

<https://doi.org/10.21122/1029-7448-2022-65-3-209-223>

УДК 621.313.8

Симметрично-резонансный механизм компенсации паразитных моментов генератора на постоянных магнитах при стабильной нагрузке

К. В. Доброго¹⁾, И. А. Козначеев²⁾

¹⁾Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь),

²⁾Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова НАН Беларуси
(Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2022
Belarusian National Technical University, 2022

Реферат. Вибрации и неравномерность момента на оси генератора на постоянных магнитах приводят к его усиленному износу, шумности, снижению эффективности работы. В статье теоретически рассмотрена возможность устранения осцилляций момента вращения генератора на постоянных магнитах при постоянной нагрузке за счет взаимной компенсации взаимодействия катушек с полем постоянных магнитов при определенной симметрии этого поля. Данный эффект назван пи-резонансом. Для заданного класса модельных функций плотности магнитного поля постоянных магнитов показано, что полная компенсация наступает при определенном числе катушек (N_s) и магнитов (N_r), в то время как для прочих комбинаций $\{N_s, N_r\}$ взаимодействие носит характер осцилляций. Приведены таблицы пи-резонанса для ряда модельных функций плотности поля, представимых рядами Фурье до пятой степени. Пи-резонанс прежде всего реализуется в случае небольшого различия в значениях N_r и N_s , что соответствует расположению вблизи главной диагонали таблицы пи-резонансов, а также при N_r, N_s , соответствующих простым числам. Количество конфигураций $\{N_r, N_s\}$, обеспечивающих пи-резонанс (компенсацию паразитных моментов), наибольшее для синусоидальной плотности магнитного потока и уменьшается, если функция плотности магнитного потока аппроксимируется рядом Фурье высокой степени. В случае отсутствия сердечников катушек пи-резонанс возможен при $N_s = N_r$. Показана дополнительная возможность пи-резонанса при размещении катушек с противоположных сторон от ротора. Обоснован упрощенный метод исследования системы (без интегрирования уравнения для тока индукции). Результаты могут быть использованы при конструировании генераторов и моторов на постоянных магнитах.

Ключевые слова: момент трогания, генератор, магнит, неравномерность момента, паразитные моменты, моделирование, электромотор, статор, ротор, магнитное поле

Для цитирования: Доброго, К. В. Симметрично-резонансный механизм компенсации паразитных моментов генератора на постоянных магнитах при стабильной нагрузке / К. В. Доброго, И. А. Козначеев // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2022. Т. 65, № 3. С. 209–223. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2022-65-3-209-223>

Адрес для переписки

Доброго Кирилл Викторович
Белорусский национальный технический университет
просп. Независимости, 65/2,
220013, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 293-92-16
kirilldobrego@gmail.com

Address for correspondence

Dobrego Kirill V.
Belarusian National Technical University
65/2, Nezavisimosty Ave.,
2200713, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 293-92-16
kirilldobrego@gmail.com

Symmetric Resonance Mechanism for Elimination of Parasitic Torque of a Permanent Magnet Generator under Stable Load

K. V. Dobrego¹⁾, I. A. Koznacheev²⁾

¹⁾Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus),

²⁾A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. Vibration and torque ripple of the permanent magnet generator axis cause excessive wearing up of the generator, noise, efficiency reduction. The article theoretically considers the possibility of eliminating the oscillation of the rotation torque of the permanent magnets generator at constant load due to mutual compensation of the interaction of coils with the field of permanent magnets in the case of certain symmetry of this field. This effect is called pi resonance. For a given class of model functions of the magnetic field density of permanent magnets, it is shown that full compensation occurs with a certain number of coils (N_s) and magnets (N_r), while for other combinations of $\{N_s, N_r\}$ the interaction is in the nature of oscillations. Pi resonance tables are given for a number of model field density functions represented by Fourier series up to the fifth power. Pi resonance is primarily realized in the case of a small difference in the values of N_r and N_s , which corresponds to the location near the main diagonal of the pi resonance table, as well as at the values of N_r, N_s corresponding to prime numbers. The number of configurations $\{N_r, N_s\}$ providing pi resonance (compensation of parasitic torques) is the largest for the sinusoidal magnetic flux density and decreases if the magnetic flux density function is approximated by a high-degree Fourier series. It is shown that in the absence of coil cores, pi resonance is possible at $N_r = N_s$. An additional possibility of pi resonance is shown when placing coils on opposite sides of the rotor. A simplified method of investigating the system (without integrating the equation for the induction current) is substantiated. The results can be used in the design of permanent magnets generators and motors.

Keywords: starting torque, generator, magnet, torque ripple, parasitic torque, modeling, electric motor, stator, rotor, magnetic field

For citation: Dobrego K. V., Koznacheev I. A. (2022) Symmetric Resonance Mechanism for Elimination of Parasitic Torque of a Permanent Magnet Generator under Stable Load. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 65 (3), 209–223. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2022-65-3-209-223> (in Russian)

Введение

Осцилляции (подергивания) момента вращения при работе генератора – известные явления, обусловленные неравномерностью магнитного поля и силового взаимодействия обмоток статора и ротора (или магнитов ротора с катушками индуктивности), относимые к паразитным моментам [1]. Они приводят к увеличению шумности работы системы, ускоренному износу опорных узлов, снижению КПД. Борьбе с этим явлением посвящено значительное количество научных исследований и технических решений [2–7].

В [8] рассмотрена задача полной компенсации паразитных моментов при трогании и вращении на холостом ходу генератора на постоянных магнитах. Численным экспериментом показано, что для определенного класса потенциалов взаимодействия поля магнитов и сердечников катушек

возможно полное устранение указанных моментов. Определяющим условием при этом является строгая симметричность поля, геометрически точное расположение катушек и магнитов, а также их численное соотношение. Показано, что эффект исчезновения момента трогания и осцилляций момента при вращении на холостом ходу, названный пи-резонансом, быстро пропадает при невыполнении вышеперечисленных условий.

Не менее важной представляется задача снижения или полной компенсации паразитных моментов при работе генератора под нагрузкой, когда требуется максимальная плавность хода. Определенная стабильность скорости вращения генератора обеспечивается массовой инерцией вращающихся частей, однако механические подергивания момента силы на оси создают шумы, вибрации, влияют на износ подшипников. Вопрос о компенсации таких моментов рассмотрен в статье с помощью апробированной в [8] методики численного анализа.

Объектом исследования является синхронный генератор с торцевым расположением постоянных магнитов и пространственно разнесенными катушками индуктивности. С точки зрения физики рассматриваемая ситуация существенно отличается от случая статического взаимодействия ферромагнитных сердечников и постоянных магнитов [8]. Добавляется динамический компонент, связанный с взаимодействием поля ротора с токами индукции и самоиндукции катушек. Локальные силы и магнитные поля становятся функциями не только углового расположения ротора (координата γ), но и скорости его вращения $\omega = d\gamma/dt$.

Исходя из закона магнитомеханического преобразования энергии [9], можно утверждать, что суммарное магнитное поле системы вращается со скоростью вращения ротора ω . Каждая катушка статора находится во вращающемся магнитном поле, конфигурация и интенсивность которого предполагаются неизменными при постоянстве ω и электрической нагрузки. Периодичность общего поля определяется количеством постоянных магнитов, поскольку в системе изначально отсутствует иная симметрия магнитного поля. При этом каждая катушка испытывает периодическое силовое взаимодействие с магнитами ротора, и соответствующие периодические изменения испытывает энергия катушки (магнитного диполя) в магнитном поле.

В данной статье задача рассматривается не в общем виде, с использованием Фурье-разложения функции магнитной индукции и точных аналитических выкладок, а с помощью эвристического метода – на основе численных экспериментов с модельными системами статор – ротор делаются обобщающие выводы, имеющие практическое и теоретическое значение.

Разработана простая модель для изучения характера взаимодействия статора и ротора при постоянной нагрузке. Методом численного моделирования показано, что, как и при работе генератора без нагрузки, моменты взаимодействия поля с катушками могут быть строго компенсированы при определенных конфигурациях плотности магнитного поля магнитов и соотношениях числа магнитов (N_r) и катушек (N_s), что, аналогично

случаю [8], названо пи-резонансом. Условия такой компенсации представлены таблицами пи-резонанса. При отсутствии сердечников катушек пи-резонанс возможен при $N_s = N_r$. Дополнительная возможность компенсации осцилляций момента появляется при размещении катушек с противоположных сторон от ротора и их определенном угловом смещении относительно друг друга (скрытая симметрия). Обоснован упрощенный метод исследования системы без интегрирования уравнения для тока индукции.

Полученные результаты позволяют целенаправленно выбирать конфигурацию генераторов на постоянных магнитах, обеспечивающую минимальные паразитные моменты при его работе.

Постановка задачи

Рассмотрим синхронный генератор с торцевым расположением постоянных магнитов. На статоре смонтированы пространственно разнесенные плоские катушки без сердечников, на роторе закреплены плоские магниты с постоянной или чередующейся ориентацией полярности (рис. 1).

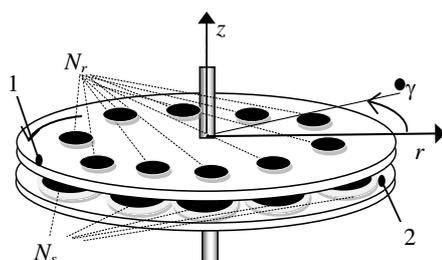


Рис. 1. Схема магнитно-механической системы статор – ротор:

1 – ротор с N_r вмонтированными постоянными магнитами; 2 – статор с N_s разнесенными катушками

Fig. 1. The diagram of the magnetic and mechanical stator – rotor system: 1 – rotor with N_r mounted permanent magnets; 2 – stator with N_s separate (spaced) coils

В рамках нашей модели система статор – ротор – магнитное поле рассматривается как двумерная: зависимость от координаты z отсутствует, все значимые поля и процессы, обеспечивающие электромеханическое преобразование энергии, сосредоточены в некоторой кольцевой полосе и не требуют разрешения по радиальной координате, поэтому все физические параметры системы считаются функциями единственной переменной – угла γ . Индукция магнитного поля B рассматривается как эквивалентная плотность потока магнитной индукции в бесконечно малом секторе под углом γ $dB(\gamma)$. Потокосцепление катушки определяется интегралом $dB(\gamma)$ по углу, соответствующему размеру катушки:

$$\Phi(\gamma, \mu) = F \int_{\alpha_i - \mu/2}^{\alpha_i + \mu/2} dB(\gamma) d\gamma, \quad (1)$$

где α_i – угол расположения i -й катушки; μ – угловой сектор, занимаемый отдельной катушкой; F – коэффициент (форм-фактор) размерности площади, определяемый геометрией катушки и магнитного поля.

Дифференциал потокосцепления определяется непосредственно функцией $dB(\gamma)$

$$\frac{d\Phi(\gamma, \mu)}{d\gamma} = F(dB(\gamma + \mu/2) - dB(\gamma - \mu/2)). \quad (2)$$

Среднее значение магнитной индукции поля, взаимодействующего с i -й катушкой:

$$\bar{B}(\gamma, \alpha_i, \mu) = \int_{\alpha_i - \mu/2}^{\alpha_i + \mu/2} dB(\gamma) d\gamma. \quad (3)$$

Если катушки расположены вплотную друг к другу, то значение μ близко к базовой величине угла $\mu_0 = 360/N_s$, в противном случае $\mu < \mu_0$.

Суть функционирования генератора – превращение механической работы в энергию электромагнитного поля и затем в работу электрического тока потребителя (рис. 2).

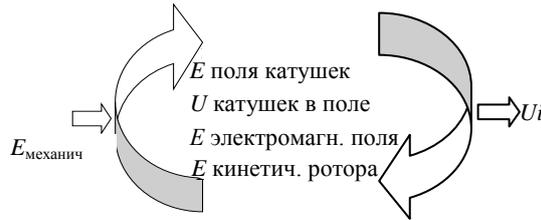


Рис. 2. Схема преобразования энергии в генераторе

Fig. 2. The diagram of energy transformation in electric generator

При постоянном потоке поступающей и выдаваемой энергии любые неравномерности момента вращения ротора (паразитные моменты) связаны с пульсацией потенциальной энергии катушек в магнитном поле системы, которая может быть выражена как сумма скалярных произведений магнитного момента каждой катушки на соответствующую среднюю для катушки индукцию магнитного поля системы [10]:

$$U(\gamma, \mu) = - \sum_{n=1}^{N_s} (m_i(\gamma, \mu) \bar{B}(\gamma)), \quad (4)$$

где $m_i = i_i NS$ – магнитный момент катушки, задаваемый протекающим током i_i , числом витков N и площадью сечения S .

Отметим, что индукция, рассматриваемая в (4), создается не только постоянными магнитами ротора, но и всеми соседними катушками статора. Однако в первом приближении (по крайней мере, при малых токах нагрузки) можно ограничиться учетом только поля постоянных магнитов.

Согласно закону магнитной индукции, ЭДС, возникающая в i -й катушке, пропорциональна скорости изменения магнитного потока (потокосцепления), а при появлении тока также возникает ЭДС самоиндукции

$$\text{ЭДС}_i(\gamma) = -\frac{d\Phi_i}{d\gamma}\omega - L\frac{di_i}{d\gamma}\omega, \quad (5)$$

где L – индуктивность катушки, Гн; $\omega = d\gamma/dt$ – скорость вращения ротора, м/с.

Учитывая связь ЭДС, тока и сопротивления, получаем уравнение для тока в i -й катушке

$$\frac{di_i}{d\gamma} + \frac{r+R}{\omega L}i_i(\gamma) = -\frac{1}{L}\frac{d\Phi}{d\gamma}, \quad (6)$$

где R, r – сопротивление нагрузки и внутреннее сопротивление катушки, Ом.

Решив (6) для модельных функций плотности магнитной индукции dB для каждой катушки, рассчитаем магнитный момент всех катушек $m_i(\gamma, \mu) = i_i NS$ и суммарную энергию катушек в поле согласно (4) или учитывая, что $\bar{B}(\gamma) = \Phi_i/S$:

$$U(\gamma, \mu) = -N \sum_{n=1}^{N_i} (i_i(\gamma)\Phi_i(\gamma)). \quad (7)$$

Таким образом, (1)–(3), (6), (7) позволяют вычислить величину потенциальной энергии катушек в поле генератора и проанализировать равномерность работы генератора при различных конфигурациях системы магнитов и катушек.

В определенном приближении функцию $U(\gamma, \mu)$ можно записать в явном виде, без интегрирования (5). Для этого перепишем (6) в конечно-разностном виде

$$\frac{i_i(\gamma+\delta) - i_i(\gamma)}{\delta} \cong -\frac{R+r}{\omega L} \left(i_i(\gamma) + \frac{\omega}{R+r} \frac{d\Phi_i}{d\gamma} \right), \quad (8)$$

где $\delta \ll \mu$ – малый угол.

Из (8) следует, что если $\delta = \frac{\omega L}{R+r}$, то $i_i(\gamma+\delta) = -\frac{\omega}{R+r} \frac{d\Phi}{d\gamma}$. Таким образом, при относительно небольшом значении параметра $\delta = \frac{\omega L}{R+r}$ ток

в катушке определяется периодической функцией изменения потока со сдвигом по фазе, равным δ :

$$i_i(\gamma) \cong -\frac{\omega}{R+r} \frac{d\Phi_i(\gamma-\delta)}{d\gamma}. \quad (9)$$

Поскольку $\omega L \ll (R + r)$ (условие малости тока) легко выполняется в случае катушек без сердечников, тем более для низкооборотных генераторов, запишем выражение для энергии катушек в системе в явном виде

$$U(\gamma, \mu) = \frac{FN\omega}{R+r} \sum_{n=1}^{N_s} \left\{ \left[dB \left(\frac{360n}{N_s} + \gamma + \mu/2 - \delta \right) - dB \left(\frac{360n}{N_s} + \gamma - \mu/2 - \delta \right) \right] \times \right. \\ \left. \times \left[\int dB \left(\frac{360n}{N_s} + \gamma + \mu/2 \right) - \int dB \left(\frac{360n}{N_s} + \gamma - \mu/2 \right) \right] \right\}. \quad (10)$$

Предположим, что определенная при помощи (10) картина пи-резонансов в системе будет сохраняться для любых токов (без наложения условия малости δ), поскольку отсутствуют физические причины нарушения симметрии магнитно-механической системы статор – ротор с возрастанием тока нагрузки. Гипотеза проверена прямым сравнением расчетов, выполненных по (10) и путем численного интегрирования (6). Установлено, что таблицы пи-резонансов, получаемые указанными способами, идентичны, во всяком случае для рассмотренных модельных функций магнитной индукции. При этом вычисления по (10) существенно проще.

Численный эксперимент

В качестве модельных функций плотности магнитного потока используем физически правдоподобные гладкие периодические симметричные (в рамках одного периода) функции:

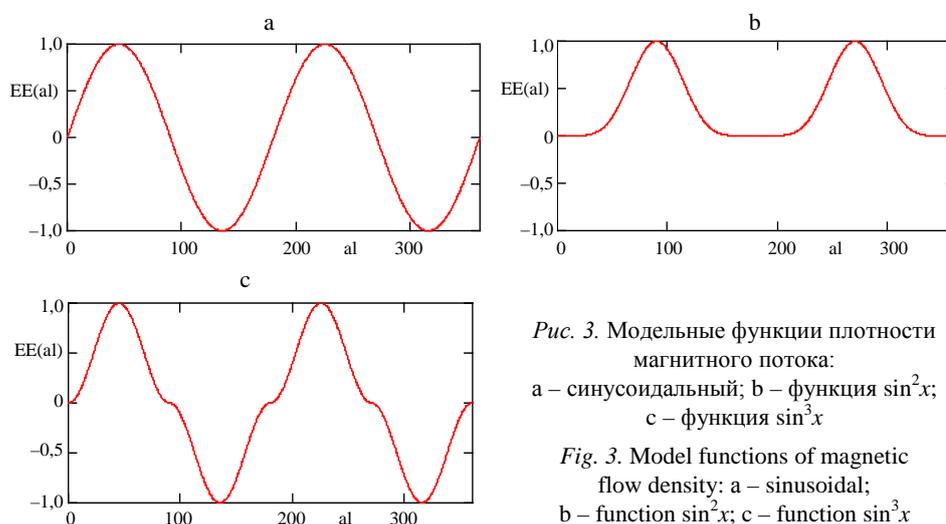
$$dB_1(\gamma) = \sin(\gamma)^n, \quad (11)$$

где n – целое положительное число.

Функции (11) могут рассматриваться как базис для аппроксимации более сложных функций потенциала. Основанием для такого утверждения является то, что функции синуса в степени n представимы в виде конечных рядов Фурье с высшим членом порядка n , и, таким образом, линейная комбинация модельных функций (11) до степени n обеспечивает аппроксимацию произвольной функции с точностью, эквивалентной Фурье-разложению этого же порядка. Первообразные (неопределенные интегралы) функций (11) выражаются в явном виде [11]:

$$\int \sin \gamma = \cos \gamma; \\ \int \sin(\gamma)^2 = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2\gamma}{4}; \\ \int \sin(\gamma)^3 = \frac{\cos^3 \gamma}{3} - \cos \gamma; \\ \int \sin(\gamma)^4 = \frac{3x}{8} - \frac{\sin 2\gamma}{4} + \frac{\sin 4\gamma}{32}. \quad (12)$$

Для наглядности приведем вид функций синуса, его четных и нечетных степеней (2)–(5) (рис. 3).



Функции с нечетными степенями n характеризуются симметричными максимумами и минимумами, в то время как у функций с четными степенями n максимумы и минимумы различны (рис. 3). Ввиду этого функции с нечетными степенями адекватны системе с чередующейся ориентацией полярности магнитов, а с четными – системе с постоянной ориентацией их полюсов. Рассмотрим отдельно взаимодействия статор – ротор для ряда модельных функций (11) с нечетными и четными степенями.

Суммарная энергия катушек в поле как функция угла поворота ротора получается подстановкой соответствующих функций (11), (12) в (10) и последующим численным расчетом. Простейшее качественное исследование графика функции позволяет построить таблицы пи-резонансов для случая работы генератора при стабильной нагрузке (табл. 1–3), где N_s – число катушек с сердечниками на статоре, N_r – число магнитов на роторе (для систем с постоянной полярностью магнитов) или периодов функции плотности магнитного поля (для систем с чередующейся полярностью магнитов), цифрами обозначено число осцилляций функции $U(\gamma)$ за один оборот ротора, пустые ячейки показывают отсутствие осцилляций. С практической точки зрения пи-резонанс обеспечивает плавный ход ротора.

В табл. 1 представлены пи-резонансы в системе статор – ротор с базовой модельной функцией плотности магнитного поля $dB_1(\gamma) = \sin\gamma$.

Интересно, что для модельной функции $dB_1(\gamma) = \sin^2\gamma$ таблица пи-резонансов качественно не отличается от случая $dB_1(\gamma) = \sin\gamma$.

Расчет соответствующих взаимодействий для модельных функций (11) с различными n показывает общую закономерность: с повышением степени n множество комбинаций $\{N_s, N_r\}$, обеспечивающих пи-резонанс, уменьшается, осциллирующее силовое взаимодействие становится более

универсальным свойством системы. При этом амплитуда энергии взаимодействия, как правило, уменьшается для вновь появляющихся комбинаций $\{N_s, N_r\}$, а также с повышением количества периодов (частоты) осциллирующих взаимодействий.

Таблица 1

**Пи-резонансы в системе статор – ротор нагруженного генератора
для функции плотности магнитной индукции $dB_1(\gamma) = \sin\gamma$**

**Pi resonances in the stator – rotor system of a loaded generator
for the magnetic induction density function $dB_1(\gamma) = \sin\gamma$**

N_s	N_r															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32
3			6			12			18			24			30	
4		4		8		12		16		20		24		28		32
5					10	0				20					30	
6			6			12			18			24			30	
7							14							28		
8				8				16				24				32
9									18							
10					10					20					30	
11											22					
12						12						24				
13													26			
14							14							28		
15															30	
16								16								32

Приведем сводные таблицы, в которых обобщены качественные результаты расчетов для ряда функций $\sin\gamma$, $\sin^3\gamma$, $\sin^5\gamma$, соответствующего случаю чередующихся полюсов магнитов (табл. 2), и ряда функций $\sin^2\gamma$, $\sin^4\gamma$, $\sin^6\gamma$, соответствующего случаю постоянной ориентации полюсов магнитов (табл. 3).

В табл. 2 без затемнения оставлены ячейки, соответствующие пи-резонансам для трех модельных функций с $n = 1, 3, 5$. Темно-серым цветом выделены ячейки, исключенные из пи-резонанса для модельной функции синуса ($n = 1$), серым – дополнительно исключаемые из пи-резонанса при модельной функции с $n = 3$, светло-серым – дополнительно исключаемые из пи-резонанса при модельной функции с $n = 5$. Цифры в ячейках показывают число периодов в зависимости $U(\gamma)$, приходящихся на один полный оборот ротора, для случая с $n = 5$. Характеризуя таблицу качественно, можно сказать, что более светлые ячейки соответствуют более благоприятным параметрам системы с точки зрения плавности хода ротора (уменьшения подергиваний).

Таблица 2

Пи-резонансы в системе статор – ротор нагруженного генератора
для функции плотности магнитной индукции $dB_1(\gamma) = \sin^n \gamma$ при $n = 1, 3, 5$

Pi resonances in the stator – rotor system of a loaded generator
for the magnetic induction density function $dB_1(\gamma) = \sin^n \gamma$ at $n = 1, 3, 5$

N_s	N_r																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
3	6	12	6	24	30	12	42	48	18	60	66	24	78	84	30	96	102	36	114	120
4	4	4	12	8	20	12	28	16	36	20	44	24	52	28	60	32	68	36	76	40
5	10	20	30	40	10	60	70	80	90	20	110	120	130	140	30	160	170	180	190	40
6	6	12	6	24	30	12	42	48	18	60	66	24	78	84	30	96	102	36	114	120
7							14							28						
8	8	8	24	8	40	24	56	16	72	40	88	24	104	56	120	32	136	72	152	40
9			18			36			18			72			90			36		
10	10	20	30	40	10	60	70	80	90	20	110	120	130	140	30	160	170	180	190	40
11											22									
12		12	12	24		12		48	36	60		24		84	60	96		36		120
13													26							
14							14							28						
15			30		30	60			90	60		120			30			180		120
16		16		16		48		16		80		48		112		32		144		80
17																	34			
18			18			36			18			72			90			36		
19																			38	
20		20		40	20	60		80		20		120		280	60	160		180		40

Аналогично в табл. 3 темно-серым цветом выделены ячейки, исключенные из пи-резонанса уже при базовой модельной функции синуса (качественно случаи $\sin \gamma$ и $\sin^2 \gamma$ не отличаются), серым – дополнительно исключаемые из пи-резонанса при модельной функции с $n = 4$, светло-серым – дополнительно исключаемые из пи-резонанса при модельной функции с $n = 6$. Цифры в ячейках показывают число периодов функции $U(\gamma)$, приходящихся на один полный оборот ротора, для случая с $n = 6$. Как и для табл. 2, более светлые ячейки соответствуют более благоприятным параметрам с точки зрения плавности хода ротора для системы с постоянной ориентацией магнитов.

В целом ряд модельных функций четных степеней обеспечивает несколько более благоприятные условия для пи-резонанса, поскольку в табл. 3 больше ячеек, соответствующих пи-резонансу в системе, по сравнению с табл. 2.

Численным экспериментом установлено, что для рядов модельных функций как с четным, так и нечетным n при постоянных значениях N_s , N_r число осцилляций (периодов) в $U(\gamma)$, приходящихся на полный оборот ротора, не меняется при увеличении или уменьшении n на четное число, если только при меньшем из значений n не обеспечивается пи-резонанс. Поэтому указанные в табл. 2, 3 значения числа периодов распространяются на все n одной четности.

Таблица 3

Пи-резонансы в системе статор – ротор нагруженного генератора
для функции плотности магнитной индукции $dB_1(\gamma) = \sin^n \gamma$ при $n = 2, 4, 6$

Pi resonances in the stator – rotor system of a loaded generator
for the magnetic induction density function $dB_1(\gamma) = \sin^n \gamma$ at $n = 2, 4, 6$

N_s	N_r																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	2	2	6	4	10	6	14	8	18	10	22	12	26	14	30	16	34	18	38	20
3	3	6	3	12	15	6	21	24	9	30	33	12	39	42	15	48	51	18	57	60
4	4	4	12	4	20	12	28	8	36	20	44	12	52	28	60	16	68	36	76	20
5	5	10	15	20	5	30	35	40	45	10	55	60	65	70	15	80	85	90	95	20
6	6	6	6	12	30	6	42	24	18	30	66	12	78	42	30	48	102	18	114	60
7							7							14						
8		8		8		24		8		40		24		56		16		72		40
9			9		18			9			36			45			18			
10		10		20	10	30		40		10		60		70	30	80		90		20
11											11									
12		12	12	12		12		24	36	60		12		168	60	48		36		60
13													13							
14							14							14						
15			15		15	30			45	30		60			15			90		60
16				16				16				48				16				80
17																	17			
18			18			18			18			36			90			18		
19																			19	
20				20	20			40		20		60			60	80				20

Общей особенностью, как и в случае работы без нагрузки [8], является то, что ячейки, обозначающие пи-резонанс, остаются локализованными около диагональных элементов таблицы. Кроме того, пи-резонанс преимущественно наблюдается при N_r, N_s , соответствующих простым числам.

Компенсация паразитных моментов при условии $N_r = N_s$

При равенстве числа магнитов и катушек статора (табл. 1–3, диагональные ячейки) в общем случае возникает осцилляция момента вращения вала генератора. Однако при отсутствии магнитных сердечников катушек данное свойство не является универсальным. Неравномерное зацепление статора и ротора может быть компенсировано за счет выбора размера катушек и их перекрытия (эффективного сектора, занимаемого катушкой). Действительно, в рассматриваемой постановке задачи взаимодействие катушки и поля ротора определяется интегралом (10), который берется по углу μ , занимаемому катушкой. Ввиду существенной площади сечения проводников катушек эффективная площадь сечения катушки меньше внешней (габаритной) ее площади, и при раздельном расположении последних сектор магнитного поля, взаимодействующего с катушкой, меньше базового сектора $\mu_0 = 360/N_s$. Именно такое условие принималось при расчете табл. 1–3. Однако при увеличении размера катушек и определенном наложении их друг на друга угол μ может стать равным или превзойти μ_0 . Численный расчет показывает, что когда $\mu = \mu_0$, пи-резонанс имеет место и в слу-

чае $N_r = N_s$. При этом остальная часть таблицы пи-резонансов не претерпевает изменения. На рис. 4 представлена амплитуда осциллирующей функции $U(\gamma)$ в зависимости от безразмерного эффективного сектора, занимаемого катушкой, для различных значений N_r . Значение комплексного выражения $FN\omega/(R+r)$ при расчете (10) принималось равным 1.

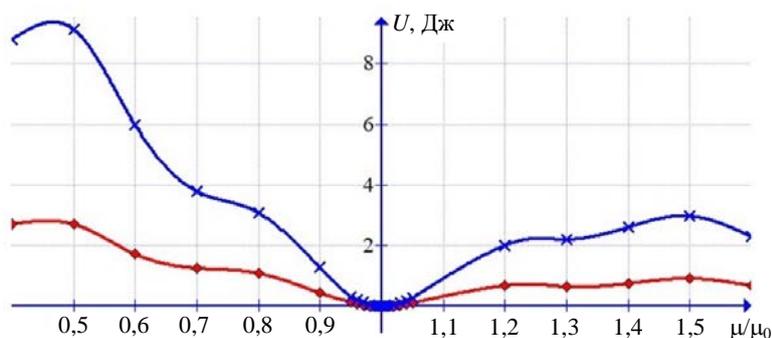


Рис. 4. Амплитуда функции $U(\gamma)$ в зависимости от относительного угла сектора, занимаемого катушкой μ/μ_0 : 1 – $N_r = N_s = 5$; 2 – 9

Fig. 4. Amplitude of $U(\gamma)$ as a function of the relative angle of the sector occupied by the coil μ/μ_0 : 1 – $N_r = N_s = 5$; 2 – 9

Из графика (рис. 4) видно, что амплитуда $U(\gamma)$ является существенно нелинейной функцией. Интенсивность осцилляций момента обращается в нуль при $\mu/\mu_0 = 1$, растет при отклонении от этого значения (как в меньшую, так и в большую сторону) и достигает максимума при $\mu/\mu_0 \sim 0,5$.

Случай двух статоров. Скрытая симметрия системы

При использовании двух статоров, расположенных с двух сторон от ротора, характер взаимодействия с каждым из них по отдельности остается прежним. В силу аддитивности и независимости взаимодействия, если пи-резонанс реализуется для одного статора, он сохранится и для двух одинаковых статоров, несмотря на их взаимное угловое расположение.

Если при этом два статора располагаются с угловым сдвигом $360/(2N_s)$, соответствующим углу симметрии системы катушек, они образуют периодическую структуру и взаимодействуют как единая система с удвоенным количеством катушек. Например, для синусоидальной плотности магнитной индукции при $N_r = 9$, $N_{s1} = 6$, $N_{s2} = 6$ (индексы 1, 2 обозначают первый и второй статоры) система закономерно дает осциллирующий потенциал $U(\gamma)$ с 18 периодами, как и при взаимодействии с каждым по отдельности. Однако если сдвиг угла расположения обоих статоров $360/(2N_s) = 30^\circ$, произойдет полная компенсация паразитных моментов в соответствии с табл. 1. Характер приближения к пи-резонансу показан на рис. 5, где штриховой вертикальной линией обозначен угол сдвига, соответствующий симметричному равноудаленному расположению статоров. Из приведенного графика видно, что имеет место линейное приближение к состоянию пи-резонанса.

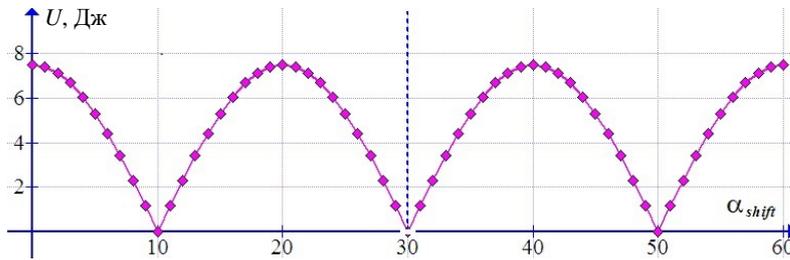


Рис. 5. Энергия взаимодействия ротор – статор в зависимости от угла сдвига первого и второго статоров α_{shift} : $N_r = 9$, $N_{s1} = 6$, $N_{s2} = 6$

Fig. 5. Stator – rotor interaction energy as a function of angular shift between the first and the second stators α_{shift} : $N_r = 9$, $N_{s1} = 6$, $N_{s2} = 6$

В рассматриваемой системе, как и в случае задачи о нулевом моменте трогания [8], обнаруживается скрытая симметрия: пи-резонанс реализуется не только при симметричном равноудаленном расположении статоров ($\alpha_{shift} = 30^\circ$), но и при дальнейшем смещении одного из них на целое число базовых углов симметрии магнитной системы $\theta_0 = 360/(2N_r)$ (в данном случае 20°) (рис. 5). Разумеется, такой эффект может возникнуть только при высокой геометрической точности размещения катушек и симметричном расположении статоров по обе стороны от ротора, что требует специального подхода при конструировании и изготовлении генератора. Закономерности, связанные с точностью положения магнитов и катушек, обсуждены в [8].

Другой тип скрытой симметрии системы обнаруживается, когда $N_{s1} = N_{s2}$ и $N_r = N_{s1} + N_{s2}$. В этом случае при симметричном равноудаленном выстраивании катушек пи-резонанс не возникает (табл. 2, 3). Однако он может появиться при сдвиге одного ротора от симметричного расположения на половину базового угла симметрии магнитной системы $\theta_0/2 = 360/(4N_r)$ (в данном случае 9°) (рис. 6).

В случае $N_{s1} \neq N_{s2}$ пи-резонанс в системе не выявлен. Более полное рассмотрение вопроса о скрытой симметрии в системе требует отдельного исследования.

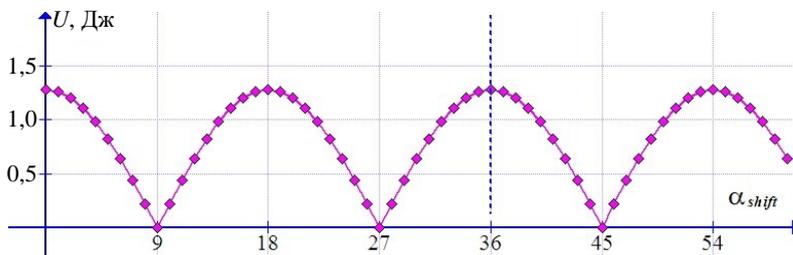


Рис. 6. Энергия взаимодействия ротор – статор в зависимости от угла сдвига первого и второго статоров α_{shift} : $N_r = 10$, $N_{s1} = 5$, $N_{s2} = 5$

Fig. 6. Stator – rotor interaction energy as a function of angular shift between the first and the second stators α_{shift} : $N_r = 10$, $N_{s1} = 5$, $N_{s2} = 5$

ВЫВОДЫ

1. Методом численного эксперимента исследована работа генератора на постоянных магнитах при стабильной нагрузке. Рассмотрен вопрос о симметрично-резонансном механизме компенсации осцилляций момента вращения генератора при определенной симметрии поля постоянных магнитов. Эффект полной компенсации осцилляций назван пи-резонансом. Показано, что компенсация паразитных моментов в генераторе на постоянных магнитах при работе с постоянной нагрузкой реализуется аналогично случаю трогания генератора и работы без нагрузки. Конфигурации числа магнитов и катушек $\{N_r, N_s\}$, обеспечивающих пи-резонанс, локализуются вблизи главной диагонали таблицы пи-резонансов и при значениях N_r, N_s , соответствующих простым числам.

2. Общей тенденцией является то, что число конфигураций $\{N_r, N_s\}$, обеспечивающих пи-резонанс, уменьшается с увеличением степени синуса для семейства модельных функций плотности магнитной индукции (11). Поскольку модельные функции $\sin(\gamma)^n$ разлагаются в ряд Фурье степени n , этот же вывод относится и к другим функциям, аппроксимируемым рядами Фурье той же степени.

3. Показано, что за счет выбора размера катушек и степени перекрытия площади потокоцепления возможна компенсация осцилляций при равенстве числа периодов постоянного магнитного поля и катушек ($N_r = N_s$). Однако при наличии сердечников катушек такая компенсация невозможна.

4. Рассмотрена работа генератора при наличии двух статоров, расположенных с двух сторон от ротора. Паразитные моменты в такой системе могут компенсироваться аналогично случаю одного статора при условии симметричного равноудаленного расположения статоров. При этом в системе с двумя статорами обнаружена дополнительная (скрытая) симметрия, в силу которой пи-резонанс может реализоваться не только при симметричном взаимном их расположении, но и при сдвигах, определяемых симметрией поля постоянных магнитов и катушек статора.

5. Исследование позволяет дать рекомендации по симметричной конфигурации и количеству магнитов и катушек в системе статор – ротор генератора на постоянных магнитах. Полученные результаты могут быть использованы при конструировании электродвигателей на постоянных магнитах, для которых задача компенсации паразитных моментов также важна [12]. Продолжением настоящего исследования может стать решение задачи о компенсации паразитных моментов в случае конкретных схем коммутации катушек и нагрузки электрической машины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Костенко, М. П. Электрические машины: в 2 ч. / М. П. Костенко, Л. М. Пиотровский. М.: Энергия. 1973. Ч. 2. 648 с.
2. Ghasemi, A. Cogging Torque Reduction and Optimization in Surface-Mounted Permanent Magnet Motor Using Magnet Segmentation Method / A. Ghasemi // Electric Power Components and Systems. 2014. Vol. 42, Iss. 12. P. 1239–1248. <https://doi.org/10.1080/15325008.2014.893548>.
3. Keyhani, A. Study of Cogging Torque in Permanent Magnet Machines / A. Keyhani [et al.] // Electric Machines & Power Systems. 1999. Vol. 27, Iss. 7. P. 665–678. <https://doi.org/10.1080/073135699268939>.

4. Platt, D. Torque Calculation of Machines with Permanent Magnet Materials / D. Platt, S. Geetha // *Electric Machines & Power Systems*. 1996. Vol. 24, Iss. 4. P. 393–415. <https://doi.org/10.1080/07313569608955682>.
5. Macek-Kamińska, Kr. The Use of Modern Tools in Simulation of Electromechanical Systems / Kr. Macek-Kamińska, M. Kamiński // *Przegląd Elektrotechniczny*. 2009. Vol. 3. P. 92–95.
6. Магнитоэлектрический генератор: пат. WO2014074009A1 / С. М. Есаков, М. С. Есаков, А. Ю. Велико-Иваненко. Оpubл. 15.05.2014.
7. Motor/Generator to Reduce Cogging Torque: Patent US7595575B2 / Yu. Kaneko, H. Nakayama. Publ. date 29.09.2009.
8. Добрего, К. В. Симметрично-резонансный механизм компенсации паразитных моментов генератора на постоянных магнитах при трогании и на холостом ходу / К. В. Добрего // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2022. Т. 65, № 1. С. 22–36. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2022-65-1-22-36>.
9. Копылов, И. П. Электрические машины / И. П. Копылов. М.: Энергоатомиздат, 1986. 360 с.
10. Сивухин, Д. В. Общий курс физики / Д. В. Сивухин. Т. 3. Электричество. М.: Наука, 1977. 704 с.
11. Двайт, Г. Б. Таблицы интегралов / Г. Б. Двайт. М.: Наука, 1966. 228 с.
12. Фираго, Б. И. Исследование переходных процессов электропривода с синхронным двигателем с постоянными магнитами при линейном изменении частоты питающего напряжения / Б. И. Фираго, С. В. Александровский // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2020. Т. 63, № 3. С. 197–211. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-3-197-211>.

Поступила 01.10.2021 Подписана в печать 07.12.2021 Опубликована онлайн 31.05.2022

REFERENCES

1. Kostenko M. P., Piotrovskii L. M. (1973) *Electrical Machinery. Part 2*. Moscow, Energiya Publ. 648 (in Russian).
2. Ghasemi A. (2014) Cogging Torque Reduction and Optimization in Surface-Mounted Permanent Magnet Motor Using Magnet Segmentation Method. *Electric Power Components and Systems*, 42 (12), 1239–1248. <https://doi.org/10.1080/15325008.2014.893548>.
3. Keyhani A., Studer C. B., Sebastian T., Murthy S. K. (1999) Study of Cogging Torque in Permanent Magnet Machines. *Electric Machines & Power Systems*, 27 (7), 665–678. <https://doi.org/10.1080/073135699268939>.
4. Platt D., Geetha S. (1996) Torque Calculation of Machines with Permanent Magnet Materials. *Electric Machines & Power Systems*, 24 (4), 393–415. <https://doi.org/10.1080/07313569608955682>.
5. Macek-Kamińska K., Kamiński M. (2009) The Use of Modern Tools in Simulation of Electromechanical Systems. *Przegląd Elektrotechniczny*, (3), 92–95.
6. Esakov S. M., Esakov M. S., Veliko-Ivanenko A. Y. (2014) *Magneto-Electrical Generator*: Patent WO2014074009A1 (in Russian).
7. Kaneko Yu., Nakayama H. (2005) *Motor/Generator to Reduce Cogging Torque*: Patent US7595575B2.
8. Dobrego K. V. (2022) Symmetrical Resonance Mechanism of Elimination of Parasitic Torques of the Permanent Magnets Generator when Starting and Idling. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 65 (1), 22–36. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2022-65-1-22-36> (in Russian).
9. Kopylov I. P. (1986) *Electrical Machinery*. Moscow, Energoatomizdat Publ. 360 (in Russian).
10. Sivukhin D. V. (1977) *General Physics Course. Vol. 3. Electricity*. Moscow, Nauka Publ. 704 (in Russian).
11. Dwight G.B. (1966) *Tables of Integrals and Other Mathematical Data*. Moscow, Nauka Publ., 228 (in Russian).
12. Firago B. I., Aleksandrovsky S. V. (2020) Investigation of Transients of the Electrical Drive with a Permanent Magnet Synchronous Motor under a Ramp of Supply Voltage Frequency. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 63 (3), 197–211. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-3-197-211> (in Russian).

Received: 1 October 2021 Accepted: 7 December 2021 Published online: 31 May 2022