осуществляется технологическим персоналом методом проб и ошибок. Такой подход приводит к повышенным тепловым нагрузкам при форсировании тепловых процессов и как следствие – к неэффективному использованию теплоносителей [5, 8, 9].

В данной работе однокорпусная вакуум-выпарная установка рассмотрена как многомерный объект автоматического управления и предложены новые модификации линеаризованных динамических моделей этой установки. В отличие от известных предложенные модели позволяют учесть колебания расхода и температуры продукта на входе в вакуум-выпарной аппарат, а также изменение вакуумметрического давления. Определены возмущающие воздействия на канал регулирования температуры и получены передаточные функции по этим воздействиям. Такие передаточные функции позволяют решить задачу синтеза комбинированных систем регулирования температуры и вакуума, а также вычислить оптимальные настройки автоматических регуляторов [10, 11]. Применение таких систем в практике регулирования позволит повысить эффективность использования теплоносителей в вакуум-выпарной установке [8, 12–14].



Рис. 1. Схема однокорпусной вакуум-выпарной установки

Упрощенная схема однокорпусной вакуум-выпарной установки [15] приведена на рис. 1. Установка состоит из выпарного аппарата 1, в который подается молоко с температурой не ниже 75-80 °С. Молоко поступает в широкую трубу греющей камеры 2, в пространство под нижней трубной решеткой, где моментально закипает и устремляется в кипятильные трубы. Парожидкостная смесь из кипятильных труб поступает в сборник над верхней трубной решеткой и направляется с большой скоростью по верхней циркуляционной трубе 3 в пароотделитель (сепаратор) 4, приобретая вращательное движение. Благодаря возникающей при этом центробежной силе происходит разделение капелек жидкости и вторичного пара. Молоко по нижней циркуляционной трубе 5 возвращается в греющую камеру, а соковый (вторичный) пар отводится в конденсатор смешения 7. Часть вторичного пара через термокомпрессорный блок б используют в качестве греющего пара. Воздух и другие неконденсируемые газы удаляются из вакуум-выпарной установки пароэжекторным агрегатом 8. В выпарной установке протекают следующие основные процессы [16]: конденсация пара в греющей камере, передача теплоты от пара через поверхность нагрева и слои загрязнений к кипящему молоку, кипение молока, отделение паров чистого растворителя от жидкости и сепарация пара.

Представим греющую камеру как совокупность следующих элементов: пара в камере, пленки конденсата на поверхности нагрева, неконденси-

рующихся газов, конденсата, накапливающегося в греющей камере, металла корпуса и изоляция [16, 17]. Для построения модели греющей камеры примем следующие допущения: объем пара в греющей камере равен объему этой камеры, скорости изменения температур пара и пленки конденсата равны, стенка греющей камеры и изоляция рассматриваются как сосредоточенные емкости ввиду их небольшой аккумулирующей способности, в переходном процессе скорости изменения температуры пара и средней температуры металла корпуса равны, теплоемкости металла и изоляции не зависят от температуры, температура изоляции  $\theta_{\mu} = (\theta_{\mu} + \theta_{o})/2$ , где  $\theta_{M}$  – температура металла корпуса;  $\theta_{o}$  – температура окружающей среды. С учетом этих допущений уравнения материального и теплового балансов греющей камеры могут быть записаны в следующем виде:

$$p(V\rho_{\pi} + V_{\kappa}\rho_{\kappa}) = D_1 - D_{\kappa} - D_1'; \qquad (1)$$

$$p(V\rho_{\Pi}u_{\Pi} + V_{\kappa}\rho_{\kappa}c_{\kappa}t_{\kappa}) + (c_{MT}G_{MT} + 0.5c_{\mu}G_{\mu})pt_{\Pi} = (D_{1} - D_{1}')i_{1} - D_{\kappa}i_{\kappa} - Q_{1} - Q',$$
(2)

где  $p = d/d\tau$  – оператор дифференцирования по времени;  $\tau$  – время; V – объем греющей камеры;  $\rho_{\pi}$  – плотность греющего пара;  $V_{\kappa}$  – объем пленки конденсата;  $\rho_{\kappa}$  – плотность конденсата;  $D_1$  – расход греющего пара;  $D_{\kappa}$  – расход конденсата;  $D'_1$  – расход пара на оттяжку неконденсирующихся газов;  $u_{\pi}$  – внутренняя энергия пара в греющей камере;  $c_{\kappa}$  – теплоемкость конденсата;  $t_{\kappa}$  – температура конденсата;  $c_{m\tau}$  – теплоемкость металла корпуса греющей камеры;  $G_{m\tau}$  – масса металла корпуса греющей камеры;  $t_{\pi}$  – температура пара в греющей камере;  $i_1$  – энтальпия греющей камеры;  $i_1$  – энтальпия греющей камеры;  $Q_1$  – то же, передаваемый поверхности нагрева. Величина  $Q_1$  определяется в соответствии с уравнением теплопередачи

$$Q_{\rm l} = F_{\rm l}'(t_{\rm n} - t_{\rm c}) / (1/\alpha_{\rm l} + \delta_{\rm c}/2\lambda_{\rm c}), \qquad (3)$$

где  $F'_1$  – площадь поверхности нагрева со стороны конденсирующегося пара;  $\alpha_1$  – коэффициент теплоотдачи при конденсации;  $\delta_c$  – толщина стенки поверхности нагрева;  $\lambda_c$  – теплопроводность стенки поверхности нагрева;  $t_c$  – температура поверхности нагрева.

Рассматривая совместно выражения (1)-(3), получим следующее уравнение, описывающее динамику изменения температуры пара в греющей камере:

$$a_1 p t_{\rm n} = -a_2 t_{\rm n} + a_3 t_{\rm c} + a_4 \left( D_1 - D_1' \right) + a_5, \tag{4}$$

где

$$\begin{aligned} a_{1} = V\left(\rho_{\pi} \partial u_{\pi} / \partial t_{\pi} + \left(u_{\pi} - i_{\kappa}\right) \partial \rho_{\pi} / \partial t_{\pi}\right) + V_{\kappa} \rho_{\kappa} \left(c_{\kappa} + t_{\kappa} \partial c_{\kappa} / \partial t_{\pi}\right) + c_{MT} G_{MT} + 0.5 c_{\mu} G_{\mu}; \\ a_{4} = i_{1} - i_{\kappa}; \quad a_{2} = a_{3} = F_{1}^{\prime} / \left(1 / \alpha_{1} \left(t_{\pi}, t_{c}\right) + \delta_{c} / 2\lambda_{c}\right); \quad a_{5} = -Q^{\prime}. \end{aligned}$$

Динамика изменения температуры поверхности нагрева *t*<sub>c</sub> может быть описана следующей формулой [16]:

$$c_1 p t_{\rm c} = -c_2 t_{\rm c} + a_2 t_{\rm m} + c_3 \theta, \tag{5}$$

где  $c_1 = c_{\rm MT}G_3$ ,  $G_3$  — масса металла, охватывающего парожидкостное пространство;  $c_2 = a_2 + c_3$ ;  $c_3 = F_1''/(1/\alpha_2(t_c, \theta, b) + \delta_c/2\lambda_c + R_u(\overline{\tau}))$ ;  $\theta$  — температура кипения молока;  $F_1''$  — площадь поверхности нагрева со стороны кипящего молока;  $\alpha_2$  — коэффициент теплоотдачи при кипении; b — концентрация сухих веществ в молоке;  $R_u(\overline{\tau})$  — термическое сопротивление накипи;  $\overline{\tau}$  — продолжительность работы выпарного аппарата после очистки поверхности нагрева.

Использование (5) предполагает выполнение следующих условий: трубы испарителя имеют одинаковые геометрические размеры и выполнены из материала с одинаковыми теплофизическими свойствами, тепловой поток вдоль оси трубы отсутствует, все трубы испарителя воспринимают одинаковые количества теплоты, поверхность нагрева рассматривается как сосредоточенная емкость [16].

Выполним линеаризацию уравнений (4), (5) и перейдем от абсолютных значений переменных состояния к их приращениям в безразмерной форме. Безразмерные приращения переменных состояния зададим путем деления отклонений этих переменных на их значения в равновесном состоянии и применим к ним преобразование Лапласа:  $t_{n}^{*} = L(\Delta t_{n}/t_{n0})$ ;  $t_{c}^{*} = L(\Delta t_{c}/t_{c0})$ ;  $D_{1}^{*} = L(\Delta D_{1}/D_{10})$ ;  $D_{1}'^{*} = L(\Delta D_{1}'/D_{10}')$ ;  $Q'^{*} = L(\Delta Q'/Q_{0}')$ ;  $\theta^{*} = L(\Delta \theta/\theta_{0})$ ;  $b^{*} =$  $= L(\Delta b/b_{0})$ ;  $R_{\mu}^{*} = L(\Delta R_{\mu}/R_{\mu 0})$  (здесь и далее символ L обозначает преобразование Лапласа,  $\Delta$  – отклонение, а дополнительный индекс 0 имеют значения соответствующих переменных в равновесном состоянии).

Тогда при нулевых начальных условиях линеаризованная модель динамики греющей камеры может быть представлена в операторной форме:

$$t_{\pi}^{*} = W_{11}(s)t_{c}^{*} + W_{12}(s)D_{1}^{*} + W_{13}(s)D_{1}^{*} + W_{14}(s)Q^{*};$$
(6)

$$t_{\rm c}^* = W_{21}(s)t_{\rm n}^* + W_{22}(s)\theta^* + W_{23}(s)b^* + W_{24}(s)R_{\rm n}^*, \tag{7}$$

где  $W_{ij}(s) = k_{ij}/T_i s + 1$  – передаточные функции греющей камеры по каналам нанесения внешних воздействий;  $k_{ij}$  – коэффициенты передачи греющей камеры;  $T_i$  – постоянные времени греющей камеры; i = 1, 2; j = 1:4;s – комплексная переменная.

Коэффициенты передачи и постоянные времени определяются по следующим формулам:

$$k_{11} = -l_{12}t_{c0}/l_{11}t_{n0}; \quad k_{12} = -l_{13}D_{10}/l_{11}t_{n0}; \quad k_{13} = -l_{14}D'_{10}/l_{11}t_{n0};$$

$$k_{14} = -l_{15}Q'_0/l_{11}t_{n0}; \quad T_1 = -1/l_{11};$$

$$- \partial \left( a_3t_c + a_4(D_1 - D'_1) + a_5 - a_2t_n \right) | \quad t_1 = -\partial \left( a_3t_c - a_2t_n \right) |$$

$$l_{11} = \frac{\partial}{\partial t_{\pi}} \left( \frac{a_3 t_c + a_4 (D_1 - D_1') + a_5 - a_2 t_{\pi}}{a_1} \right)_0; \quad l_{12} = \frac{\partial}{\partial t_c} \left( \frac{a_3 t_c - a_2 t_{\pi}}{a_1} \right)_0;$$

$$\begin{split} l_{13} &= \frac{\partial}{\partial D_{1}} \left( \frac{a_{4} D_{1}}{a_{1}} \right) \Big|_{0}; \quad l_{14} = \frac{\partial}{\partial D_{1}'} \left( \frac{-a_{4} D_{1}'}{a_{1}} \right) \Big|_{0}; \quad l_{15} = \frac{\partial}{\partial Q'} \left( \frac{a_{5}}{a_{1}} \right) \Big|_{0}; \\ k_{21} &= -l_{22} t_{n0} / l_{21} t_{c0}; \quad k_{22} = -l_{23} \Theta_{0} / l_{21} t_{c0}; \quad k_{23} = -l_{24} b_{0} / l_{21} t_{c0}; \\ k_{24} &= -l_{25} R_{\mu0} / l_{21} t_{c0}; \quad T_{2} = -1 / l_{21}; \\ l_{21} &= \frac{\partial}{\partial t_{c}} \left( \frac{a_{2} t_{n} + c_{3} \Theta - c_{2} t_{c}}{c_{1}} \right) \Big|_{0}; \quad l_{22} = \frac{\partial}{\partial t_{n}} \left( \frac{a_{2} t_{n} - c_{2} t_{c}}{c_{1}} \right) \Big|_{0}; \quad l_{23} = \frac{\partial}{\partial \Theta} \left( \frac{c_{3} \Theta - c_{2} t_{c}}{c_{1}} \right) \Big|_{0}; \\ l_{24} &= \frac{\partial}{\partial b} \left( \frac{c_{3} \Theta - c_{2} t_{c}}{c_{1}} \right) \Big|_{0}; \quad l_{25} = \frac{\partial}{\partial R_{\mu}} \left( \frac{c_{3} \Theta - c_{2} t_{c}}{c_{1}} \right) \Big|_{0}, \end{split}$$

где символом  $|_0$  обозначена подстановка в формулы вектора ( $t_{n0}$ ,  $t_{c0}$ ,  $D_{10}$ ,  $D'_{10}$ ,  $Q'_0$ ,  $\theta_0$ ,  $b_0$ ,  $R_{\mu 0}$ ) после вычисления производных.

Для построения математической модели парожидкостного пространства примем следующие допущения: температура кипения молока в греющей камере  $\theta$  является сосредоточенным параметром и равна температуре сокового пара *t*, масса пара в парожидкостном пространстве значительно меньше массы молока ( $G_{\pi} \ll G$ ), возмущения по расходу молока не превышают ±30 %, объем молока в аппарате  $V = V'_0 + \eta h$ , где  $V'_0 - объем молока, огра$  $ниченный плоскостью, от которой отсчитывается уровень; <math>\eta$  – площадь поперечного сечения аппарата; h – уровень молока в аппарате.

Представим парожидкостное пространство как совокупность следующих элементов [16, 17]: молока, пара под зеркалом испарения, сокового пара, металла корпуса и исходя из этого запишем уравнения материального и теплового балансов:

$$(\rho - \rho_{\Pi}) pV + (V_0 - V) (\partial \rho_{\Pi} / \partial t) pt = S_{M} - S_{CM} - W;$$
(8)

$$p(V\rho c\theta + (V_0 - V)\rho_{\Pi}u + c_{MT}\theta G'_{MT}) = Q_2 + S_M c_0 \theta_{M0} - S_{cM} c\theta - Wi - Q'', \quad (9)$$

где  $\rho$  – плотность молока в аппарате;  $V_0$  – объем парожидкостного пространства;  $S_{\rm M}$  – расход молока на входе в выпарной аппарат;  $S_{\rm CM}$  – то же сгущенного молока на выходе из выпарного аппарата; W – то же сокового пара; i – энтальпия сокового пара; c – теплоемкость молока в аппарате; u – внутренняя энергия сокового пара;  $G'_{\rm MT}$  – масса металла, охватывающего парожидкостное пространство;  $c_0$  – теплоемкость молока на входе в аппарат;  $\theta_{\rm M0}$  – температура молока на входе в аппарат; Q'' – суммарные потери теплоты в окружающую среду через корпус парожидкостного пространства;  $Q_2$  – количественная характеристика теплоты от поверхности теплообмена. Величина  $Q_2$  определяется из уравнения теплопередачи

$$Q_2 = c_3(t_c - \theta). \tag{10}$$

57

Рассматривая совместно (8)–(10), а также пренебрегая в первом приближении изменением количества молока при фазовых переходах и изменением его внутренней энергии при подводе и отводе массы, получим следующую систему уравнений, описывающую динамику изменения температуры молока и уровня в аппарате:

$$d_1 p \theta = -d_2 \theta + c_3 t_c - d_3 W + d_4; \tag{11}$$

$$e_1 ph = S_{\rm M} - S_{\rm cm} - W, \qquad (12)$$

где  $d_1 = V\rho c + (V_0 - V)\rho_{\Pi} \partial u/\partial t + u(V_0 - V)\partial\rho_{\Pi}/\partial t + c_{MT}G'_{MT}; \quad d_2 = c_3 + S_{CM}c;$  $d_3 = i; \ d_4 = S_{M}c_0\theta_{M0} - Q''; \ e_1 = (\rho - \rho_{\Pi})\eta.$ 

Выполним линеаризацию уравнения (11) и перейдем от абсолютных значений переменных состояния к их приращениям в безразмерной форме. Тогда при нулевых начальных условиях получим:

$$\theta^* = W_{31}(s)t_c^* + W_{32}(s)b^* + W_{33}(s)R_{\mu}^* + W_{34}(s)S_{cm}^* + W_{35}(s)S_{\mu}^* + W_{36}(s)\theta_{\mu0}^*; (13)$$
$$h^* = W_{41}(s)S_{\mu}^* - W_{42}(s)S_{cm}^* - W_{43}(s)W^*, (14)$$

где  $W_{3i}(s) = k_{3i}/T_3 s + 1$ ;  $W_{4j}(s) = k_{4j}/T_4 s$  – передаточные функции парожидкостного пространства по каналам нанесения внешних воздействий (i = 1:6; j = 1:3);  $k_{3i}$ ,  $k_{4j}$  – коэффициенты передачи парожидкостного пространства;  $T_3$ ,  $T_4$  – постоянные времени парожидкостного пространства.

Коэффициенты передачи и постоянные времени определяются по следующим формулам:

$$\begin{split} k_{31} &= -l_{32}t_{\rm c0}/l_{31}\Theta_0; \ k_{32} = -l_{33}b_0/l_{31}\Theta_0; \ k_{33} = -l_{34}R_{\rm H0}/l_{31}\Theta_0; \ k_{34} = -l_{35}S_{\rm cM0}/l_{31}\Theta_0; \\ k_{35} &= -l_{36}S_{\rm M0}/l_{31}\Theta_0; \ k_{36} = -l_{37}\Theta_{\rm M00}/l_{31}\Theta_0; \ T_3 = -1/l_{31}; \ k_{41} = 1; \ k_{42} = S_{\rm cM0}/S_{\rm M0}; \\ k_{43} &= W_0/S_{\rm M0}; \ T_4 = e_1h_0/S_{\rm M0}; \\ l_{31} &= \frac{\partial}{\partial \Theta} \left( \frac{c_3t_{\rm c} - d_3W + d_4 - d_2\Theta}{d_1} \right) \bigg|_0; \ l_{32} = \frac{\partial}{\partial t_{\rm c}} \left( \frac{c_3t_{\rm c} - d_2\Theta}{d_1} \right) \bigg|_0; \\ l_{33} &= \frac{\partial}{\partial b} \left( \frac{c_3t_{\rm c} - d_3W + d_4 - d_2\Theta}{d_1} \right) \bigg|_0; \ l_{34} = \frac{\partial}{\partial R_{\rm H}} \left( \frac{c_3t_{\rm c} - d_2\Theta}{d_1} \right) \bigg|_0; \\ l_{35} &= \frac{\partial}{\partial S_{\rm cM}} \left( \frac{-d_2\Theta}{d_1} \right) \bigg|_0; \ l_{36} = \frac{\partial}{\partial S_{\rm M}} \left( \frac{d_4}{d_1} \right) \bigg|_0; \ l_{37} = \frac{\partial}{\partial \Theta_{\rm M0}} \left( \frac{d_4}{d_1} \right) \bigg|_0, \end{split}$$

где символом  $|_0$  обозначена подстановка в формулы вектора ( $\theta_0$ ,  $t_{c0}$ ,  $b_0$ ,  $R_{\mu 0}$ ,  $S_{\mu 0}$ ,  $\theta_{\mu 00}$ ) после вычисления производных.

Для построения математической модели, описывающей динамику изменения концентрации сухих веществ в молоке, примем следующие допущения: плотность молока при колебаниях температуры и концентрации принимается постоянной, концентрация сухих веществ в молоке является сосредоточенным параметром и равна концентрации на выходе из аппарата, т. е. предполагается, что поступающее в аппарат молоко мгновенно перемешивается с остальной жидкостью, уносом жидкости с паром пренебрегаем. С учетом этих допущений уравнение материального баланса сухих веществ может быть записано в следующем виде:

$$\left(G_0' + h\rho\eta\right)\frac{db}{d\tau} + b\rho\eta\frac{dh}{d\tau} = b_{\rm M}S_{\rm M} - bS_{\rm cm},\tag{15}$$

где  $G'_0$  – масса молока в объеме, ограниченном плоскостью, от которой отсчитывается уровень;  $b_{\rm M}$  – начальная концентрация сухих веществ в молоке.

Рассматривая совместно выражения (15), (12) и учитывая, что  $\rho >> \rho_n$ , получим следующее уравнение, описывающее динамику изменения концентрации

$$f_1 \frac{db}{d\tau} = b_{\rm M} S_{\rm M} - b \left( S_{\rm cM} - W \right), \tag{16}$$

где  $f_1 = G'_0 + h \rho \eta$ .

Выполним линеаризацию уравнения (16) и перейдем от абсолютных значений переменных состояния к их приращениям в безразмерной форме. Тогда при нулевых начальных условиях линеаризованная модель динамики изменения концентрации сухих веществ может быть представлена в операторной форме

$$b^* = W_{51}(s)S_{\rm M}^* + W_{52}(s)b_{\rm M}^* + W_{53}(s)h^* + W_{54}(s)S_{\rm CM}^* + W_{55}(s)W^*, \qquad (17)$$

где  $W_{5i}(s) = k_{5i}/T_5 s + 1$  – передаточные функции парожидкостного пространства по каналам нанесения внешних воздействий (*i* = 1:5);  $k_{5i}$  – коэффициенты передачи;  $T_5$  – постоянная времени;  $b_{M}^* = L(\Delta b_{M}/b_{M0})$ . Коэффициенты передачи и постоянная времени определяются по следующим формулам:

$$k_{51} = -l_{42}S_{M0}/l_{41}b_0; \ k_{52} = -l_{43}b_{M0}/l_{41}b_0; \ k_{53} = -l_{44}h_0/l_{41}b_0;$$
  
$$k_{54} = -l_{45}S_{cM0}/l_{41}b_0; \ k_{55} = -l_{46}W_0/l_{41}b_0; \ T_5 = -1/l_{41};$$

$$\begin{split} l_{41} = & \frac{\partial}{\partial b} \left( \frac{b_{\rm M} S_{\rm M} - b S_{\rm cM} + b W}{f_1} \right) \bigg|_0; \quad l_{42} = \frac{\partial}{\partial S_{\rm M}} \left( \frac{b_{\rm M} S_{\rm M}}{f_1} \right) \bigg|_0; \quad l_{43} = \frac{\partial}{\partial b_{\rm M}} \left( \frac{b_{\rm M} S_{\rm M}}{f_1} \right) \bigg|_0; \\ l_{44} = & \frac{\partial}{\partial h} \left( \frac{b_{\rm M} S_{\rm M} - b S_{\rm cM} + b W}{f_1} \right) \bigg|_0; \quad l_{45} = \frac{\partial}{\partial S_{\rm cM}} \left( \frac{b W - b S_{\rm cM}}{f_1} \right) \bigg|_0; \\ l_{46} = & \frac{\partial}{\partial W} \left( \frac{b W - b S_{\rm cM}}{f_1} \right) \bigg|_0. \end{split}$$

Для построения математической модели, описывающей динамику канала вакуумметрического давления, представим конденсатор смешения 7 (рис. 1) совокупностью следующих элементов: паровоздушного пространства, жидкости на полках и в струях, металла корпуса и полок [16, 17]. Примем следующие допущения: температуры пара, металла и давление являются сосредоточенными параметрами, пар в конденсаторе – сухой насыщенный, температура пара и температура неконденсирующихся газов равны, состав неконденсирующихся газов близок к составу воздуха, физические параметры жидкости и металла не зависят от температуры и давления, давление в установке равно сумме парциальных давлений пара и воздуха  $q = q_{\rm n} + q_{\rm b}$ , в конденсатор поступает соковый пар с расходом W. Обозначим остальные переменные состояния конденсатора смешения следующим образом:  $t_{\rm k}''$  – температура сокового пара в конденсаторе;  $t_{\rm k}$  – то же охлаждающей воды на входе в конденсатор;  $t_{\rm k1}$  – то же воды на выходе из конденсатора;  $D_{\rm m}$  – расход воды на входе в конденсатор;  $D_{\rm m1}$  – то же на выходе из конденсатора;  $G_{\rm b}$  – то же на входе в конденсатор;  $G_{\rm m}$  – то же на выходе из конденсатора;  $G_{\rm b}$  – потери теплоты в окружающую среду.

Тогда с учетом принятых допущений динамику изменения давления *q* можно описать следующим уравнением [16]:

$$g_1 pq = g_2 t''_{\kappa} + g_3 t_{\kappa 1} + g_4 t_{\kappa} + g_5 + g_6, \tag{18}$$

где  $g_i$  – нелинейные функции от переменных состояния конденсатора смешения  $t''_{\kappa}$ ,  $D_{\kappa}$ ,  $D_{\kappa 1}$ ,  $D_{\kappa}$ ,  $D_{\kappa 1}$ , W,  $\varepsilon$ ,  $Q_{\pi}$ , конструктивных параметров и теплофизических свойств теплоносителей, i = 1:6. Выражения, определяющие вид функций  $g_i$ , приведены в [16]. С их учетом выполним линеаризацию уравнения (18) и перейдем от абсолютных значений переменных состояния к их приращениям в безразмерной форме. Определим безразмерные приращения переменных состояния и применим к ним преобразование Лапласа:  $t''_{\kappa} = L(\Delta t''_{\kappa}/t''_{\kappa 0}); D^*_{\kappa} = L(\Delta D_{\kappa}/D_{\kappa 0}); D^*_{\kappa 1} = L(\Delta D_{\kappa 1}/D_{\kappa 10}); D^*_{\rm B} = L(\Delta D_{\rm B}/D_{\rm B0});$  $D^*_{\rm B1} = L(\Delta D_{\rm B1}/D_{\rm B10}); \varepsilon^* = L(\Delta \varepsilon/\varepsilon_0); Q^*_{\pi} = L(\Delta Q_{\pi}/Q_{\pi 0}).$  Тогда при нулевых начальных условиях линеаризованная модель динамики изменения вакуумметрического давления может быть представлена в операторной форме

$$q^{*} = W_{61}(s)t_{\kappa}^{\prime\prime*} + W_{62}(s)D_{\kappa}^{*} + W_{63}(s)D_{\kappa1}^{*} + W_{64}(s)D_{B}^{*} + W_{65}(s)D_{B1}^{*} + W_{66}(s)\varepsilon^{*} + W_{67}(s)W^{*} + W_{68}(s)Q_{11}^{*},$$
(19)

где  $W_{6i}(s) = k_{6i}/s$  – передаточные функции парожидкостного пространства по каналам нанесения внешних воздействий (*i* = 1:8);  $k_{6i}$  – коэффициенты передачи, определяемые по следующим формулам:

$$k_{61} = l_{51} t_{k0}'' / q_0; \ k_{62} = l_{52} D_{k0} / q_0; \ k_{63} = l_{53} D_{k10} / q_0; \ k_{64} = l_{54} D_{b0} / q_0; \ k_{65} = l_{55} D_{b10} / q_0;$$
$$k_{66} = l_{56} \varepsilon_0 / q_0; \ k_{67} = l_{57} W_0 / q_0; \ k_{68} = l_{58} Q_{n0} / q_0;$$

$$\begin{split} l_{51} &= \frac{\partial}{\partial t_{\kappa}''} \left( \frac{g_2 t_{\kappa}'' + g_3 t_{\kappa 1} + g_4 t_{\kappa} + g_5 + g_6}{g_1} \right) |_0; \\ l_{52} &= \frac{\partial}{\partial D_{\kappa}} \left( \frac{g_2 t_{\kappa}'' + g_3 t_{\kappa 1} + g_4 t_{\kappa} + g_5 + g_6}{g_1} \right) |_0; \end{split}$$

60

$$\begin{split} l_{53} &= \frac{\partial}{\partial D_{\mathrm{gl}}} \left( \frac{g_2 t_{\mathrm{gl}}'' + g_3 t_{\mathrm{gl}} + g_5 + g_6}{g_1} \right) \bigg|_0; \ l_{54} = \frac{\partial}{\partial D_{\mathrm{gl}}} \left( \frac{g_2 t_{\mathrm{gl}}'' + g_5 + g_6}{g_1} \right) \bigg|_0; \\ l_{55} &= \frac{\partial}{\partial D_{\mathrm{Bl}}} \left( \frac{g_2 t_{\mathrm{gl}}'' + g_5 + g_6}{g_1} \right) \bigg|_0; \ l_{56} = \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left( \frac{g_2 t_{\mathrm{gl}}'' + g_3 t_{\mathrm{gl}} + g_4 t_{\mathrm{gl}} + g_5 + g_6}{g_1} \right) \bigg|_0; \\ l_{57} &= \frac{\partial}{\partial W} \left( \frac{g_3 t_{\mathrm{gl}} + g_6}{g_1} \right) \bigg|_0; \ l_{58} = \frac{\partial}{\partial Q_{\mathrm{gl}}} \left( \frac{g_6}{g_1} \right) \bigg|_0, \end{split}$$

где символом  $|_0$  обозначена подстановка в формулы вектора ( $t''_{\kappa 0}$ ,  $D_{\kappa 0}$ ,  $D_{\kappa 10}$ ,  $D_{\rm B0}$ ,  $D_{\rm B10}$ ,  $W_0$ ,  $\varepsilon_0$ ,  $Q_{\rm n0}$ ) после вычисления производных.

Таким образом, полученная линеаризованная система уравнений (6), (7), (13), (14), (17), (19) описывает динамику вакуум-выпарной установки по управляющим и возмущающим воздействиям. Структурная схема модели, построенная на основе этой системы, приведена на рис. 2.



Рис. 2. Структурная схема линеаризованной модели вакуум-выпарной установки

Выходными переменными модели являются: температура молока в выпарном аппарате  $\theta$ , уровень в аппарате h, концентрация сухих веществ в молоке b и глубина вакуума q. В качестве управляющих воздействий можно рассматривать расходы: греющего пара  $D_1$ , молока  $S_{M}$ , сгущенного молока  $S_{CM}$  и воды на конденсацию сокового пара  $D_{*}$ .

### выводы

Анализ вакуум-выпарной установки как объекта управления на основе предложенной линеаризованной динамической модели с целью повышения эффективности использования теплоносителей позволяет сделать следующие выводы:

1) улучшение качества регулирования концентрации сухих веществ *b* по основному каналу «расход сгущенного молока  $S_{cm}$  – концентрация *b*» может быть достигнуто путем введения дополнительных корректирующих контуров по каналам «расход молока  $S_{m}$  – концентрация *b*» и «расход сокового пара – концентрация *b*»;

2) улучшение качества регулирования температуры молока  $\theta$  по основному каналу «расход греющего пара  $D_1$  – температура  $\theta$ » может быть достигнуто путем введения дополнительных корректирующих контуров по каналам «расход молока  $S_{\rm M}$  – температура  $\theta$ » и «расход сгущенного молока  $S_{\rm CM}$  – температура  $\theta$ »;

3) улучшение качества регулирования вакуумметрического давления q по основному каналу «расход охлаждающей воды  $D_{\pi}$  – давление q» может быть достигнуто путем введения дополнительных корректирующих контуров по каналам «температура сокового пара в конденсаторе  $t''_{\kappa}$  – давление q», «расход откачиваемого кислорода  $D_{\rm B1}$  – давление q».

Предложенные модели применимы для синтеза систем управления вакуум-выпарными установками химических производств.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Брусиловский, А. Я. Вайнберг. – М.: Колос, 1993. – 363 с.

2. Хомяков, А. П. Усовершенствование выпарных установок «Виганд» для сгущения молока / А. П. Хомяков, Л. К. Трофимов, В. Д. Харитонов // Молочная промышленность. – 1999. – № 2. – С. 17–19.

3. Брусиловский, Л. П. Новое в автоматизации технологических процессов сгущения и сушки молока и молочных продуктов / Л. П. Брусиловский, А. Я. Вайнберг, В. П. Молотков. – М.: ЦНИИТЭИмясомолпром, 1983. – 56 с.

4. Х о м я к о в, А. П. Отечественное оборудование для сгущения молока и молочных продуктов / А. П. Хомяков, Л. К. Трофимов // Молочная промышленность. – 1999. – № 1. – С. 22–23.

5. О п ы т эксплуатации выпарного и сушильного оборудования на Лианозовском комбинате / Ю. И. Меркулов [и др.] // Молочная промышленность. – 1993. – № 1. – С. 21–24.

6. Т р у м п и, А. Б. Изучение динамических характеристик работы двухкорпусной вакуум-выпарной установки / А. Б. Трумпи // Молочная промышленность. – 1977. – № 3. – С. 17–18.

7. Б р у с и л о в с к и й, Л. П. Приборы технологического контроля в молочной промышленности / Л. П. Брусиловский, А. Я. Вайнберг. – М.: Агропромиздат, 1990. – 288 с.

8. А й р а п е т ь я н ц, Г. М. Объекты регулирования / Г. М. Айрапетьянц, И. Д. Иванова // Техника и технология пищевых производств: материалы V междунар. науч.-техн. конф. – Могилев, 2005. – С. 85–89.

9. Брусиловский, Л. П. Научно-технические решения для создания автоматизированных биотехнологических комплексов цельномолочного производства / Л. П. Брусиловский, В. Д. Харитонов. – М.: ГНУ ВНИМИ, 1999. – 57 с.

10. К а ф а р о в, В. В. Методы кибернетики в химии и химической технологии / В. В. Кафаров. – М.: Химия, 1985. – 448 с. 11. С о к о л о в, В. А. Автоматизация технологических процессов в пищевой промышленности. – М.: Агропромиздат, 1991. – 445 с.

12. Б р у с и л о в с к и й, Л. П. Синтез структуры интегрированной автоматизированной системы управления / Л. П. Брусиловский, В. Д. Харитонов // Молочная промышленность. – 1996. – № 3. – С. 4–7.

13. Брусиловский, Л. П. Автоматизированная система для учета и контроля сырья / Л. П. Брусиловский, А. С. Левин // Молочная промышленность. – 2000. – № 7. – С. 37–38.

14. С и с т е м а автоматического регулирования температуры нагрева: а. с. 1392157 СССР, МКИ2, D 01H13/28 G 05D23/19/ Г. М. Айрапетьянц, А. И. Васильев, Г. К. Ковалев, Г. А. Корсунский; Могилевский филиал научно-производственного объединения «Химавтоматика». – № 4049884; заявл. 17.03.86; опубл. 30.04.88 // Открытия. Изобретения. – 1988. – № 16. – 4 с.

15. С т р а х о в, В. В. Вакуум-выпарные установки молочной промышленности и их эксплуатация / В. В. Страхов. – М.: Пищевая промышленность, 1970. – 144 с.

16. Таубман. – М.: Химия, 1982. – 328 с.

17. К а ф а р о в, В. В. Математическое моделирование основных процессов химических производств / В. В. Кафаров, М. Б. Глебов. – М.: Высш. шк., 1991. – 400 с.

Представлена кафедрой автоматизации технологических процессов и производств

Поступила 03.03.2009

УДК 62-503

### ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИИ РАБОТЫ КАМЕРНОЙ ПЕЧИ

# Докт. техн. наук, проф. КОВАЛЕВСКИЙ В. Б., инж. РАДЖУХ М.

Белорусский национальный технический университет

При функционировании нагревательных устройств возникает задача выбора наивыгоднейших условий их работы [1]. Применительно к камерным печам решены задачи: минимизации теплоты, использованной на нагрев [2]; минимизации величины окалины [3, 4].

Предполагается, что в печи нагреваются «тонкие» в теплотехническом смысле тела и двусторонние ограничения на температуру дымовых газов отсутствуют. Однако важным для практики является учет двусторонних ограничений на температуру дымовых газов. Дальнейшее изложение и посвящено решению такого рода проблемы.

Постановка задачи. Рассмотрим следующую задачу оптимизации:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u, t); \tag{1}$$

$$g_1(x(0)) = 0; \quad g_2(x(T)) = 0;$$
 (2)

$$\int_{0}^{T} F(x,u,t)dt \to \min_{u \in U}.$$
(3)

63