

<https://doi.org/10.21122/1029-7448-2024-67-4-363-376>

УДК 66.047.7

## Обобщенные комплексные переменные кинетики сушки в расчетах длительности сушки плоских тонких влажных материалов

А. И. Ольшанский<sup>1)</sup>, А. Н. Голубев<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Витебский государственный технологический университет  
(Витебск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2024  
Belarusian National Technical University, 2024

**Реферат.** Статья посвящена обработке экспериментальных данных в отношении сушки тонких влажных материалов. Расчетные кинетические зависимости, необходимые для определения длительности сушки, могут быть получены из решения дифференциальных уравнений массопереноса, однако эта задача сложна в аналитическом отношении, поскольку сушка является нестационарным процессом, а коэффициенты переноса зависят от влагосодержания и температуры материала в очень сложной форме. Это вызывает необходимость экспериментальных исследований с разработкой приближенных простых эмпирических уравнений для определения длительности сушки с минимальным количеством постоянных, определяемых из эксперимента. В качестве устойчивых комплексных обобщенных переменных при обработке эксперимента были приняты: относительная скорость сушки, обобщенное время сушки, отношение времени сушки по периодам, отношение текущего влагосодержания к критическому. Все переменные взаимосвязаны скоростью сушки в первом периоде (периоде постоянной скорости). В результате обработки опытных данных по конвективной сушке керамики, асбеста, войлока получены формулы, позволяющие определить ее длительность в периоде падающей скорости. Создаваемая такой обработкой эксперимента инвариантность позволяет переходить от одних переменных к другим, от одной системы координат к другой, что значительно сокращает число необходимых экспериментов. Обработка данных и анализ полученных формул показывают, что кривые сушки представляют собой сложные экспоненты, а главными связующими переменными являются относительная скорость сушки и относительное влагосодержание. Представлена проверка точности обработки опытных данных и достоверности полученных эмпирических уравнений, позволяющих рассчитать длительность сушки для указанных материалов. Разброс расчетных значений по сравнению с экспериментальными составляет около 10 %, что находится в пределах точности обработки опытных данных.

**Ключевые слова:** скорость сушки, относительная скорость сушки, скорость сушки в первом периоде, длительность сушки, влагосодержание

**Для цитирования:** Ольшанский, А. И. Обобщенные комплексные переменные кинетики сушки в расчетах длительности сушки плоских тонких влажных материалов / А. И. Ольшанский, А. Н. Голубев // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2024. Т. 67, № 4. С. 363–376. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2024-67-4-363-376>

---

### Адрес для переписки

Голубев Алексей Николаевич  
Витебский государственный технологический университет  
просп. Московский, 72,  
220035, г. Витебск, Республика Беларусь  
Тел.: +375 29 112-79-25  
tm@vstu.by

### Address for correspondence

Golubev Aleksei N.  
Vitebsk State Technological University  
72, Moskovsky Ave.,  
220035, Vitebsk, Republic of Belarus  
Tel.: +375 29 112-79-25  
tm@vstu.by

---

## Generalized Complex Variables of Drying Kinetics in Calculations of Drying Duration of Flat Thin Wet Materials

A. I. Ol'shanskii<sup>1)</sup>, A. N. Golubev<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Vitebsk State Technological University (Vitebsk, Republic of Belarus)

**Abstract.** The article is devoted to the processing of experimental data regarding the drying of thin wet materials. The calculated kinetic dependencies necessary to determine the drying duration can be obtained from solving differential mass transfer equations, but this task is analytically complex, since drying is a non-stationary process, and the transfer coefficients depend on the moisture content and temperature of the material in a very complex form. This necessitates experimental studies with the development of approximate simple empirical equations for determining the drying duration with a minimum number of constants determined from the experiment. When processing the experiment, the relative drying rate, generalized drying time, the ratio of drying time by periods and the ratio of the current moisture content to the critical one were accepted as stable complex generalized variables when processing the experiment. All variables are interrelated by the drying rate in the first period (the period of constant rate). As a result of processing experimental data on convective drying of ceramics, asbestos, felt, formulas were obtained that make it possible to determine its duration in the period of falling rate. The invariance caused by such experimental processing allows one to move from one variable to another, from one coordinate system to another, which significantly reduces the number of necessary experiments. Data processing and analysis of the resulting formulas shows that the drying curves are complex exponentials, and the main mediating variables are the relative drying rate and relative moisture content. Verification of the accuracy of experimental data processing and the reliability of the obtained empirical equations, which make it possible to calculate the drying duration for the specified materials, is presented. The spread of the calculated values compared to the experiment is about 10 %, which is within the accuracy of experimental data processing.

**Keywords:** drying rate, relative drying rate, drying rate in the first period, drying time, moisture content

**For citation:** Ol'shanskii A. I., Golubev A. N. (2024) Generalized Complex Variables of Drying Kinetics in Calculations of Drying Duration of Flat Thin Wet Materials. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 67 (4), 363–376. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2024-67-4-363-376> (in Russian)

### Введение

Сушка является необходимым процессом, в котором материалы приобретают окончательные технологические свойства. Время сушки определяет качество конечного продукта, влияет на размеры сушильной камеры, способ подвода энергоносителя, параметры теплоносителя [1–4]. Поэтому основная задача кинетики и технологии сушки – определение ее длительности.

Все необходимые расчетные кинетические зависимости можно получить из решения дифференциальных уравнений массопереноса [1–3]. Однако эта задача очень сложна в аналитическом отношении, поскольку сушка – нестационарный процесс, причем коэффициенты переноса зависят от влагосодержания и температуры материала в очень сложной форме [3–5]. Невозможность точного математического решения уравнений массопереноса вызывает необходимость экспериментальных исследований

с разработкой приближенных простых эмпирических уравнений, по которым можно рассчитать длительность сушки, при этом количество входящих в уравнения постоянных, определяемых из эксперимента, должно быть минимальным [1–3].

### Обобщенные переменные кинетики сушки

Понятие обобщенной кривой сушки в практику ввел Г. К. Филоненко [6]. Это сыграло значительную роль в развитии способов обработки опытных данных сушки и создании методов расчета ее длительности [1–5]. Обобщенная кривая сушки представлена в координатах  $(\bar{u}_0 - u_p) = f(N\tau)$ , где  $\bar{u}_0$ ,  $u_p$  – начальное и равновесное влагосодержание материала;  $N$  – скорость сушки (постоянная) в первом периоде;  $\tau$  – время сушки.

В. В. Красников, развивая метод Г. К. Филоненко, установил [1], что при сушке любого материала для всех режимов с заданным начальным влагосодержанием  $\bar{u}_0$  сохраняется неизменной величина  $N\tau$  [1–3], названная обобщенным временем сушки [1, 2].

Одновременно с введением в кинетику сушки комплексной переменной  $N\tau$  Г. К. Филоненко и А. В. Лыковым была введена очень важная для кинетики сушки переменная  $N^*$  – относительная скорость сушки [1–6]:

$$N^* = \frac{1}{N} \frac{d\bar{u}}{d\tau} = f(\bar{u}, N\tau).$$

Из обобщенной кривой сушки Г. К. Филоненко  $\bar{u} = f(N\tau)$  следует, что при данном значении  $\bar{u}$  относительная скорость сушки  $N^*$  численно равна тангенсу угла наклона кривой сушки к оси  $N\tau$  в точке со значением  $\bar{u}$ . Таким образом,  $N^*$  не зависит от режима сушки и для конкретного материала является только функцией влагосодержания [1]. Обобщенную кривую скорости сушки  $N^* = f(\bar{u})$ , имеющую сложный вид, можно получить графическим дифференцированием одной обобщенной кривой сушки  $\bar{u} = f(N\tau)$ . Анализ обобщенных кривых скорости сушки различных материалов показывает, что в периоде падающей скорости сушки кривые образуют две сопряженные сложные экспоненты в точке второго критического влагосодержания  $\bar{u}_{кр2}$  [1, 2]. Закон изменения  $N^* = f(\bar{u})$  для второго периода сушки позволяет записать зависимости:

$$N^* = \exp[f(N\tau)];$$

$$N^* = \exp \left[ f \left( \frac{\tau_{II}}{\tau_I} \right) \right];$$

$$N^* = \exp \left[ f \left( \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{\text{кр}}} \right) \right].$$

Анализ опытных данных по сушке ряда влажных материалов показал, что комплексы  $\bar{u}/\bar{u}_{\text{кр}}$  и  $\tau_{\text{II}}/\tau_{\text{I}}$  также относятся к обобщенным переменным [7, 8] и связаны с величиной скорости сушки в первом периоде  $N$ . Переменная  $\bar{u}/\bar{u}_{\text{кр}}$  связывает между собой все комплексные переменные.

Обработка опытных данных в обобщенных переменных создает инвариантность величин  $N\tau$ ,  $\tau_{\text{II}}/\tau_{\text{I}}$ ,  $\bar{u}/\bar{u}_{\text{кр}}$  от влагосодержания  $\bar{u}$  материала независимо от режима сушки и представляет собой наиболее общую закономерность кинетики сушки [1]. Инвариантность обобщенных переменных позволяет переходить от одних переменных к другим, от одной системы координат к другой, что значительно сокращает число проводимых часто сложных и трудоемких экспериментов [1, 4, 7].

#### Обработка эксперимента и вывод формул

На рис. 1 представлены кривые (экспоненты) обработки опытных данных в процессах сушки керамики, войлока и асбеста при различных режимах сушки. Их можно выразить зависимостью [9]

$$N^* = \exp \left( -m \frac{\tau_{\text{II}}}{\tau_{\text{I}}} \right).$$

Запишем

$$-\frac{d\bar{u}}{d\tau} = N \exp \left( -\frac{\tau_{\text{II}}}{\tau_{\text{I}}} \right).$$

Интегрированием уравнения получим

$$\tau_{\text{II}} \approx -\frac{\tau_{\text{I}}}{m} \ln \left[ 1 - \frac{(\bar{u}_{\text{кр}} - \bar{u})m}{N\tau_{\text{I}}} \right]. \quad (1)$$

Время сушки в первом периоде

$$\tau_{\text{I}} = \frac{\bar{u}_0 - \bar{u}_{\text{кр}}}{N}.$$

Подставляя  $\tau_{\text{I}}$  в (1), получим длительность сушки

$$\tau \approx -\frac{\bar{u}_0 - \bar{u}_{\text{кр}}}{Nm} \ln \left[ 1 - \left( \frac{\bar{u}_{\text{кр}} - \bar{u}}{\bar{u}_0 - \bar{u}_{\text{кр}}} \right) m \right],$$

где  $\bar{u}$  – текущее влагосодержание материала.

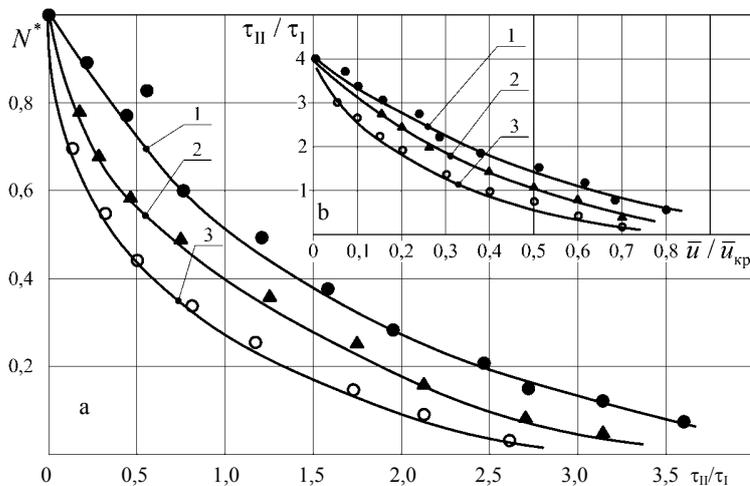


Рис. 1. Зависимость относительной скорости сушки  $N^*$  от безразмерного времени  $\tau_{II}/\tau_I$  по периодам (а) и безразмерного времени сушки  $\tau_{II}/\tau_I$  от относительного влагосодержания материала (б) в процессах сушки: войлока (1), керамики (2), асбеста (3) (а); керамики (1), войлока (2), асбеста (3) (б); режимы сушки: температура воздуха  $t_c = 90$  и  $120$  °С; скорость воздуха  $v = 3$  и  $5$  м/с; относительная влажность воздуха  $\varphi = 5\%$

Fig. 1. Dependence of the relative drying rate  $N^*$  on the dimensionless drying time  $\tau_{II}/\tau_I$  by drying periods (a) and the dimensionless drying time  $\tau_{II}/\tau_I$  on the relative moisture content of the material (b) in the drying processes of: felt (1), ceramics (2), asbestos (3) (a); ceramics (1), felt (2), asbestos (3) (b); drying modes: air temperature  $t_c = 90$  and  $120$  °С; air velocity  $v = 3$  and  $5$  m/s; relative air humidity  $\varphi = 5\%$

Были обработаны экспериментальные данные более 17 видов материалов при различных режимах сушки с разными значениями влагосодержания  $\bar{u}_0$  и  $\bar{u}_{кр}$ , в результате чего получена зависимость для постоянной  $m$  из уравнения (1) [9]

$$m \approx 0,67 \frac{\bar{u}_0}{\bar{u}_{кр}} - 0,35. \tag{2}$$

Для процессов сушки асбеста, керамики и войлока получены более точные соотношения, приведенные в табл. 1 [7, 8].

Из метода обобщенных кривых сушки следует, что обобщенное время  $N\tau_{II}$  и относительная скорость  $N^*$  являются только функциями влагосодержания  $\bar{u}$ . Следовательно, можно записать [8, 10]

$$N^* = \frac{1}{N} \frac{d\bar{u}}{d\tau} = \exp(-aN\tau_{II}). \tag{3}$$

На рис. 2 показаны результаты обработки экспериментальных данных по уравнению (3) для сушки войлока (1), асбеста (2) и керамики (3).

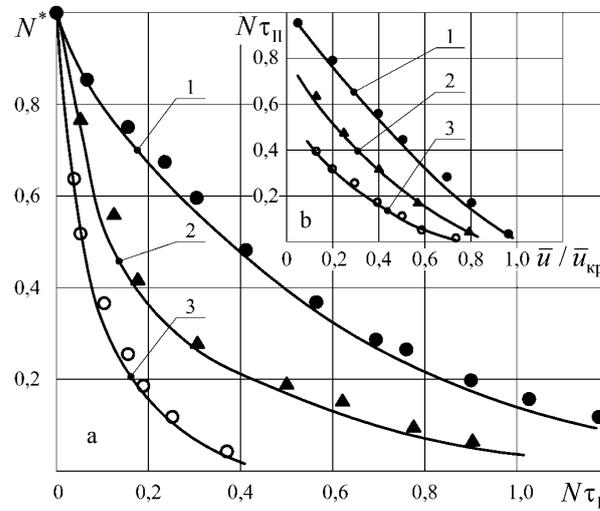


Рис. 2. Зависимость относительной скорости сушки  $N^*$  от обобщенного времени  $N\tau_{II}$  (a) и обобщенного времени сушки  $N\tau_{II}$  от относительного влагосодержания  $\bar{u} / \bar{u}_{кр}$  (b) в процессах сушки войлока (1), асбеста (2), керамики (3) (режимы сушки указаны на рис. 1)

Fig. 2. Dependence of the relative drying rate  $N^*$  on the generalized drying time  $N\tau_{II}$  (a) and the generalized drying time  $N\tau_{II}$  on the relative moisture content  $\bar{u} / \bar{u}_{кр}$  (b) in the drying processes of felt (1), asbestos (2), ceramics (3) (drying modes are shown in fig. 1)

Запишем (3) в виде

$$-\int_{\bar{u}_{кр}}^{\bar{u}} d\bar{u} = N \int_{\tau}^0 \exp(-aN\tau_{II}) d\tau.$$

Интегрируя, получим

$$\tau_{II} \approx -\frac{1}{aN} \ln \left[ 1 - a(\bar{u}_{кр} - \bar{u}) \right]. \tag{4}$$

Для целого ряда влажных материалов постоянная  $a$  определяется по выражению [7, 8]

$$a \approx \frac{0,8}{\bar{u}_{кр}}.$$

Уравнение (3) можно решить, не прибегая к интегрированию, если кривую скорости сушки аппроксимировать прямой (однозональный метод расчета длительности сушки) [1–4]. Скорость сушки [1–4]

$$\frac{d\bar{u}}{d\tau} = K(\bar{u}_{кр} - u_p).$$

Коэффициент сушки

$$K \approx \frac{N}{\bar{u}_{\text{кр}} - u_p}.$$

Подставляя в (3), получим

$$N^* \approx \frac{\bar{u} - u_p}{\bar{u}_{\text{кр}} - u_p} \approx \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{\text{кр}}} \approx \exp(-a_0 N \tau_{\text{II}}). \quad (5)$$

При температурах теплоносителя  $t_c > 90$  °С величина  $u_p = 0$ . Длительность сушки во втором периоде из уравнения (5)

$$\tau_{\text{II}} \approx -\frac{1}{a_0 N} \left( 1 - \ln \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{\text{кр}}} \right). \quad (6)$$

Постоянную  $a_0$  можно приближенно определить по соотношению [7]

$$a_0 \approx B_0 \exp \left( -2 \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{\text{кр}}} \right). \quad (7)$$

В табл. 1 приведены значения коэффициента  $B_0$  для листового асбеста, керамической плитки и шерстяного войлока.

На рис. 2в изображены кривые  $N\tau_{\text{II}} = f(\bar{u}/\bar{u}_{\text{кр}})$ , которые аппроксимируются формулой [10]

$$N\tau_{\text{II}} = B \exp \left( -2,2 \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{\text{кр}}} \right).$$

Длительность сушки

$$\tau_{\text{II}} \approx \frac{1}{N} B \exp \left( -2,2 \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{\text{кр}}} \right). \quad (8)$$

Коэффициент  $B$  – линейная функция относительного влагосодержания  $\bar{u}/\bar{u}_{\text{кр}}$ . Формулы для определения коэффициента  $B$  даны в табл. 1.

На рис. 3а даны обобщенные кривые сушки войлока (1), асбеста (2) и керамики (3) для различных режимов сушки. Изображенные кривые описываются зависимостью [8]

$$\frac{\bar{u}}{\bar{u}_0} = \exp(-SN\tau). \quad (9)$$

Таблица 1

Значения коэффициентов и формулы в расчетных уравнениях длительности сушки для процессов сушки листового асбеста, керамической плитки и шерстяного войлока

Values of the coefficients and formulas in the calculation equations for the duration of drying for the drying processes of sheet asbestos, ceramic tiles and wool felt

Материал	Коэффициенты и формулы					
	$m$	$B_0$	$B$	$Z$	$M$	$S$
Листовой асбест	$0,56 \frac{\bar{u}_0}{\bar{u}_{кр}}$	5,5	$0,85 - 0,4 \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}}$	$0,7 - 0,75 \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}}$	$3,2 - 2,35 \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}}$	$\frac{1,7}{\bar{u}_0}$
Керамическая плитка	$0,45 \frac{\bar{u}_0}{\bar{u}_{кр}}$	9,2	$0,4 - 0,2 \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}}$	$0,8 - 0,76 \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}}$	$3,3 - 2,0 \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}}$	$\frac{1,5}{\bar{u}_0}$
Шерстяной войлок	$0,43 \frac{\bar{u}_0}{\bar{u}_{кр}}$	1,3	$2,4 - 1,1 \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}}$	$1 - 0,80 \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}}$	$5,4 - 3,5 \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}}$	$\frac{1,3}{\bar{u}_0}$

Уравнение (9) дает время сушки от начального влагосодержания  $\bar{u}_0$ , включая оба периода сушки:

$$\tau = -\frac{1}{SN} \ln \frac{\bar{u}}{\bar{u}_0 - u_p}.$$

Длительность сушки во втором периоде

$$\tau_{II} = \tau - \tau_I = -\left( \frac{\bar{u}_0 - \bar{u}_{кр}}{N} + \frac{1}{SN} \ln \frac{\bar{u}}{\bar{u}_0 - \bar{u}_{кр}} \right). \quad (10)$$

Постоянная  $S$  в формуле (9) для ряда влажных материалов (рис. 3б) приближенно аппроксимируется зависимостью

$$S \approx 9 \exp(-2\bar{u}_0). \quad (11)$$

Для войлока, асбеста и керамики постоянная  $S$  определяется более точными соотношениями, приведенными в табл. 1.

Относительная скорость сушки  $N^*$ , являясь функцией влагосодержания  $\bar{u}$ , связывает теплообмен с влагообменом в уравнениях кинетики сушки А. В. Лыкова и Г. К. Филоненко, что позволяет вести расчет теплообмена без определения коэффициентов теплоотдачи [1, 2, 6, 11–14]. Зависимость для обобщенной переменной  $N^*$  можно выразить формулой

$$N^* = \frac{1}{N} \frac{d\bar{u}}{d\tau} = A \exp\left( \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}} \right). \quad (12)$$

Запишем

$$-\int_{\bar{u}_{кр}}^0 \frac{d\bar{u}}{\exp(\bar{u} / \bar{u}_{кр})} = NA \int_{\tau_{II}}^0 d\tau,$$

$$-\frac{1}{NA} \int_{\bar{u}_{кр}}^0 \exp\left(-\bar{u} / \bar{u}_{кр}\right) d\bar{u} = \int_{\tau_{II}}^0 d\tau. \quad (13)$$

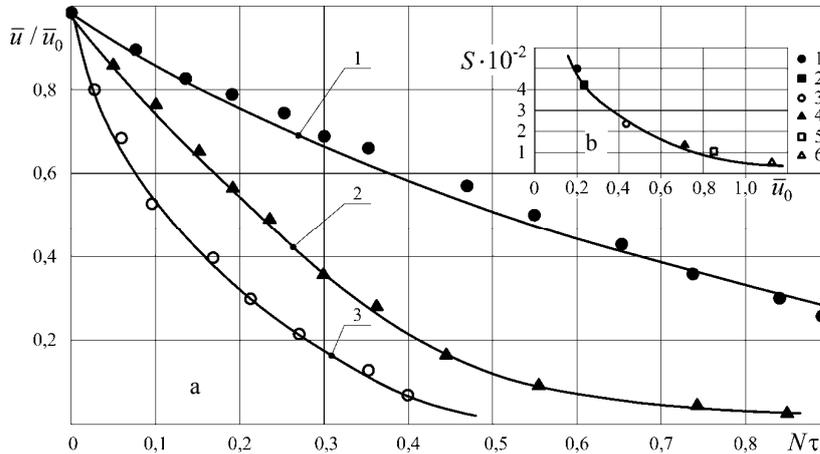


Рис. 3. Зависимость отношения влагосодержания  $\bar{u} / \bar{u}_0$  от обобщенного времени сушки  $N\tau$  (а) для войлока (1), асбеста (2), керамики (3) (режимы сушки указаны на рис. 1); зависимость коэффициента  $S$  от начального влагосодержания  $\bar{u}_0$  в уравнении (10) (b) в процессах сушки керамики (1), пластин глины (2), асбеста (3), картона (4), кожи (5), войлока (6); режимы сушки:  $t_c = 90$  и  $120$  °C,  $v = 3$  и  $5$  м/с – для сушки керамики, глины, асбеста, войлока;  $t_c = 90$  и  $110$  °C,  $v = 3$  и  $5$  м/с – для сушки картона;  $t_c = 40, 50$  и  $60$  °C,  $v = 0,5$  и  $1,5$  м/с – для сушки кожи;  $\phi = 0,35; 0,45; 0,60$

Fig. 3. Dependence of the ratio of moisture content  $\bar{u} / \bar{u}_0$  on the generalized drying time  $N\tau$  (a) for drying processes of felt (1), asbestos (2), ceramics (3) (drying modes are given in fig. 1); dependence of the coefficient  $S$  on the initial moisture content  $\bar{u}_0$  in equation (10) (b) in the drying processes of ceramics (1), clay plates (2), asbestos (3), cardboard (4), leather (5), felt (6); drying modes:  $t_c = 90$  and  $120$  °C,  $v = 3$  and  $5$  m/s – for drying of ceramics, clay, asbestos, felt;  $t_c = 90$  and  $110$  °C,  $v = 3$  and  $5$  m/s – for drying of cardboard;  $t_c = 40, 50$  and  $60$  °C,  $v = 0.5$  and  $1.5$  m/s – for drying of the skin;  $\phi = 0.35; 0.45; 0.60$

Интегрирование уравнения дает

$$\tau_{II} = \frac{\bar{u}_{кр}}{NA} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}}\right) \right]. \quad (14)$$

Уравнение (14) можно представить в более простой и удобной для расчетов форме

$$\tau_{II} \approx \frac{\bar{u}_{кр}}{NA} \left[ \ln\left(\frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}} + 1\right) \right]. \quad (15)$$

Коэффициент  $A$  – сложная функция относительного влагосодержания  $\bar{u} / \bar{u}_{кр}$ . На рис. 4 дана обработка опытных данных для сушки керами-

ки (1), асбеста (2), картона (3) и войлока (4). Изображенные кривые аппроксимируются уравнением

$$A \approx A_0 \left( \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}} \right)^{2,5},$$

где  $A_0$  – линейная функция критического влагосодержания  $\bar{u}_{кр}$  (рис. 4), определяемая уравнением

$$A_0 \approx 2,36 + 2\bar{u}_{кр} \dots$$

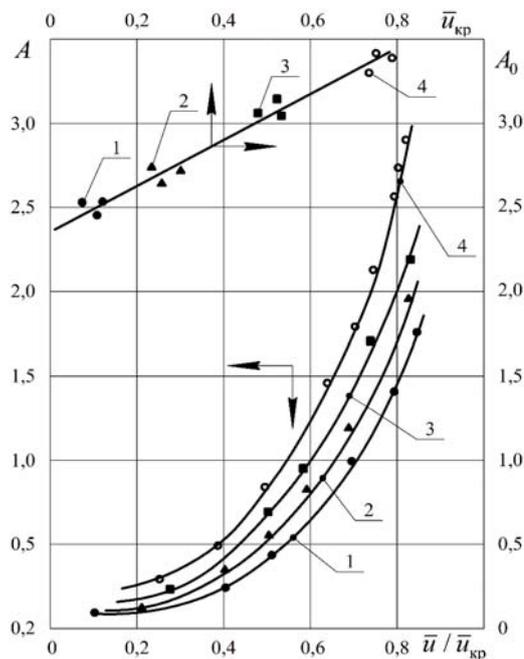


Рис. 4. Зависимости коэффициентов  $A = f(\bar{u} / \bar{u}_{кр})$  и  $A_0 = f(\bar{u}_{кр})$  в процессах сушки керамики (1), асбеста (2), картона (3) и войлока (4) (режимы сушки указаны на рис. 1)

Fig. 4. Dependences of coefficients  $A = f(\bar{u} / \bar{u}_{кр})$  and  $A_0 = f(\bar{u}_{кр})$  in the processes drying of ceramics (1), asbestos (2), cardboard (3) and felt (4) (drying modes are given in fig. 1)

Относительная скорость сушки  $N^*$  – важная обобщенная переменная, не зависящая от режима сушки. Для конкретного материала при данном методе сушки она является функцией влагосодержания [1–3].

В результате обработки кривых сушки и кривых скорости сушки для керамики, асбеста, войлока в широком диапазоне изменения режимных параметров была получена приближенная зависимость для  $N^* = f(\bar{u} / \bar{u}_{кр})$  (рис. 5), которая аппроксимируется формулой

$$N^* \approx \left( \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}} \right)^{1,3} \tag{16}$$

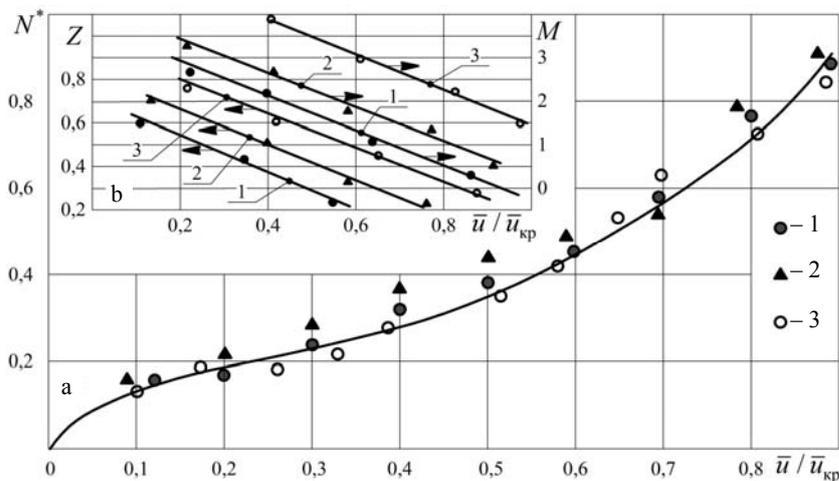


Рис. 5. Зависимости относительной скорости сушки  $N^*$  (а) и коэффициентов  $Z, M$  от относительного влагосодержания  $\bar{u} / \bar{u}_{кр}$  (б) в процессах сушки асбеста (1), керамики (2), войлока (3) (режимы сушки указаны на рис. 1)

Fig. 5. Dependence of the relative drying rate  $N^*$  (a) and coefficients  $Z, M$  on the relative moisture content  $\bar{u} / \bar{u}_{кр}$  (b) in the drying processes of asbestos (1) ceramics (2), felt (3) (drying modes are given in fig. 1)

На рис. 1б дана зависимость  $\tau_{II} / \tau_I = f(\bar{u} / \bar{u}_{кр})$  для процессов сушки керамики (1), войлока (2) и асбеста (3). Обработка опытных данных методом наименьших квадратов была проведена степенной и экспоненциальной зависимостями [7, 11]:

$$\frac{\tau_{II}}{\tau_I} = Z \left( \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}} \right)^{-0,8}; \quad \tau_{II} = \frac{\bar{u}_0 - \bar{u}_{кр}}{N} \cdot Z \left( \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}} \right)^{-0,8}; \quad (17)$$

$$\frac{\tau_{II}}{\tau_I} = M \exp\left(-2,5 \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}}\right); \quad \tau_{II} = \frac{\bar{u}_0 - \bar{u}_{кр}}{N} \cdot M \exp\left(-2,5 \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}}\right). \quad (18)$$

В формулах (17) и (18) коэффициенты  $Z$  и  $M$  являются линейными функциями относительного влагосодержания  $\bar{u} / \bar{u}_{кр}$ . Графические зависимости коэффициентов  $Z$  и  $M$  от влагосодержания даны на рис. 5б, формулы для расчета этих коэффициентов – в табл. 1.

В табл. 2 приведены результаты расчетов длительности сушки в периоде падающей скорости, выполненных с использованием полученных формул, в сравнении с экспериментом. Разброс значений составляет около 10 %, что находится в пределах точности обработки экспериментальных данных.

Таблица 2

Результаты расчета длительности сушки во втором периоде для асбеста, керамики, войлока в сопоставлении с экспериментальными данными

Results of calculation of drying duration in the second period for asbestos, ceramics, felt in comparison with experimental data

Листовой асбест: пластина 130×80×6 мм; $\rho = 770 \text{ кг/м}^3$ ; $\bar{u}_0 = 0,46$ ; $\bar{u}_{кр} = 0,2$ ; $N = 0,026 \text{ мин}^{-1}$ ; $\tau_1 = 9 \text{ мин}$ . Режим сушки: $t_c = 120 \text{ }^\circ\text{C}$ ; $v = 5 \text{ м/с}$ ; $\phi = 5 \%$									
$\bar{u} / \bar{u}_{кр}$	$\tau_{II}$ мин (эксп.)	$\tau_{II}$ мин (1)	$\tau_{II}$ мин (4)	$\tau_{II}$ мин (6)	$\tau_{II}$ мин (8)	$\tau_{II}$ мин (10)	$\tau_{II}$ мин (15)	$\tau_{II}$ мин (17)	$\tau_{II}$ мин (18)
0,8	2,5	2,7	2,6	2,2	2,5	2,4	2,3	2,4	2,7
0,7	3,5	3,4	4,2	3,9	3,6	3,7	4,1	4,1	4,2
0,6	5,5	5,6	5,5	5,8	5,9	5,8	6,0	5,9	5,7
0,4	9,5	9,6	9,2	10,2	10,1	10,3	9,4	10,1	10,2
0,2	12,5	13,6	12,6	13,2	12,8	13,2	13,5	13,2	13,0
Керамика: пластина 120×80×5 мм; $\rho = 1860 \text{ кг/м}^3$ ; $\bar{u}_0 = 0,2$ ; $\bar{u}_{кр} = 0,1$ ; $N = 0,019 \text{ мин}^{-1}$ ; $\tau_1 = 6 \text{ мин}$ . Режим сушки: $t_c = 90 \text{ }^\circ\text{C}$ ; $v = 10 \text{ м/с}$ ; $\phi = 6 \%$									
0,8	1,5	1,35	1,24	1,9	2,0	1,8	1,7	1,8	1,9
0,6	3,0	2,95	2,7	3,5	3,8	2,6	3,4	3,3	3,4
0,4	5,0	5,2	4,4	5,6	5,2	5,5	5,3	5,5	5,5
0,2	9,5	8,4	8,4	9,2	8,7	10,5	12,4	11,2	11,5
Шерстяной войлок: пластина 200×100×8 мм; $\rho = 200 \text{ кг/м}^3$ ; $\bar{u}_0 = 1,14$ ; $\bar{u}_{кр} = 0,75$ ; $N = 0,045 \text{ мин}^{-1}$ ; $\tau_1 = 8,5 \text{ мин}$ . Режим сушки: $t_c = 120 \text{ }^\circ\text{C}$ ; $v = 3 \text{ м/с}$ ; $\phi = 5 \%$									
0,80	3,0	3,1	2,9	3,1	3,2	3,8	3,2	3,5	3,5
0,67	5,5	5,8	5,6	5,2	6,1	5,5	5,4	5,8	5,9
0,53	9,0	8,6	7,8	8,3	8,8	8,5	8,2	9,2	9,4
0,40	11,5	11,5	11,7	12,4	12,7	13,6	12,0	12,5	12,8
0,27	17,5	17,2	16,5	17,5	17,7	19,4	17,8	19,7	20,2

## ВЫВОДЫ

1. В результате обработки опытных данных по конвективной сушке керамики, асбеста, войлока группой обобщенных комплексных переменных получены формулы для определения длительности сушки в периоде падающей скорости. Создаваемая такой обработкой эксперимента инвариантность позволяет переходить от одних переменных к другим, что значительно сокращает число необходимых опытов.

2. Обработка данных и анализ формул показали, что кривые сушки представляют сложные экспоненты. Главными связующими переменными

являются относительная скорость сушки  $N^*$  и относительное влагосодержание  $\bar{u} / \bar{u}_{кр}$ . Такой метод обработки опытных данных представляет наиболее общую закономерность кинетики сушки влажных материалов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Красников, В. В. Кондуктивная сушка / В. В. Красников. М.: Энергия, 1973. 288 с.
2. Лыков, А. В. Теория сушки / А. В. Лыков. М.: Энергия, 1968. 472 с.
3. Акулич, П. В. Расчеты сушильных и теплообменных установок / П. В. Акулич. Минск: Беларус. наука, 2010. 443 с.
4. Рудобашта, С. П. Массоперенос в системах с твердой фазой / С. П. Рудобашта. М.: Химия, 1980. 248 с.
5. Васильев, В. Н. Технология сушки. Основы тепло- и массопереноса / В. Н. Васильев, В. Е. Куцакова, С. В. Фролов. Санкт-Петербург: ГИОРД, 2013. 224 с.
6. Филоненко, Г. К. Сушильные установки / Г. К. Филоненко, П. Д. Лебедев. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1952. 264 с.
7. Ольшанский, А. И. Тепло- и массообмен обобщенными комплексными переменными при термической обработке и сушке теплоизоляционных материалов / А. И. Ольшанский, А. А. Котов, С. М. Кузьменков // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. 2022. Т. 67, № 2. С. 191–203. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2022-67-2-191-203>.
8. Ольшанский, А. И. Исследование сушки тонких материалов с использованием обобщенных комплексных переменных / А. И. Ольшанский // Инженерно-физический журнал. 2016. Т. 89, № 4. С. 884–894.
9. Куц, П. С. Некоторые закономерности тепловлагообмена и приближенные методы расчета кинематики процесса сушки влажных материалов / П. С. Куц, А. И. Ольшанский // Инженерно-физический журнал. 1977. Т. 32, № 5. С. 1007–1014.
10. Ольшанский, А. И. Исследование тепломассообмена в процессах тепловой обработки и сушки теплоизоляционных материалов / А. И. Ольшанский, С. В. Жерносек, А. М. Гусаров // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2022. Т. 65, № 2. С. 156–168. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2022-65-2-156-168>.
11. Ольшанский, А. И. Экспериментальное исследование кинетики сушки тонких плоских влажных материалов методом регулярного режима с использованием обобщенных комплексных переменных / А. И. Ольшанский, А. М. Гусаров // Инженерно-физический журнал. 2017. Т. 90, №3. С. 700–713.
12. Сажин, Б. С. Научные основы техники сушки / Б. С. Сажин. М.: Наука, 1997. 447 с.
13. Кошелева, М. К. Особенности процесса сушки нетканых текстильных материалов / М. К. Кошелева, С. П. Рудобашта // Актуальные проблемы сушки и термовлажностной обработки материалов в различных отраслях промышленности и агропромышленном комплексе: сб. науч. ст. Первых Международных Лыковских науч. чтений. Курск: Ун-тская кн., 2015. С. 205–210.
14. Ольшанский, А. И. Исследование тепло- и массообмена в процессе конвективной термообработки и сушки теплоизоляционных материалов и приближенное уравнение кривой сушки / А. И. Ольшанский, А. Н. Голубев // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2023. Т. 66, № 5. С. 461–477. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2023-66-5-461-477>.

Поступила 22.03.2024 Подписана в печать 23.05.2024 Опубликовано онлайн 31.07.2024

## REFERENCES

1. Krasnikov V. V. (1973) *Conductive Drying*. Moscow, Energiya Publ. 288 (in Russian).
2. Lykov A. V. (1968) *Theory of Drying*. Moscow, Energiya Publ. 472 (in Russian).

3. Akulich P. V. (2010) *Calculations of Drying and Heat Exchange Installations*. Minsk, Belaruskaya Navuka Publ. 443 (in Russian).
4. Rudobashta S. P. (1980) *Mass Transfer in Systems with a Solid Phase*. Moscow, Khimiya Publ. 248 (in Russian).
5. Vasiliev V. N., Kutsakova V. E., Frolov S.V. (2013) *Drying Technology. Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. St. Petersburg, GIORД Publ. 224 (in Russian).
6. Filonenko G. K., Lebedev P. D. (1952) *Drying Plants*. Moscow–Leningrad, Gosenergoizdat Publ. 264 (in Russian).
7. Ol'shanskii A. I., A. A. Kotow, S. M. Kuzmenkov (2022) Heat and Mass Transfer by Generalized Complex Variables During Heat Treatment and Drying of Thermal Insulation Materials. *Vestsi Natsyyanal'nai Akademii Navuk Belarusi. Seryya Fizika-Tekhnichnykh Navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-Technical Series*, 67 (2), 191–203. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2022-67-2-191-203> (in Russian).
8. Ol'shanskii A. I. (2016) Investigation of the Drying of Thin Materials with the use of Generalized Complex Variables. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 89, 886–895. <https://doi.org/10.1007/s10891-016-1450-4>.
9. Kuts P. S., Ol'shansky A. I. (1977) Some Features of Heat and Moisture Transfer and Approximate Methods of Calculating the Drying Kinetics of Moist Materials. *Journal of Engineering Physics*, 32, 650–656. <https://doi.org/10.1007/bf00862568>.
10. Ol'shanskii A. I., Zhernosek S. V., Gusarov A. M. (2022) Investigation of Heat and Mass Transfer in the Processes of Heat Treatment and Drying of Thermal Insulation Materials. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 65 (2), 156–168. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2022-65-2-156-168> (in Russian).
11. Ol'shanskii A. I., Gusarov A. M. (2017) Experimental Study of the Kinetics of Drying of Thin Plane Moist Materials by the Regular-Regime Method Using Generalized Complex Variables. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 90, 665–678. <https://doi.org/10.1007/s10891-017-1614-x>.
12. Sazhin B. S. (1997) *Scientific Fundamentals of Drying Techniques*. Moscow, Nauka Publ. 447 (in Russian).
13. Kosheleva M. K., Rudobashta S. P. (2015) Features of the Drying Process of Nonwoven Textile Materials. *Aktual'nye Problemy Sushki i Termovlazhnostnoi Obrabotki Materialov v Razlichnykh Otrasyakh Promyshlennosti i Agropromyshlennom komplekse: Sb. Nauch. St. Pervykh Mezhdunarodnykh Lykovskikh Nauch. Chtenii* [Actual Problems of Drying and Thermal and-Moisture Treatment of Materials in Various Industries and Agro-Industrial Complex: Collection of Scientific Articles of the First International Lykov Scientific Readings]. Kursk, Universitetskaya Kniga Publ., 205–210 (in Russian).
14. Ol'shanskii A. I., Golubev A. N. (2023) Investigation of Heat and Mass Transfer in the Process of Convective Heat Treatment and Drying of Thermal Insulation Materials and Approximate Equation of the Drying Curve. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 66 (5), 461–477. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2023-66-5-461-477> (in Russian).