

1. Котеленец, Н. Ф. Испытания и надежность электрических машин / Н. Ф. Котеленец, Н. Л. Кузнецов. – М.: Высш. шк., 1988. – 232 с.
2. Гольдберг, О. Д. Испытания электрических машин / О. Д. Гольдберг. – М.: Высш. шк., 2000. – 255 с.
3. Куприн, В. В. Системы электроснабжения летательных аппаратов / В. В. Куприн, К. Д. Рунов, И. М. Синдеев. – М.: ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1975. – 318 с.
4. Шейников, А. А. Диагностика коллекторных электрических машин по параметрам входного (выходного) напряжения / А. А. Шейников, В. Р. Вашкевич, А. А. Санько // Вестник Военной академии Республики Беларусь. – 2010. – № 4. – С. 96–102.
5. Шейников, А. А. Спектральная оценка качества коммутации коллекторных электрических машин постоянного тока / А. А. Шейников, Ю. В. Суходолов, В. Р. Вашкевич // Вестник Военной академии Республики Беларусь. – 2011. – № 2. – С. 103–108.
6. Круглов, В. В. Нечеткая логика, искусственные нейронные сети / В. В. Круглов, М. И. Дли, Р. Ю. Голунов. – М.: Физматлит, 2001. – 224 с.
7. Вольдек, А. И. Электрические машины. Введение в электромеханику. Машины постоянного тока и трансформаторы / А. И. Вольдек, В. В. Попов. – СПб.: Питер, 2007. – 320 с.

Представлена кафедрой
информационных
систем и технологий

Поступила 14.04.2011

УДК 621.311.7: 621.382

СИНТЕЗ НАПРЯЖЕНИЙ МНОГОКРАТНЫХ РАВНОМЕРНЫХ ШИМ, СОЗДАНЫХ ПО СТУПЕНЧАТЫМ ФУНКЦИЯМ ПОСТРОЕНИЯ

Канд. техн. наук, доц. СТРИЖНЕВ А. Г., инж. ЛЕДНИК Г. В.

ООО «Техносоюзпроект»

В электроприводе, содержащем электродвигатель переменного тока, используют частотные преобразователи, которые формируют напряжения многократной равномерной ШИМ. Существуют различные способы формирования указанной ШИМ [1], один из которых базируется на использовании модулирующей ступенчатой функции построения. При данном способе выходное напряжение $U_{\text{вых}}$ образуется в результате сравнения ступенчатого, аппроксимирующего синусоиду эталонного напряжения $U_{\text{эт}}$ и пилообразного опорного напряжения $U_{\text{оп}}$. Формирование напряжения $U_{\text{вых}}$ указанным способом требует либо мощных универсальных микроконтроллеров, либо специализированных, относительно дорогих микроконтроллеров. Значительно проще можно сформировать многократную равномерную ШИМ табличным или индексным табличным способом [2]. Однако для этого нужно аналитически определить параметры ШИМ импульсов и качественно оценить гармонический состав напряжения многократных равномерных ШИМ, созданных по ступенчатым функциям построения.

Создание эталонного и опорного напряжений. Создание эталонного ступенчатого напряжения $U_{\text{эт}}$ связано с заданием его параметров (рис. 1), к которым относят [3]: Q_m – фазовый угол m -й ступеньки, отсчитанный от момента прохождения переменного синусоидального напряжения через нулевое значение; M_m – амплитуда произвольно выбранной m -й ступеньки; m – порядковый номер ступеньки, $m = 1, 2, 3, \dots, r$; U_a – амплитуда синусоидального напряжения.

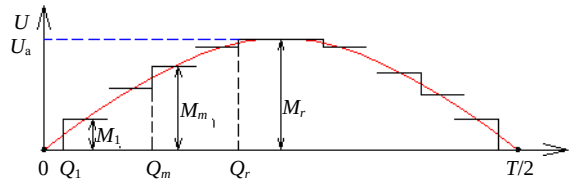


Рис. 1. Ступенчатая аппроксимация синусоидального напряжения

При создании ступенчатого эталонного напряжения нужно знать количество ступенек в полупериоде, имеется $Q_1 \neq 0$ или отсутствует $Q_1 = 0$ пауза на нулевом уровне. При выборе количества ступенек исходят из того [3], что для устранения высших гармонических составляющих с номерами от 3-го до ν -го необходимо иметь всего $r = 0,25(\nu + 1)$ ступенек в кривой (рис. 1) аппроксимирующего синусоиду напряжения.

Здесь r – ближайшее (с округлением вверх) целое число 2, 3, 4, ...; $\nu = 5, 7, 9, \dots$.

Различают [1] четыре вида (рис. 1) эталонного напряжения, параметры которого запишем аналитически:

а) нечетное количество ступенек $l = 2r - 1$ при отсутствии паузы на нулевом уровне $Q_1 = 0$ с параметрами: $Q_m = \frac{(m-1)T}{2(2r-1)}$; $M_m = U_a \sin \varphi_m$;

$$\varphi_m = Q_m + \frac{\theta}{2} = \frac{(2m-1)T}{4(2r-1)}; \quad \theta = \frac{T}{2(2r-1)};$$

б) нечетное количество ступенек $l = 2r - 1$ при наличии паузы на нулевом уровне $Q_1 \neq 0$ с параметрами: $Q_m = \frac{(2m-1)T}{8r}$; $M_m = U_a \sin \varphi_m$;

$$\varphi_m = Q_m + \frac{\theta}{2} = \frac{mT}{4r}; \quad \theta = \frac{T}{4r};$$

в) четное количество ступенек $l = 2r$ при отсутствии паузы на нулевом уровне $Q_1 = 0$ с параметрами: $Q_m = \frac{(m-1)T}{4r}$; $M_m = U_a \sin \varphi_m$; $\varphi_m = Q_m +$

$$+ \frac{\theta}{2} = \frac{(2m-1)T}{8r}; \quad \theta = \frac{T}{4r};$$

г) четное количество ступенек $l = 2r$ при наличии паузы на нулевом уровне $Q_1 \neq 0$ с параметрами:

$$Q_m = \frac{(2m-1)T}{4(2r+1)}; \quad M_m = U_a \sin \varphi_m; \quad \varphi_m = Q_m + \frac{\theta}{2} = \frac{mT}{2(2r+1)}; \quad \theta = \frac{T}{2(2r+1)}. \quad (1)$$

Здесь φ_m – центральный фазовый угол m -й ступеньки, отсчитанный от момента прохождения переменного синусоидального напряжения через нулевое значение до середины ступеньки; θ – длительность ступеньки; T – период синусоидального напряжения; l – количество ступенек в полупериоде, $l = 3, 4, 5, \dots$.

Создание пилообразного опорного напряжения $U_{оп}$ осуществляют с учетом численного k значения ШИМ импульсов на протяжении одной ступеньки функции построения, где $k = 1, 2, 3, \dots$.

Формирование напряжений многократных равномерных ШИМ рассмотрим (рис. 2) на примере использования двухступенчатого $r = 2$ эталонного напряжения с нечетным $l = 3$ и четным $l = 4$ количеством ступенек одинаковой протяженности в полупериоде, при отсутствии $Q_1 = 0$ и наличии $Q_1 \neq 0$ паузы на нулевом уровне, на каждой ступеньке которого создается всего лишь один импульс $k = 1$.

Последовательность ШИМ импульсов (рис. 2), имеющих постоянную амплитуду U_a , удобно характеризовать параметрами [1]: α_i – фазовый угол i -го ШИМ импульса, отсчитанный от момента прохождения переменного синусоидального напряжения через нулевое значение до начала импульса, $i = 1, 2, 3, \dots, l$; τ_i – длительность i -го ШИМ импульса.

Используя выражения (1) и формулы $\alpha_i = \varphi_m - \tau_i/2$; $\alpha_i = M_m \theta / U_a$, получим в общем виде требуемые аналитические выражения для определения параметров ШИМ импульсов:

$$\begin{aligned} \text{а) } \alpha_i &= \frac{1}{2} \left[\frac{(2i-1)T}{2(2r-1)} - \tau_i \right]; \quad \tau_i = \frac{T}{2(2r-1)} \sin \frac{(2i-1)\pi}{2(2r-1)}; \\ \text{б) } \alpha_i &= \frac{1}{2} \left[\frac{iT}{2r} - \tau_i \right]; \quad \tau_i = \frac{T}{4r} \sin \frac{i\pi}{2r}; \\ \text{в) } \alpha_i &= \frac{1}{2} \left[\frac{(2i-1)T}{4r} - \tau_i \right]; \quad \tau_i = \frac{T}{4r} \sin \frac{(2i-1)\pi}{4r}; \\ \text{г) } \alpha_i &= \frac{1}{2} \left[\frac{iT}{2r+1} - \tau_i \right]; \quad \tau_i = \frac{T}{2(2r+1)} \sin \frac{i\pi}{2r+1}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь параметры ШИМ импульсов определены через число r ступенек эталонного напряжения $U_{эт}$, общее количество которых может быть любым, $r = 2, 3, 4, \dots$.

Используя выражения (2), можно не только программно сформировать многократную равномерную ШИМ, но и осуществить ее спектральный и качественный анализ.

Спектральный анализ напряжений многократных равномерных ШИМ осуществим для примеров, приведенных на рис. 2. Напряжение многократной ШИМ можно рассматривать как сумму напряжений однократных ШИМ и представить рядом Фурье [4]

$$u(t) = \sum_{i=1}^l \sum_{n=1}^{\infty} U_n \sin n\omega t, \quad (3)$$

где l – число импульсов в полупериоде; U_n – амплитуда гармоники; $\omega = 2\pi/T$ – основная частота; n – номер гармоники, $n = 1, 2, 3, \dots$.

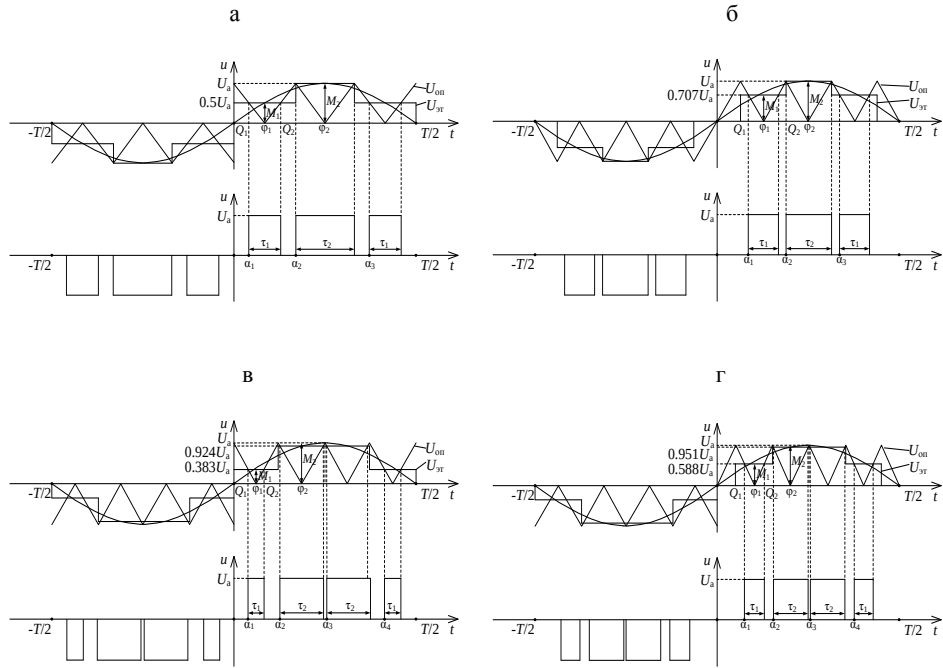


Рис. 2. Примеры формирования напряжений многократных равномерных ШИМ

Выражение для определения амплитуды n -й гармоники отдельных импульсов можно получить следующим образом [5]:

$$U_n = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} U_a \sin n\omega t dt = \frac{4U_a}{T} \int_{\alpha_i}^{\alpha_i + \tau_i} \sin n\omega t dt = \frac{4U_a}{n\pi} \sin n\omega\varphi_i \sin \frac{n\omega\tau_i}{2}, \quad (4)$$

где α_i – фазовый угол i -го импульса; τ_i – длительность i -го импульса; $\varphi_i = \alpha_i + \tau_i/2$ – центральный фазовый угол i -го импульса.

Регулирование скорости двигателя можно осуществить путем изменения длительности импульсов (широтно-импульсное регулирование)

$$\tau_i^* = \tau_i / q, \quad (5)$$

где q – параметр регулирования, $q = 1 - \infty$.

Следует заметить, что при этом происходит изменение фазового угла i -го ШИМ импульса

$$\alpha_i^* = \varphi_i - \tau_i^* / 2. \quad (6)$$

Используя формулы (1), (2), (4), (5), запишем выражения для определения амплитуды n -й гармоники при регулировании:

а) для напряжения (рис. 2а)

$$U_n^* = \frac{4U_a}{n\pi} \left[\sin n\omega\varphi_1 \sin \frac{n\omega\tau_1^*}{2} + \sin n\omega\varphi_2 \sin \frac{n\omega\tau_2^*}{2} + \sin n\omega\varphi_3 \sin \frac{n\omega\tau_3^*}{2} \right], \quad (7a)$$

где $\omega = \frac{2\pi}{T}$; $\varphi_1 = \frac{T}{12}$; $\tau_1^* = \frac{T}{12q}$; $\varphi_2 = \frac{T}{4}$; $\tau_2^* = \frac{T}{6q}$; $\varphi_3 = \frac{5T}{12}$; $\tau_3^* = \tau_1^*$;

б) для напряжения (рис. 2б)

$$U_n^* = \frac{4U_a}{n\pi} \left[\sin n\omega\varphi_1 \sin \frac{n\omega\tau_1^*}{2} + \sin n\omega\varphi_2 \sin \frac{n\omega\tau_2^*}{2} + \sin n\omega\varphi_3 \sin \frac{n\omega\tau_3^*}{2} \right], \quad (7б)$$

где $\omega = \frac{2\pi}{T}$; $\varphi_1 = \frac{T}{8}$; $\tau_1^* = \frac{T}{8q} \sin \frac{\pi}{4}$; $\varphi_2 = \frac{T}{4}$; $\tau_2^* = \frac{T}{8q}$; $\varphi_3 = \frac{3T}{8}$; $\tau_3^* = \tau_1^*$;

в) для напряжения (рис. 2в)

$$U_n^* = \frac{4U_a}{n\pi} \left[\begin{aligned} &\sin n\omega\varphi_1 \sin \frac{n\omega\tau_1^*}{2} + \sin n\omega\varphi_2 \sin \frac{n\omega\tau_2^*}{2} + \\ &+ \sin n\omega\varphi_3 \sin \frac{n\omega\tau_3^*}{2} + \sin n\omega\varphi_4 \sin \frac{n\omega\tau_4^*}{2} \end{aligned} \right], \quad (7в)$$

где $\omega = \frac{2\pi}{T}$; $\varphi_1 = \frac{T}{16}$; $\tau_1^* = \frac{T}{8q} \sin \frac{\pi}{8}$; $\varphi_2 = \frac{3T}{16}$; $\tau_2^* = \frac{T}{8q} \sin \frac{3\pi}{8}$; $\varphi_3 = \frac{5T}{16}$;
 $\tau_3^* = \tau_2^*$; $\varphi_4 = \frac{7T}{16}$; $\tau_4^* = \tau_1^*$;

г) для напряжения (рис. 2г)

$$U_n^* = \frac{4U_a}{n\pi} \left[\begin{aligned} &\sin n\omega\varphi_1 \sin \frac{n\omega\tau_1^*}{2} + \sin n\omega\varphi_2 \sin \frac{n\omega\tau_2^*}{2} + \\ &+ \sin n\omega\varphi_3 \sin \frac{n\omega\tau_3^*}{2} + \sin n\omega\varphi_4 \sin \frac{n\omega\tau_4^*}{2} \end{aligned} \right], \quad (7г)$$

где $\omega = \frac{2\pi}{T}$; $\varphi_1 = \frac{T}{10}$; $\tau_1^* = \frac{T}{10q} \sin \frac{\pi}{5}$; $\varphi_2 = \frac{T}{5}$; $\tau_2^* = \frac{T}{10q} \sin \frac{2\pi}{5}$; $\varphi_3 = \frac{3T}{10}$;
 $\tau_3^* = \tau_2^*$; $\varphi_4 = \frac{2T}{5}$; $\tau_4^* = \tau_1^*$.

После подстановки и несложных преобразований выражения (7а)–(7г) примут вид:

$$U_n^* = \frac{16U_a}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \frac{n\pi}{12q} \cos \frac{n\pi(4q+1)}{24q} \cos \frac{n\pi(4q-1)}{24q}; \quad (8а)$$

$$U_n^* = \frac{4U_a}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \left[2 \sin \left(\frac{n\pi}{8q} \sin \frac{\pi}{4} \right) \cos \frac{n\pi}{4} + \sin \frac{n\pi}{8q} \right]; \quad (8б)$$

$$U_n^* = \frac{8U_a}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \left[\cos \frac{n3\pi}{8} \sin \left(\frac{n\pi}{8q} \sin \frac{\pi}{8} \right) + \cos \frac{n\pi}{8} \sin \left(\frac{n\pi}{8q} \sin \frac{3\pi}{8} \right) \right]; \quad (8в)$$

$$U_n^* = \frac{8U_a}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \left[\cos \frac{n3\pi}{10} \sin \left(\frac{n\pi}{10q} \sin \frac{\pi}{5} \right) + \cos \frac{n\pi}{10} \sin \left(\frac{n\pi}{10q} \sin \frac{2\pi}{5} \right) \right]. \quad (8r)$$

С помощью выражения (8) построены графики (рис. 3), показывающие зависимость относительных амплитуд U_n/U_a первых пяти гармоник $n = 1, 2, 3, 4, 5$ от параметра регулирования $q = 1-6$.

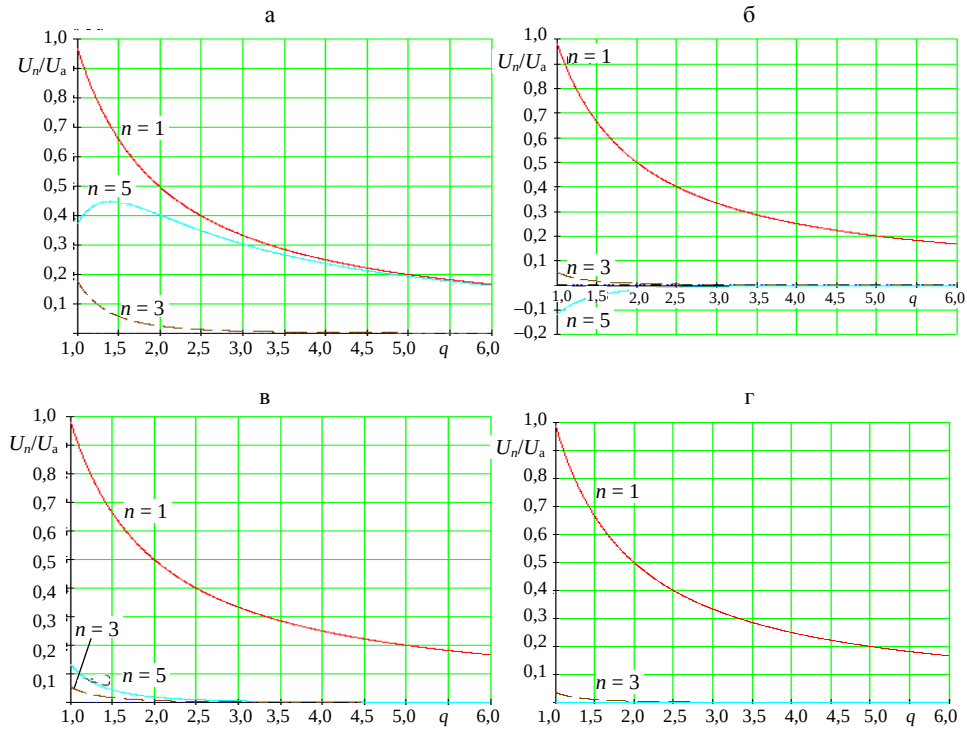


Рис. 3. Изменение относительных амплитуд U_n/U_a гармоник $n = 1, 2, 3, 4, 5$ при регулировании $q = 1-6$

Из рис. 3 следует, что в процессе регулирования $q = 1-6$ присутствуют только нечетные гармоники с номерами $n = 1, 3, 5$. Ближайшая к основной гармоника с номером $n = 3$ присутствует в диапазоне регулирования $q = 1,0-2,5$ и имеет начальную амплитуду не более: 18 % (рис. 3а); 5,5 % (рис. 3б, в) и 3,5 % (рис. 3г). Гармоника с номером $n = 5$ имеет амплитуду не более 45 % (рис. 3а); 11 % (рис. 3б) и 13,5 % (рис. 3в), а в случае, как на рис. 3г, вообще отсутствует. Высшие гармоники имеют частоты, кратные их номеру n относительно частоты ω первой основной гармоники.

Качественный анализ напряжений многократных равномерных ШИМ осуществим с помощью коэффициента несинусоидальности [2]

$$K_{\text{нс}} = \frac{U_{\text{вых } 1}}{\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} U_{\text{вых } n}^2}}, \quad (9)$$

где $U_{\text{вых } 1}$ – амплитуда напряжения основной (первой) гармоники; $U_{\text{вых } n}$ – то же произвольной гармоники, $n = 1 \dots \infty$.

С помощью выражений (8), (9) для гармоник, имеющих номера $n = 1-5$, построен график (рис. 4), из которого следует, что лучшим коэффициентом $K_{нс}$ (рис. 4, кривая 4) обладает многократная равномерная ШИМ, полученная за счет использования ступенчатого эталонного напряжения, имеющего четное количество ступенек в полупериоде и содержащего паузу на нулевом уровне. Худшим коэффициентом $K_{нс}$ (рис. 4, кривая 1) обладает ШИМ, полученная за счет использования ступенчатого эталонного напряжения, имеющего нечетное количество ступенек в полупериоде и не содержащего паузу на нулевом уровне.

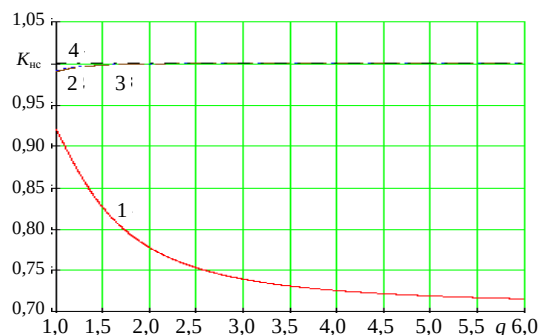


Рис. 4. Изменение коэффициента несинусоидальности при регулировании $q = 1-6$

ВЫВОД

Предлагаемый подход позволяет синтезировать напряжения многократных равномерных ШИМ, созданных по ступенчатым функциям построения, провести их сравнительный и качественный анализ. Получены аналитические выражения параметров ШИМ импульсов α_i и τ_i , которые можно использовать для программного формирования данного вида ШИМ, определения амплитуды U_n^* напряжений n -й гармоники при регулировании, а также для моделирования работы электродвигателя переменного тока. Лучшими показателями по критерию минимума гармонических составляющих и максимума коэффициента несинусоидальности $K_{нс}$ при широтно-импульсном регулировании обладает напряжение (рис. 3г), при формировании которого использовано ступенчатое эталонное напряжение (рис. 2г), имеющее четное количество ступенек в полупериоде и содержащее паузу на нулевом уровне.

ЛИТЕРАТУРА

1. Моин, В. С. Стабилизированные транзисторные преобразователи / В. С. Моин. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 376 с.
2. Марков, В. В. Индексная табличная ШИМ в автономном инверторе напряжения / В. В. Марков, К. П. Слядзевская. – М.: Электротехника, 2000. – № 1. – С. 23–28.
3. Высокочастотные транзисторные преобразователи / Э. М. Ромаш [и др.]. – М.: Радио и связь, 1988. – 288 с.
4. Баскаков, С. И. Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. / С. И. Баскаков. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1988. – 448 с.
5. Бронштейн, И. Н. Справочник по математике / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М.: Наука, 1964. – 608 с.

Поступила 26.04.2011