УДК 532.526

ПРОЦЕССЫ ЛАМИНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ ЖИДКИХ ЭНЕРГОНОСИТЕЛЕЙ В ТРУБОПРОВОДАХ

Докт. техн. наук, проф. ЕСЬМАН Р. И., канд. техн. наук ШУБ Л. И.

Белорусский национальный технический университет

В качестве жидких энергоносителей используются нефть, нефтепродукты, жидкие металлы и сплавы, другие теплоносители, транспортируемые в трубопроводах.

Рассмотрим равномерное движение жидкости, при котором средняя по сечению скорость не изменяется как во времени, так и по длине $\partial u/\partial t = \partial u/\partial x = 0$. Такое движение имеет место в трубах и каналах постоянной площади поперечного сечения.

Так же как и в пограничном слое, ламинарный или турбулентный режим течения в трубах определяется числом Рейнольдса, подсчитанным по гидравлическому диаметру трубы (для круглых труб – по диаметру трубы $\mathrm{Re} = vd/\nu$). При малых скоростях движения и соответственно малых числах Рейнольдса имеет место ламинарный режим течения, а при больших – турбулентный. Объясняется это тем, что число Рейнольдса характеризуется соотношением сил инерции и сил трения в потоке. При малых числах Рейнольдса силы трения, которые оказывают демпфирующее действие на поток, превалируют над силами инерции, что приводит к ламинарному режиму движения, характеризующемуся упорядоченной слоистой структурой. Рост сил инерции при возрастании чисел Рейнольдса способствует возникновению неустойчивости течения, следствием чего является локальное зарождение мелкомасштабных вихрей, которые быстро распространяются на весь поток. Течение становится турбулентным, неупорядоченным и характеризуется сильным перемешиванием.

Как известно, число Рейнольдса, при котором происходит переход ламинарного режима течения в турбулентный, называется критическим числом Рейнольдса $\mathrm{Re}_{\text{кр}}$. В зависимости от внешних возмущающих факторов $\mathrm{Re}_{\text{кр}}$ может принимать различные значения. Устойчивое ламинарное течение для круглых труб сохраняется до $\mathrm{Re}_{\text{кр}} = 2300$.

Для ламинарного течения в круглой трубе уравнение движения может быть получено из уравнения Навье – Стокса [1, 2]. Учитывая равномерность течения, в последнем следует приравнять нулю член, содержащий вторую производную от скорости по продольной координате, а также конвективные слагаемые. С учетом действия массовых сил тяжести получаем уравнение движения

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dv_x}{dr}\right) = \frac{1}{\mu}\frac{d}{dx}\left(p + \rho qz\right) = -\frac{qJ}{\nu}, \tag{1}$$

где J – гидравлический уклон, $J = -\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{p}{\rho q} + z\right)$.

Граничные условия на оси и поверхности трубы записываются как и для плоского канала:

$$\left(\frac{dv_x}{dr}\right)_{r=0}=0; \qquad (\nu_x)_{r=R}=0, \tag{2}$$

где R – внутренний радиус трубы.

Запишем решение (2) в общем виде

$$v_x=-\frac{qJ}{4\nu}r^2+c_1\ln r+c_2. \tag{3}$$

Найдя константы c_1, c_2 из граничных условий (2), получаем решение в виде

$$v_x=\frac{qJR^2}{4\nu}\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right).$$

Так же как и в плоском канале, получен параболический профиль скорости с максимальным значением на оси

$$v_x^{\max}=\frac{qJ}{4\nu}R^2.$$

Средняя скорость по сечению определяется с помощью интеграла

$$u=\frac{2\pi}{\pi R^2}\int_0^R\frac{qJR^2}{4\nu}\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)rdr=\frac{qJ}{8\nu}R^2=\frac{v_x^{\max}}{2}. \tag{4}$$

В круглой трубе максимальная скорость в два раза превышает среднюю по сечению скорость. С учетом (4) запишем

$$v_x=2u\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right). \tag{5}$$

Рассмотрим особенности ламинарного течения жидкости в кольцевой трубе. Для кольцевого потока граничным условием является равенство скорости нулю на поверхностях, ограничивающих течение: $v_x=0$ при $r=R_1$ и $r=R_2$. Это условие используется для нахождения констант в общем решении (3). В результате получаем формулу для определения распределения скорости по сечению

$$v_x=\frac{qJ}{4\nu}\left[\frac{R_2^2\ln R_1-R_1^2\ln R_2-\left(R_1^2-R_2^2\right)\ln r}{\ln\left(R_1/R_2\right)}\right],$$

которую в безразмерных координатах ($\overline{r}=r/R_2$, $\theta=R_1/R_2$) перепишем следующим образом:

$$v_x=\frac{qJ}{4\nu}R_2^2\left[1-\frac{1-\Theta}{\ln\Theta}\ln\overline{r}-\overline{r}^2\right]. \tag{6}$$

Среднюю скорость по сечению рассчитаем с помощью интеграла $u=\left(\int_0^1 v_z\bar{r}d\bar{r}\right)/(1-\Theta^2)$, который с учетом (6) позволяет вывести формулу для расчета средней скорости

$$\bar{u}=\frac{qJR_2^2}{4\nu}\left[\frac{1+\Theta^2}{2}+\frac{1-\Theta^2}{1\ln\Theta}\right]. \qquad (7)$$

Из (6), (7) получаем

$$v_x=2\bar{u}\frac{1-\bar{r}^2-(1-\Theta^2)\ln\bar{r}/\ln\Theta}{1+\Theta^2+(1-\Theta^2)/\ln\Theta}, \qquad (8)$$

причем $v_x^{\max}$ находится на радиусе $\bar{r}=\sqrt{(\Theta^2-1)/2\ln\Theta}$.

Как известно, гидравлический уклон $J=\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{p}{\rho q}+z\right)$ определяет потери напора на единицу длины трубы $J=h_l/l$. Рассчитав J из формул для определения средней скорости (4)–(7), имеем следующие формулы для нахождения гидравлических потерь:

$$h_l=\frac{3\nu u}{qh^2}l;\quad h_l=\frac{8\nu u}{qR^2}l;\quad h_l=\frac{4\nu u}{qR_2^2}l\left[\frac{1+\Theta^2}{2}+\frac{1-\Theta^2}{2\ln\Theta}\right]^{-1}$$

соответственно для плоского канала, круглой трубы, и кольцевого канала. Заменяя в полученных выражениях по формуле Дарси $h_l=\lambda l/d_\text{г}u^2/2q$, где $d_\text{г}$ для рассматриваемых конфигураций потока соответственно равны $4h$, $2R$, $2(R_2-R_1)=2R_2(1-\Theta)$, получаем формулы для определения коэффициента гидравлического трения для:

• плоского канала:

$$\lambda=24/\mathrm{Re};\quad \mathrm{Re}=uh/\nu;$$

• круглой трубы:

$$\lambda=64/\mathrm{Re};\quad \mathrm{Re}=u2R/\nu;$$

• кольцевой трубы:

$$\lambda=\frac{32}{\mathrm{Re}}\left[\frac{1+\Theta^2}{2(1-\Theta)^2}+\frac{1+\Theta}{(1-\Theta)2\ln\Theta}\right]^{-1};\quad \mathrm{Re}=u2R_2(1-\Theta)/\nu.$$

В последней формуле при $\Theta > 0,5$ множитель в квадратных скобках меняется мало и примерно равен 3, и тогда для λ получится простое выражение $\lambda = 96/\mathrm{Re}$.

ВЫВОДЫ

Проведен анализ структурного течения жидкостей в трубопроводах и каналах. Рассмотрено влияние числа Рейнольдса на гидравлические сопротивления. Приведены расчетные формулы для определения гидравлических потерь, коэффициентов гидравлического сопротивления потерь на трение при ламинарном течении в круглых трубах, плоских и кольцевых каналах теплоэнергетического оборудования.

Результаты проведенного анализа могут быть использованы при практических расчетах потерь на трение при транспортировке энергоносителей различного назначения в трубопроводах.

Предлагаемой методикой расчета можно воспользоваться при исследованиях движения жидкостей в процессах бурения нефтяных скважин, представляющих собой цилиндрические тела кольцевого сечения, образованные колонной бурильных труб и стенками ствола [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Е м ц е в, Б. Т. Техническая гидромеханика / Б. Т. Емцев. – М.: Машиностроение, 1987. – 440 с.

2. Е с ь м а н, Р. И. Математическая модель движущихся теплоносителей // Энергетика… (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2010. – № 6. – С. 53–59.

3. Е с ь м а н, Р. И. Научные основы организации процессов горения комбинированного многофазного органического топлива в турбулентных потоках камер сгорания сложной геометрии / Р. И. Есьман, Ю. П. Ярмольчик // Сб. науч. докл. VI Междунар. совещания по проблемам энергоаккумулирования и экологии в машиностроении, энергетике и на транспорте. – М.: ИМАШ РАН, 2009. – С. 226–236.

4. Е с ь м а н, Б. И. Термогидравлика при бурении скважин. – М.: Недра, 1982. – 247 с.

Представлена кафедрой ПТЭ и Т　　　　Поступила 10.10.2011