

<https://doi.org/10.21122/1029-7448-2025-68-3-193-208>

УДК 621.316.925

Повышение быстродействия цифрового фильтра Фурье в измерительных органах микропроцессорных защит

В. Ю. Румянцев¹⁾, Ю. В. Румянцев¹⁾, Ф. А. Романюк¹⁾, Е. А. Дерюгина¹⁾

¹⁾Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

Реферат. Рассмотрена методика построения цифрового фильтра на основе дискретного преобразования Фурье в составе микропроцессорных защит электроустановок, обладающего повышенным быстродействием в переходном режиме установления его выходного сигнала. Для реализации фильтра предлагается использовать так называемые эквивалентные ортогональные составляющие входного сигнала тока или напряжения, которые являются функцией текущего значения нелинейного корректирующего коэффициента и ортогональных составляющих сигнала основной частоты, выделяемых с помощью цифрового фильтра Фурье. Скорость изменения эквивалентных ортогональных составляющих в переходных режимах определяется характером изменения нелинейного корректирующего коэффициента. Для формирования последнего необходимо иметь две независимые друг от друга переходные характеристики входного сигнала. Ранее предлагалось формировать указанные характеристики с использованием двух цифровых фильтров: собственно фильтра Фурье, выделяющего из входного сигнала действующее значение основной гармоники, и дополнительного фильтра, определяющего действующее значение всего входного сигнала. В настоящей работе предлагается отказаться от дополнительного цифрового фильтра и определять нелинейный корректирующий коэффициент, а также ортогональные составляющие эквивалентного сигнала с использованием непосредственно цифрового фильтра Фурье. В среде динамического моделирования MATLAB-Simulink реализована математическая модель разработанного фильтра и модели элементов для воспроизведения тестовых воздействий. Проверка функционирования модели цифрового фильтра Фурье с ускоренным функционированием в переходном режиме проводилась с использованием нескольких видов тестовых воздействий – синусоидального сигнала с частотой 50 Гц, сигнала с апериодической составляющей, воздействием с высшими гармониками, а также сигналом, приближенным к реальному вторичному току трансформатора тока при коротком замыкании. Проведенные вычислительные эксперименты выявили существенное (до 1,5–1,7 раза) повышение быстродействия в переходном режиме предлагаемого цифрового фильтра по сравнению со стандартным фильтром Фурье.

Ключевые слова: микропроцессорные защиты, дискретное преобразование Фурье, переходный режим, быстродействие, ортогональные составляющие, цифровые фильтры, тестовое воздействие, вычислительный эксперимент, насыщение трансформатора тока, MATLAB, Simulink

Для цитирования: Повышение быстродействия цифрового фильтра Фурье в измерительных органах микропроцессорных защит / В. Ю. Румянцев [и др.] // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2025. Т. 68, № 3. С. 193–208. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2025-68-3-193-208>

Адрес для переписки

Румянцев Владимир Юрьевич
Белорусский национальный технический университет
просп. Независимости, 65/2,
220013, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 326-89-51
vrumiantsev@bntu.by

Address for correspondence

Rumiantsev Vladimir Yu.
Belarusian National Technical University
65/2, Nezavisimosty Ave.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 326-89-51
vrumiantsev@bntu.by

Performance Increase of the Digital Fourier Filter in Measuring Bodies of Microprocessor Protections

V. Yu. Rumiantsev¹⁾, Yu. V. Rumiantsev¹⁾, F. A. Romaniuk¹⁾, A. A. Dziaruhina¹⁾

¹⁾Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. A technique for constructing a digital filter based on the discrete Fourier transform as part of microprocessor protections for electrical installations which is characterized by increased performance in the transient mode of setting its output signal is considered. To implement the filter, it is proposed to use the so-called equivalent orthogonal components of the input current or voltage signal which are a function of the current value of the nonlinear correction factor and the orthogonal components of the fundamental frequency signal isolated using a digital Fourier filter. The rate of change of equivalent orthogonal components in transient modes is determined by the nature of the change in the nonlinear correction factor. To form the latter, it is necessary to have two independent transition characteristics of the input signal. Previously, it was proposed to generate these characteristics using two digital filters, viz. the actual Fourier filter which extracts the actual value of the fundamental harmonic from the input signal and the additional filter which determines the actual value of the entire input signal. In this article, it is proposed to abandon the additional digital filter and determine the nonlinear correction factor, as well as the orthogonal components of the equivalent signal using a direct digital Fourier filter. A mathematical model of the developed filter and element models for reproducing test influences are implemented in the MATLAB-Simulink dynamic simulation environment. The operation of the digital Fourier filter model with accelerated operation in transient mode was tested using several types of test influences, viz. a sinusoidal signal with a frequency of 50 Hz, a signal with an aperiodic component, an influence with higher harmonics, as well as a signal close to the real secondary current of a short circuit current transformer. The computational experiments that had been conducted revealed a significant (up to 1.5–1.7 times) increase in the speed in the transient mode of the proposed digital filter compared to the standard Fourier filter.

Keywords: microprocessor protections, discrete Fourier transform, transient mode, performance, orthogonal components, digital filters, test influence, computational experiment, saturation of a current transformer, MATLAB, Simulink

For citation: Rumiantsev V. Yu., Rumiantsev Yu. V., Romaniuk F. A., Dziaruhina A. A. (2025) Performance Increase of the Digital Fourier Filter in Measuring Bodies of Microprocessor Protections. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 68 (3), 193–208. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2025-68-3-193-208> (in Russian)

Введение

В микропроцессорных устройствах релейной защиты в качестве контролируемых параметров широко используются амплитудные или действующие значения входных сигналов, которые определяются по их ортогональным составляющим (ОС), формируемым цифровыми фильтрами (ЦФ) на основе дискретного преобразования Фурье (ДПФ) [1]. К их достоинствам следует отнести возможность выделения основной гармоники из сложного периодического сигнала без частотной фильтрации, а также сравнительную простоту алгоритма функционирования [2, 3]. Недостатком указанных фильтров является ограниченность класса сигналов, подлежащих обработке, – непериодические сигналы обрабатываются со значитель-

ной погрешностью. Погрешность выражается в искажении формы действующего значения сигнала, его повышенной колебательности, а главное – в значительном увеличении времени установления действующего значения сигнала.

Следует отметить, что процесс цифровой фильтрации всегда является компромиссом между временем установления выходного сигнала (значение амплитуды или действующего значения полезного сигнала) и его достоверностью. Время установления выходного сигнала ЦФ напрямую зависит от длины окна данных, так как после возникновения аварийного режима защищаемой электроустановки в окне данных ЦФ находятся как выборки доаварийного, так и аварийного контролируемого сигналов. В этой связи достоверное значение выходного сигнала может быть получено только за время, требуемое для полного замещения доаварийных выборок контролируемого сигнала аварийными. Поэтому даже при синусоидальном входном сигнале основной частоты и длине окна данных в один период определение его действующего значения с использованием цифровых фильтров на основе ДПФ (в дальнейшем ЦФ Фурье) требует как минимум одного периода промышленной частоты [4].

Основная идея повышения быстродействия ЦФ Фурье в переходном режиме установления выходного сигнала заключается в формировании эквивалентных ОС входного сигнала x_{eqs} , x_{eqc} . Указанные ОС являются функцией текущего значения нелинейного корректирующего коэффициента k_{kn} и ОС сигнала основной частоты x_c , x_s , выделяемых с помощью ЦФ Фурье. Скорость изменения эквивалентных ОС в переходных режимах определяется характером изменения нелинейного корректирующего коэффициента. Для формирования последнего необходимо иметь две переходные характеристики (ПХ), причем они не должны пересекаться.

В [5, 6] предлагается получать указанные характеристики с использованием двух ЦФ: первого, выделяющего действующее значение основной гармоники входного сигнала с помощью цифрового фильтра Фурье, и второго, формирующего действующее значение входного сигнала дополнительным ЦФ.

Проведенные многочисленные исследования [7] позволили определить оптимальную структуру нелинейного корректирующего коэффициента k_{kn} как отношение квадратов действующих значений входного сигнала к сигналу основной гармоники, что повысило быстродействие ЦФ в 1,5–2 раза по сравнению с ЦФ Фурье.

В настоящей работе для повышения быстродействия в переходном режиме цифрового фильтра Фурье предлагается отказаться от дополнительного ЦФ действующего значения и определять нелинейный корректирующий коэффициент, а также ОС эквивалентного сигнала с использованием непосредственно ЦФ Фурье.

Основная часть

В переходном режиме переходная характеристика ЦФ Фурье оказывается существенно нелинейной. Поэтому на первом этапе ее необходимо

спрямить и приблизить к линейной. Затем из этой характеристики путем ее задержки на несколько отсчетов сформировать вторую переходную характеристику. Найдя на каждом шаге расчета отношение первой характеристики ко второй, получают базовый корректирующий коэффициент k_0 , из которого, используя при необходимости дополнительные нелинейные преобразования, формируют корректирующий коэффициент k_{kn} . Этапы его формирования рассматриваются ниже.

1. Цифровым фильтром на основе ДПФ осуществляется выделение косинусной x_{cn} и синусной x_{sn} ОС основной гармоник по выражениям [8]:

$$\begin{aligned} x_{cn} &= \sum_{n=1}^N a_{cn} \cdot x_{вх}(n); \\ x_{sn} &= \sum_{n=1}^N a_{sn} \cdot x_{вх}(n), \end{aligned} \quad (1)$$

где $n = 1, \dots, N$ – целое число, соответствующее номеру выборки входного сигнала; $x_{вх}(n)$ – выборки входного сигнала; N – число выборок сигнала в окне наблюдения; a_{cn} , a_{sn} – коэффициенты соответственно косинусного и синусного ЦФ, которые определяются как:

$$\begin{aligned} a_{cn} &= \frac{2}{N} \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right); \\ a_{sn} &= \frac{2}{N} \sin\left(\frac{2\pi n}{N}\right). \end{aligned} \quad (2)$$

2. Определяются амплитуды X_{mn} ортогональных сигналов по текущим x_n и предыдущим $x_{(n-1)}$ выборкам [9], зафиксированным через шаг дискретизации $\Delta t = T/N$, где T – период сигнала основной частоты:

$$X_{mn} = \frac{\sqrt{x_n^2 - 2x_n x_{(n-1)} \cos \frac{2\pi}{N} + x_{(n-1)}^2}}{\sin \frac{2\pi}{N}}. \quad (3)$$

Подставляя поочередно в (3) выборки синусного (x_{sn} , $x_{s(n-1)}$) и косинусного (x_{cn} , $x_{c(n-1)}$) сигналов, определяют соответственно их амплитуды X_{msn} (кривая 1 на рис. 1) и X_{mcn} (кривая 2 на рис. 1).

3. Вычисляется среднее квадратичное значение амплитуд сигналов X_{mncp} (кривая 3 на рис. 1) [10]

$$X_{mncp} = \sqrt{\frac{X_{msn}^2 + X_{mcn}^2}{2}}. \quad (4)$$

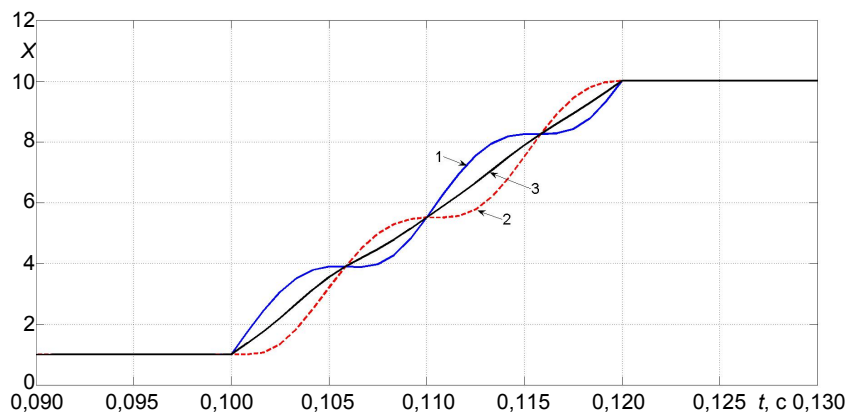


Рис. 1. Амплитуды синусного (1), косинусного (2) и усредненного (3) сигналов в переходном режиме

Fig. 1. The amplitudes of the sine (1), cosine (2) and averaged (3) signals in the transient mode

Значения сигналов и коэффициентов по оси ординат на текущем и всех последующих графиках, если не указано иное, приведены в относительных единицах.

Окончательно усредненная амплитуда определяется по выражению

$$X_{mncp} = \frac{\sqrt{X_{mn}^2 + X_{m(n-1)}^2 - 2 \cos \frac{2\pi}{N} (x_{sn}x_{s(n-1)} + x_{cn}x_{c(n-1)})}}{\sqrt{2} \sin \frac{2\pi}{N}}, \quad (5)$$

где X_{mn}^2 , $X_{m(n-1)}^2$ – квадраты амплитуд текущего и задержанного на 1 шаг Δt дискретизации сигналов, определенных по выражениям:

$$X_{mn}^2 = x_{cn}^2 + x_{sn}^2; \quad X_{m(n-1)}^2 = x_{c(n-1)}^2 + x_{s(n-1)}^2. \quad (6)$$

4. Второй сигнал формируется из первого путем его задержки на z отсчетов. Среднеквадратичная амплитуда задержанного сигнала определяется по аналогии с амплитудой исходного сигнала по выражению, аналогичному (5), в котором используются переменные, задержанные на z отсчетов:

$$X_{mzncp} = \frac{\sqrt{X_{mzn}^2 + X_{mz(n-1)}^2 - 2 \cos \frac{2\pi}{N} (x_{szn}x_{sz(n-1)} + x_{czn}x_{cz(n-1)})}}{\sqrt{2} \sin \frac{2\pi}{N}}. \quad (7)$$

Полученные характеристики X_{mncp} и X_{mzncp} в переходной области по форме близки к наклонным прямым линиям, поэтому их поведение можно исследовать на линейной модели.

5. Базовый коэффициент определяется как

$$k_0 = \frac{X_{m\text{ср}}}{X_{mz\text{ср}}} . \quad (8)$$

После подстановки в (8) выражений (5) и (7) имеем

$$k_0 = \sqrt{\frac{X_{mn}^2 + X_{m(n-1)}^2 - 2 \cos \frac{2\pi}{N} (x_{sn} x_{s(n-1)} + x_{cn} x_{c(n-1)})}{X_{mzn}^2 + X_{mz(n-1)}^2 - 2 \cos \frac{2\pi}{N} (x_{szn} x_{sz(n-1)} + x_{czn} x_{cz(n-1)})}} . \quad (9)$$

Если форма и уровень базового коэффициента оказываются приемлемыми, то $k_{kn} = k_0$, в противном случае коэффициент k_0 дополнительно преобразовывают (возводят в степень, инвертируют и т. п.) для получения корректирующего коэффициента $k_{kn} = f(k_0)$.

4. Вычисление ОС эквивалентных сигналов производится по значениям x_{cn} , x_{sn} и k_{kn} :

$$\begin{aligned} x_{eqcn} &= k_{kn} \cdot x_{cn}; \\ x_{eqsn} &= k_{kn} \cdot x_{sn}. \end{aligned} \quad (10)$$

Линейная модель переходной характеристики. Спрявленную переходную характеристику (ПХ) на участке подъема (рис. 2) с достаточной степенью точности можно аппроксимировать линией (прямая 1) вида $x = kt$, где $k = \text{tg}\alpha = X_m/T$, X_m – амплитуда сигнала в установившемся режиме, $T = 0,02$ с – период сигнала основной частоты.

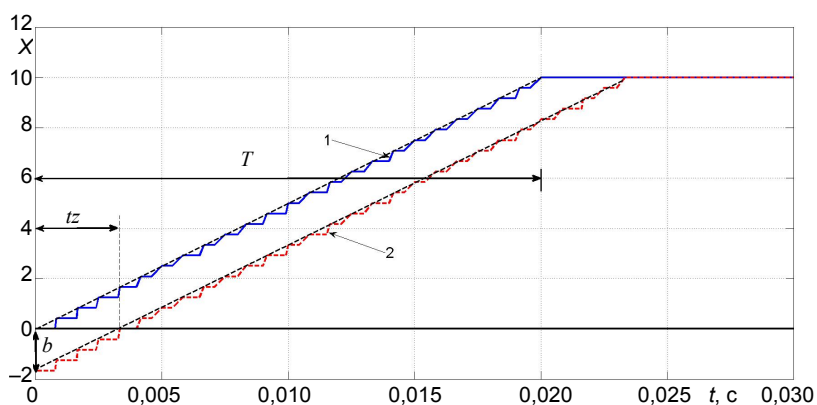


Рис. 2. Линейная переходная характеристика

Fig. 2. Linear transient response

Вторая прямая на рис. 2 – виртуальная. Она получается из первой путем ее сдвига на z отсчетов и описывается уравнением $x_z = kt - b$, при этом время сдвига $t_z = \frac{T}{N} z = \Delta t \cdot z$ пропорционально числу отсчетов z .

Базовый корректирующий коэффициент определяется как

$$k_0 = \frac{x}{x_z} = \frac{kt}{kt - b}, \quad (11)$$

где $b = \frac{X_m}{N} z$ – сдвиг прямой 2 на рис. 1 по оси ординат.

Разделив на k числитель и знаменатель выражения (11) и учитывая, что $\frac{b}{k} = \frac{T \cdot z}{N} = \Delta t \cdot z = t_z$, окончательно базовый корректирующий коэффициент k_0 определяется как

$$k_0 = \frac{t}{t - \Delta t \cdot z}. \quad (12)$$

Важной величиной является значение базового корректирующего коэффициента k_0 в конце периода наблюдения переходного процесса T . К этому моменту выходной сигнал (прямая 1) установится на уровне максимального значения $x = X_m$, а сдвинутый (прямая 2) будет меньше максимального $x_z < X_m$. Поэтому их отношение в течение времени $T + t_z$ будет больше 1, что приведет к появлению перерегулирования.

Подставляя в (12) $t = T$, получим значение базового коэффициента в конце периода наблюдения

$$k_{0r} = \frac{N}{N - z}. \quad (13)$$

Таким образом, уровень перерегулирования зависит от числа выборок сигнала за период N и числа отсчетов z , на которое задерживается сигнал, причем увеличение z приводит к повышению k_{0r} .

Максимальное значение базового коэффициента $k_{0\max}$ определяется в промежутке времени $t = (t_z + \Delta t) \div T$ из (12) при подстановке в него $t = (z+1)\Delta t$ (так как при $t = z\Delta t$ знаменатель выражения (12) обращается в 0):

$$k_{0\max} = z + 1. \quad (14)$$

В качестве примера по выражению (11) для значений $X_m = 10$, $\Delta t = T/N = 0,02/24 = 8,33 \cdot 10^{-4}$ с и $z = 4$ построена кривая изменения базового корректирующего коэффициента k_0 на отрезке времени $t = 0-0,03$ с (рис. 3). Для этих же значений по выражениям (13)–(14) были определены значения коэффициентов $k_{0r} = \frac{24}{24-4} = 1,2$ и $k_{0\max} = 4+1=5$, что в точности совпадает с результатами рис. 3.

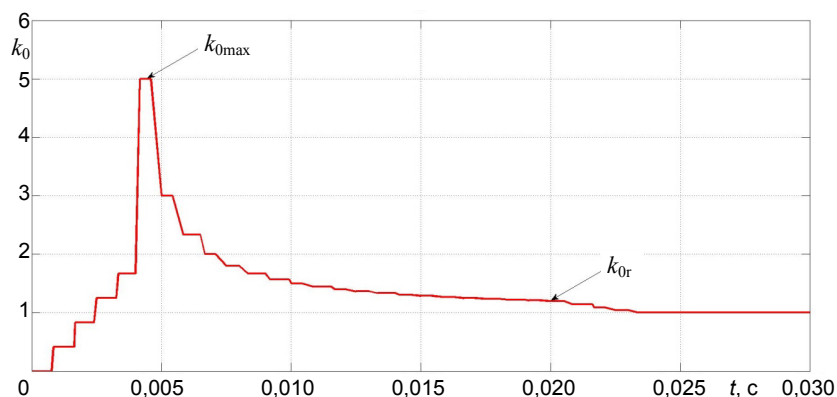


Рис. 3. Изменение базового корректирующего коэффициента k_0

Fig. 3. Change in the basic correction factor k_0

Снижение уровня перерегулирования. Как видно из рис. 2, величина k_0 в промежутке времени $t = 0,02–0,023$ с будет оставаться большей 1, что свидетельствует о перерегулировании на этом временном отрезке. Существенное уменьшение перерегулирования за пределами окна наблюдения длительностью T достигается путем наклона характеристики 2 (рис. 4) так, чтобы к концу переходного процесса она совпала с характеристикой 1.

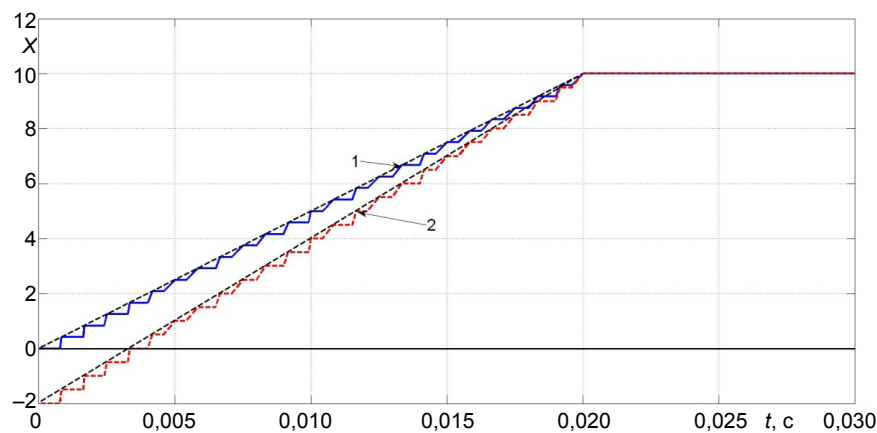


Рис. 4. Переходные характеристики

Fig. 4. Transient characteristics

Для этого все значения характеристики 2 умножаются на константу $l > 1$, а корректирующий коэффициент k_{0l} с учетом указанной константы определяется как

$$k_{0l} = \frac{kt}{(kt - b)l} = \frac{t}{(t - \Delta t \cdot z)l} = \frac{k_0}{l}, \quad (15)$$

где k_0 – базовый корректирующий коэффициент усиления.

При этом соответствующие значения коэффициентов (13) и (14) при наклоне ПХ принимают следующий вид:

$$k_{0l} = \frac{N}{(N-z)l}; \quad (16)$$

$$k_{0l\max} = \frac{z+1}{l}. \quad (17)$$

Условие отсутствия перерегулирования выполняется при подстановке $k_{0l} = 1$ в (16), откуда определяется величина l , при которой это условие выполняется

$$l = \frac{N}{N-z}. \quad (18)$$

На рис. 5 приведены графики изменения во времени значений коэффициентов k_{0l} , построенные согласно выражению (15), в сравнении с базовым графиком корректирующего коэффициента усиления k_0 (пунктирная кривая), построенным по (12). Из рисунка видно, что к моменту окончания переходного процесса $k_{0l} = 1$, что свидетельствует о полной компенсации перерегулирования.

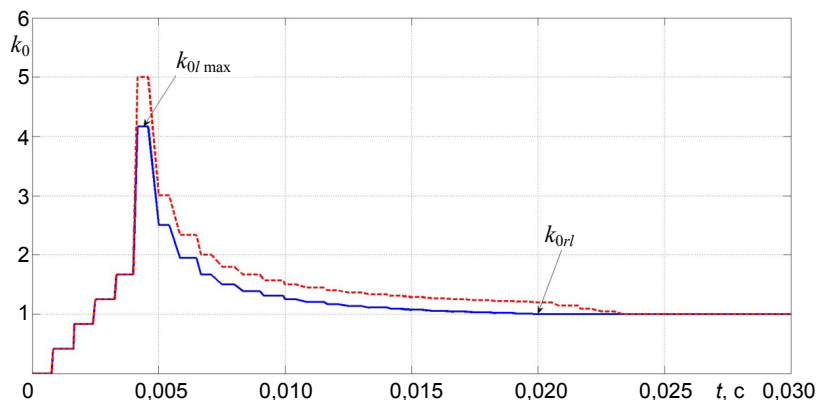


Рис. 5. Изменение базового коэффициента k_{0l} в сравнении с k_0

Fig. 5. Change in the basic coefficient k_{0l} as compared with k_0

Определение оптимального корректирующего коэффициента. В [7] изложены и детально исследованы методы определения корректирующих коэффициентов. Анализ полученных результатов показывает, что наибольшей универсальностью при относительной простоте реализации обладает корректирующий коэффициент, определяемый на основе двух ЦФ. Первый из них, являющийся ЦФ на основе ДПФ, обеспечивает вычисление амплитуды основной гармоники входного сигнала X_{mn} , а с помощью дополнительного ЦФ определяют выборки амплитудных значений входного сигнала $X_{вхл}$. Отличительной особенностью указанного коэффициента

является приемлемая степень коррекции амплитудной динамической погрешности, обусловленной не только инерционностью фильтра, но и насыщением стали магнитопровода трансформатора тока (ТТ).

Для получения оптимального корректирующего коэффициента находят отношение квадратов указанных сигналов

$$k_{ky} = \frac{X_{вхл}^2}{X_{mn}^2}, \quad (19)$$

где $X_{mn}^2 = x_{cn}^2 + x_{sn}^2$ – сумма квадратов косинусной x_{cn} и синусной x_{sn} ОС основной гармоники,

$$X_{вхл}^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_{вх}^2(n).$$

В результате проведенных исследований предложено выражение для корректирующего коэффициента $k_{kn} = f(k_0)$, позволяющее с достаточной степенью точности аппроксимировать оптимальный коэффициент k_{ky} :

$$k_{kn} = \left(\frac{k_0}{l} \right)^m = \left(\frac{X_{mncp}}{X_{mzncp} l} \right)^m. \quad (20)$$

Организация и проведение вычислительного эксперимента. Оценка эффективности предлагаемого метода формирования ОС входных сигналов с ускоренным функционированием в переходном режиме проводилась с использованием цифровой модели (рис. 6), выполненной в среде динамического моделирования MATLAB-Simulink [11].

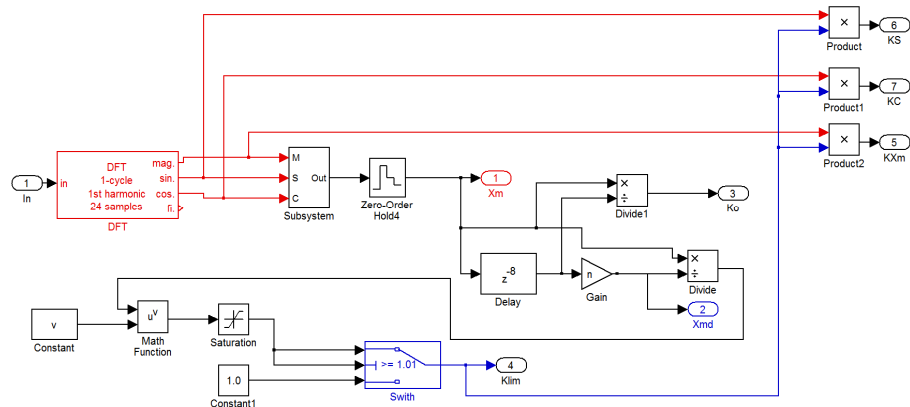


Рис. 6. Структура модели

Fig. 6. The structure of the model

В указанную структуру входят модели источника входного сигнала (вход *in*), ЦФ Фурье (*DFT*), подсистемы *Subsystem*, в которой реализовано выражение (5) усредненной амплитуды сигнала X_m , блока *Delay*, в котором

формируется задержка z , а также библиотечные блоки Simulink, обеспечивающие реализацию предлагаемого метода. Выходными параметрами модели являются значения ОС эквивалентного сигнала x_{eqsn} , x_{eqcn} , амплитуда выходного X_m и сдвинутого X_{md} сигналов, а также корректирующие коэффициенты k_{kn} и k_0 .

Результаты исследования. Исследование работоспособности и эффективности предложенного метода производилось при различных тестовых воздействиях. Все результаты, полученные в ходе моделирования разработанного ЦФ Фурье с ускоренным функционированием в переходном режиме (ЦФФУ), сравнивались с аналогичными параметрами исходного ЦФ Фурье, который используется в большинстве измерительных органов микропроцессорных защит.

Полученные из линейной модели расчетные выражения могут, в первом приближении, использоваться и для настройки параметров реальных ЦФ Фурье. Так, принимая $N = 24$, $z = 8$, по выражению (18) определяется параметр $l = 1,5$, при котором на ПХ теоретически отсутствует перерегулирование (экспериментально установлено $l = 1,45$). Задаваясь по аналогии с (19) значением $m = 2$, получим из (20) выражение для корректирующего коэффициента $k_{kn} = \left(\frac{k_0}{1,5}\right)^2$, которое, как было установлено проведенными

расчетами, целесообразно ограничить величиной $k_{k\max} = k_{kn} = 1,65$.

На рис. 7 представлен рассчитанный по формуле (20) с использованием приведенных выше данных корректирующий коэффициент $k_{kn} = f(k_0)$ (кривая 2) в сравнении с определенным по выражению (19) и также реализованным в MATLAB-Simulink оптимальным коэффициентом k_{ky} (кривая 1).

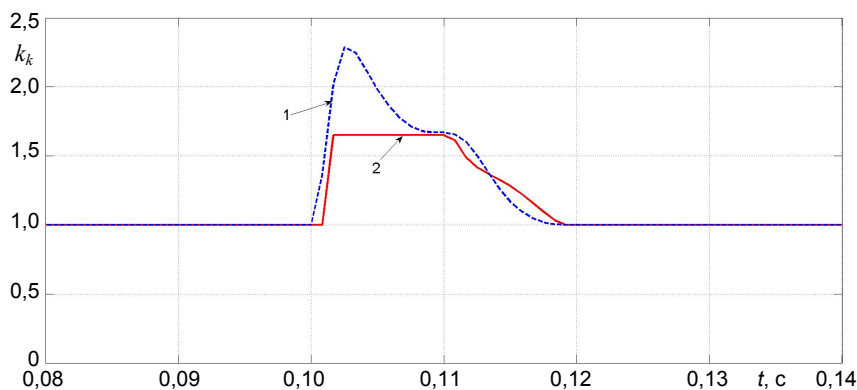


Рис. 7. Корректирующие коэффициенты: 1 – k_{ky} ; 2 – $k_{kn} = f(k_0)$

Fig. 7. Correction factors: 1 – k_{ky} ; 2 – $k_{kn} = f(k_0)$

На рис. 8 приведены переходные характеристики предлагаемого ЦФФУ (кривая 1), ЦФ Фурье (кривая 3) и ЦФ на основе оптимального коэффициента k_{ky} (кривая 2) при гармоническом входном воздействии (кривая 4). Для этого по выражениям (10) были определены ОС сигналов для соответ-

ствующих корректирующих коэффициентов, а по ним – амплитудные значения эквивалентных сигналов:

$$X_{meqn} = \sqrt{x_{eqcn}^2 + x_{eqsn}^2}. \quad (21)$$

Как видно из рисунка, переходная характеристика ЦФФУ, обладая лучшей динамикой по сравнению с ПХ ЦФ Фурье, имеет незначительные перерегулирование и колебательность. Указанные параметры не выходят за допустимые общепринятые показатели качества переходного процесса (перерегулирование – до 20 % и число колебаний – до двух) [12], а переходные характеристики ЦФФУ и ЦФ на основе оптимального корректирующего коэффициента практически совпадают.

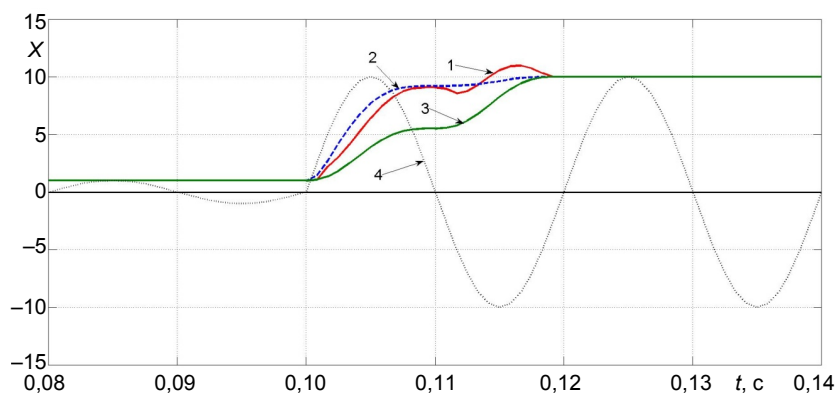


Рис. 8. Переходные характеристики цифровых фильтров
Fig. 8. Transient characteristics of digital filters

На рис. 9 представлены графики (φ_n, X_{meqn}) и (φ_n, X_{mn}) в полярной системе координат [13] для аварийного переходного режима. Угол изменяется одинаково для обоих ЦФ и определяется согласно выражению

$$\varphi_n = \arctg \frac{x_{cn}}{x_{sn}}. \quad (22)$$

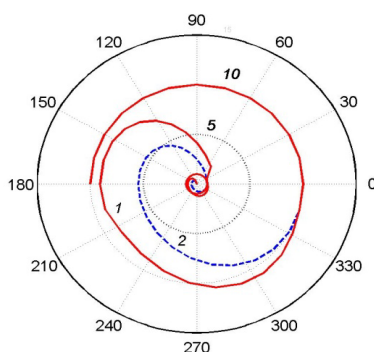


Рис. 9. Траектории рабочих точек цифровых фильтров
Fig. 9. Trajectories of working points of digital filters

Траектория рабочей точки ЦФФУ (кривая 1) по сравнению с траекторией ЦФ Фурье (кривая 2) быстрее приближается к установившемуся значению, но, как и на рис 8, сопровождается колебаниями (отсутствующими у ЦФ Фурье) ближе к окончанию переходного процесса.

Реакция обоих ЦФ на входной сигнал с аperiodической составляющей вида $x(t) = 10\sin(2\pi 50t) + 3e^{-0,03t}$ приведена на рис. 10. При указанных выше параметрах расчета у предлагаемого фильтра в переходном режиме (кривая 1) наблюдается существенное повышение динамики функционирования (при незначительном перерегулировании) по сравнению с фильтром Фурье (кривая 2).

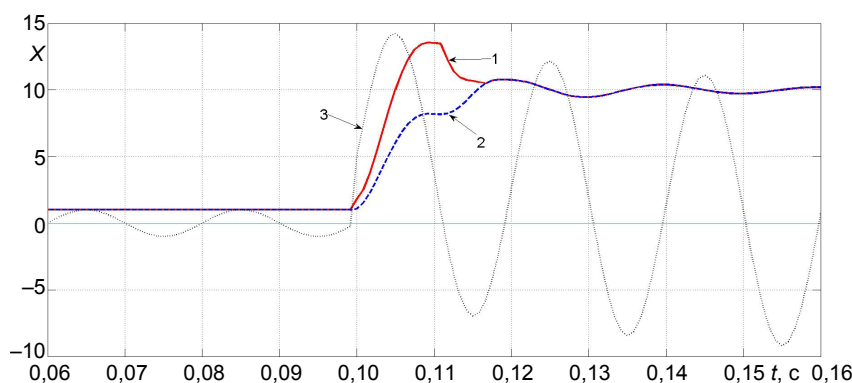


Рис. 10. Воздействие с аperiodической составляющей:

- 1 – цифровой фильтр Фурье с ускоренным функционированием в переходном режиме;
2 – цифровой фильтр Фурье; 3 – входной сигнал

Fig. 10. Influence with an aperiodic component:

- 1 – digital Fourier filter with accelerated operation in a transient mode;
2 – digital Fourier filter; 3 – input signal

Для проверки правильности выделения амплитуды сигнала основной гармоники (рис. 11) из незатухающего гармонического воздействия использовался сигнал (кривая 3) вида $x(t) = 10\sin(2\pi 50t) + 5\sin(2\pi 100t) + 3\sin(2\pi 150t) + 2\sin(2\pi 250t)$. Так же как и ЦФ Фурье (кривая 2), ЦФФУ (кривая 1) за время, равное длительности одного периода основной частоты, выделяет амплитуду основной гармоники из сильно зашумленного сигнала.

На рис. 12 приведены результаты расчетов с использованием входного воздействия, приближенного к реальному вторичному току измерительного ТТ, которое получено с помощью комплексной математической модели энергосистемы, реализованной в MATLAB-Simulink-SimPowerSystems [14].

В промежутке времени $t = 0,00-0,10$ с моделируется нормальный режим, а в момент времени $t = 0,10$ с наступает аварийный режим, при котором форма вторичного тока ТТ искажается (кривая 3). При этом время нарастания выходных сигналов в переходном режиме существенно разли-

чается: у предлагаемого ЦФФУ выходной сигнал нарастает быстрее (кривая 1) выходного сигнала ЦФ Фурье (кривая 2). Если принять, например, уровень срабатывания $X_{\text{ср}} = 150$ А, то ЦФФУ достигает его на полпериода быстрее, чем стандартный ЦФ Фурье.

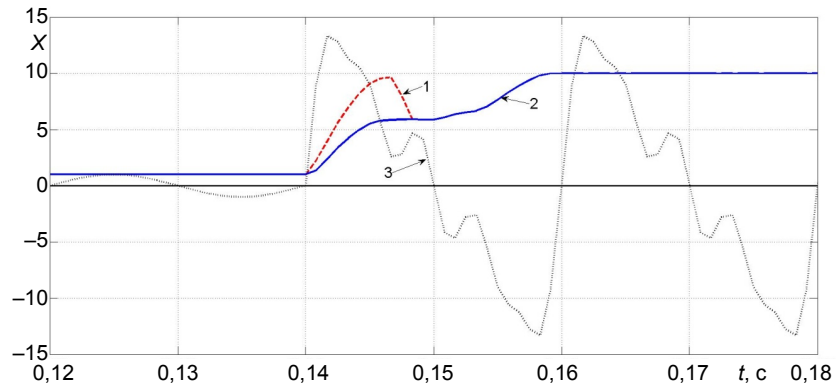


Рис. 11. Воздействие с высшими гармониками: 1 – цифровой фильтр Фурье с ускоренным функционированием в переходном режиме; 2 – цифровой фильтр Фурье; 3 – входной сигнал

Fig. 11. Influence with higher harmonics: 1 – digital Fourier filter with accelerated operation in a transient mode; 2 – digital Fourier filter; 3 – input signal

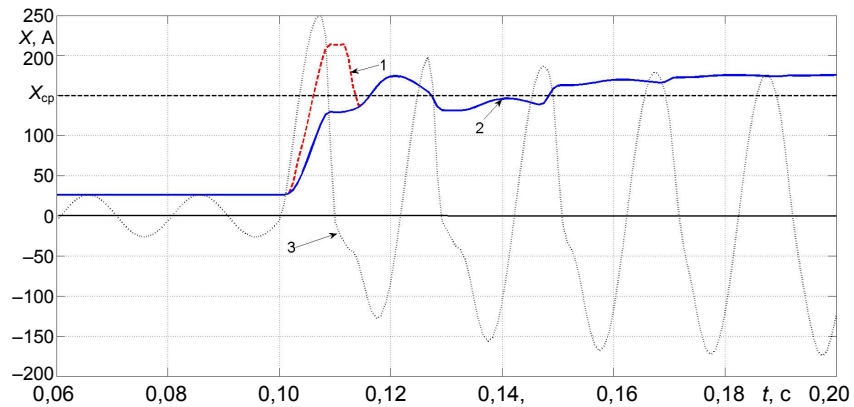


Рис. 12. Сложное воздействие: 1 – цифровой фильтр Фурье с ускоренным функционированием в переходном режиме; 2 – цифровой фильтр Фурье; 3 – входной сигнал

Fig. 12. Complex influence: 1 – digital Fourier filter with accelerated operation in a transient mode; 2 – digital Fourier filter; 3 – input signal

ВЫВОДЫ

1. Предложенная методика построения цифрового фильтра на основе дискретного преобразования Фурье обеспечивает повышение его быстродействия в переходных режимах установления выходного сигнала.

2. Проведенные вычислительные эксперименты показали, что разработанный цифровой фильтр имеет быстродействие не менее чем в полтора раза выше по сравнению с известным фильтром Фурье, что достигается только за счет совершенствования его алгоритма функционирования без использования дополнительных аппаратных средств.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шнеерсон, Э. М. Цифровая релейная защита / Э. М. Шнеерсон. М.: Энергоатомиздат, 2007. 549 с.
2. Ванин, В. К. Релейная защита на элементах вычислительной техники / В. К. Ванин, Г. М. Павлов. М.: Энергоатомиздат, 1991. 336 с.
3. Wu, Q. H. Protective Relaying of Power Systems Using Mathematical Morphology / Q. H. Wu, Z. Lu, T. Y. Ji. London: Springer, 2009. 224 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-84882-499-7>.
4. Schweitzer III, E. O. Filtering for Protective Relays / E. O. Schweitzer III, D. Hou // WESCANEX 93. Communications, Computers and Power in the Modern Environment. Conference Proceedings. IEEE. 1993. P. 15–23. <https://doi.org/10.1109/wescan.1993.270548>.
5. Методика повышения быстродействия измерительных органов микропроцессорных защит электроустановок / Ф. А. Романюк, В. Ю. Румянцев, И. В. Новаш, Ю. В. Румянцев // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2019. Т. 62, № 5. С. 403–412. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-5-403-412>.
6. Формирование ортогональных составляющих входных сигналов в микропроцессорных защитах / Ф. А. Романюк, В. Ю. Румянцев, Ю. В. Румянцев, В. С. Каченя // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2020. Т. 63, № 4. С. 328–339. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-4-328-339>.
7. Румянцев, Ю. В. Формирование информационных составляющих входных величин в цифровых органах релейной защиты / Ю. В. Румянцев, В. Ю. Румянцев, Ф. А. Романюк. Минск: БНТУ, 2024. 175 с.
8. Oliveira, N. L. S. Effects of the Exponentially Decaying DC Offset in the Phasor Estimation Algorithms Performance / N. L. S. Oliveira, B. A. Souza // Transmission and Distribution: Latin America Conference and Exposition (T&D-LA). 2012. P. 1–5. <https://doi.org/10.1109/tcdla.2012.6319090>.
9. Реализация цифровых фильтров в микропроцессорных устройствах релейной защиты / Ю. В. Румянцев, Ф. А. Романюк, В. Ю. Румянцев, И. В. Новаш // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2016. Т. 59, № 5. С. 397–417. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2016-59-5-397-417>.
10. Большой энциклопедический словарь / гл. ред. А. М. Прохоров. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Большая Российская энциклопедия; СПб.: Норинт, 2000. 1434 с.
11. Дэбни, Дж. Simulink 4. Секреты мастерства / Дж. Дэбни, Т. Харман; пер. с англ. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2003. 403 с.
12. Теория автоматического управления: учеб. для вузов по спец. «Автоматика и телемеханика»: в 2 ч. / Н. А. Бабаков, А. А. Воронов, А. А. Воронова [и др.]; под ред. А. А. Воронова. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. шк., 1986. Ч. I: Теория линейных систем автоматического управления. 367 с.
13. Гилат, А. MATLAB. Теория и практика / А. Гилат; пер. с англ. М.: ДМК Пресс, 2016. 416 с.
14. Испытания микропроцессорных токовых защит: теория, моделирование, практика / И. В. Новаш, Ф. А. Романюк, В. Ю. Румянцев, Ю. В. Румянцев. Минск: БНТУ, 2021. 168 с.

REFERENCES

1. Schneerson E. M. (2007) *Digital Relay Protection*. Moscow, Energoatomizdat Publ. 549 (in Russian).
2. Vanin V. K., Pavlov G. M. *Relay Protection on Computer Hardware Elements*. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1991. 336 (in Russian).
3. Wu Q. H., Lu Z., Ji T. Y. (2009) *Protective Relaying of Power Systems Using Mathematical Morphology*. London, Springer, 2009. 224 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-84882-499-7>.
4. Schweitzer III E. O., Hou D. (1993) Filtering for Protective Relays. *WESCANEX 93. Communications, Computers and Power in the Modern Environment. Conference Proceedings*. IEEE, 15–23. <https://doi.org/10.1109/wescan.1993.270548>.
5. Romaniuk F. A., Rumiantsev V. Yu., Novash I. A., Rumiantsev Yu. V. (2019) Technique of Performance Improvement of the Microprocessor-Based Protection Measuring Element. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 62 (5), 403–412. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2019-62-5-403-412> (in Russian).
6. Romaniuk F. A., Rumiantsev V. Yu., Rumiantsev Yu. V., Kachenya V. S. (2020) Orthogonal Components Forming of the Microprocessor-Based Protection Input Signals. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 63 (4), 328–339. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-4-328-339> (in Russian).
7. Rumiantsev Yu. V., Rumiantsev V. Yu., Romaniuk F. A. (2024) *Formation of Information Components of Input Quantities in Digital Relay Protection Devices*. Minsk, BNTU. 175 (in Russian).
8. Oliveira N. L. S., de Souza B. A. (2012) Effects of the Exponentially Decaying DC Offset in the Phasor Estimation Algorithms Performance. *2012 Sixth IEEE/PES Transmission and Distribution: Latin America Conference and Exposition (T&D-LA)*, Montevideo, Uruguay, 2012. <https://doi.org/10.1109/tdc-la.2012.6319090> +*/9. Rumiantsev Yu. V., Romaniuk F. A., Rumiantsev V. Yu., Novash I. V. (2016) Digital+ Filters Implementation in Microprocessor-based Relay Protection. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 59 (5), 397–417. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2016-59-5-397-417> (in Russian).
10. Prokhorov A. M. (ed.) (2000) *The Great Encyclopedic Dictionary*. 2nd ed. Moscow, Bol'shaya Rossiiskaya Entsiklopediya Publ.; St. Petersburg, Norint Publ., 2000. 1434 p. (in Russian).
11. Dabney J., Harman T. (2003) *Simulink 4. Mastering Secrets*. Moscow, BINOM Publ. 403 (in Russian).
12. Babakov N. A., Voronov A. A., Voronova A. A., Diduk G. A., Dmitrieva N. D., Kim D. P., Benski B. M., Popovich P. N. (1986) *Theory of Automatic Control. Part I: Theory of Linear Automatic Control Systems*. 2nd ed. Moscow, Vysshaya Shkola Publ. 367 (in Russian).
13. Gilat A. (2011) *MATLAB. An Introduction with Applications*. 4th ed. Wiley. 418.
14. Novash I. V., Romaniuk F. A., Rumiantsev V. Yu., Rumiantsev Yu. V. (2021) *Testing of Microprocessor Current Protections: Theory, Modeling, Practice*. Minsk, BNTU. 168 (in Russian).

Received: 19 December 2025

Accepted: 20 February 2025

Published online: 30 May 2025