

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ ОДНОЖИЛЬНОГО СИЛОВОГО КАБЕЛЯ

Канд. техн. наук, доц. ЗАЛИЗНЫЙ Д. И., асп. ПРОХОРЕНКО С. Н.

Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого

В современных системах электроснабжения для передачи электроэнергии силовые кабельные линии считаются более перспективными по сравнению с воздушными. Во многих странах мира на вновь строящихся объектах или при реконструкции существующих в качестве линий электропередачи применяют только силовые кабели и, как правило, с изоляцией из сшитого (вулканизированного или самозатухающего) полиэтилена. В большинстве случаев такие кабели являются одножильными, их прокладывают по несколько штук в одном кабельном канале.

В процессе работы под нагрузкой происходит нагрев силового кабеля из-за потерь активной мощности в его жиле и других элементах. Если температура жилы приближается к максимально допустимой, составляющей для кабелей с изоляцией из сшитого полиэтилена 90 °С [1, с. 79], то начинается процесс интенсивного теплового износа изоляции, ее тепловое старение. В результате может произойти тепловой пробой изоляции [1, с. 519]. Для исправного трехжильного кабеля, находящегося в эксплуатации, такая ситуация маловероятна, поскольку на этапе проектирования сечение жилы кабеля выбирают либо по экономической плотности тока, либо по условию допустимых потерь напряжения. В обоих случаях расчетный ток в кабеле минимум в 1,5 раза ниже длительно допустимого. В одножильном кабеле дополнительным источником теплоты является ток в экране, что не всегда учитывают на стадии проектирования. Кроме того, на значение температуры кабеля влияют состояние его изоляции, гармонический состав тока, ухудшение условий охлаждения и другие факторы, не учитываемые при проектировании.

Быстрый рост температуры в кабеле происходит при протекании по нему токов короткого замыкания даже в течение времени срабатывания защиты. Это также может повлиять на срок службы его изоляции.

Таким образом, существует необходимость непрерывного (в режиме реального времени) мониторинга тепловых процессов в кабеле для повышения надежности его эксплуатации. Однако жила кабеля, на поверхности которой находится наиболее нагретая точка его изоляции, не доступна для непосредственного измерения температуры. Получить эти значения можно только расчетным путем.

На территории стран СНГ применяют расчетный метод определения температуры наиболее нагретой точки изоляции жилы кабеля на основе измеренных значений температуры его поверхности, температуры воздуха и токов жил по следующей формуле [1, с. 526]:

$$\theta_{\text{ж}} = \theta_{\text{пв}} + \frac{nI^2 \rho_{20} T_{\text{к}} K (1 + \alpha (\theta_{\text{доп}} - \theta_{\text{окр}}))}{S}, \quad (1)$$

где $\theta_{ж}$ – расчетная температура жилы кабеля, °С; $\theta_{пв}$ – измеренная температура поверхности кабеля, °С; n – число жил кабеля; I – максимальный ток кабеля при проведении измерений, А; ρ_{20} – удельное электрическое сопротивление жилы кабеля при 20 °С, Ом·м; T_k – сумма термических сопротивлений изоляции и защитных покровов кабеля, °С·м/Вт; K – поправочный коэффициент для приведения электрического сопротивления к расчетной температуре (при прокладке в воздухе – 1,02; в земле – 0,98); α – температурный коэффициент сопротивления материала жилы, 1/°С; $\theta_{доп}$ – длительно допустимая температура изоляции жилы, °С; $\theta_{окр}$ – измеренная температура окружающей среды, °С; S – сечение жилы кабеля, м².

Основное назначение уравнения (1) – рассчитать температуру жилы кабеля максимально просто с помощью калькулятора. Данная формула учитывает только стационарные тепловые процессы в кабеле и справедлива при установившихся значениях измеряемых величин. Это же характерно и для всех нормативных документов по расчету тепловых процессов в силовых кабелях: МЭК (IEC) 60287, ГОСТ Р МЭК 60287-1-1, ГОСТ Р МЭК 60287-1-2, ГОСТ Р МЭК 60287-1-3, ГОСТ Р МЭК 60287-2-1, ГОСТ Р МЭК 60287-2-2. В реальной эксплуатации, естественно, все измеряемые величины изменяются во времени, и для их учета необходимо вести расчет нестационарных тепловых процессов.

На сегодняшний день существуют мощные программные пакеты типа MatLab или ANSYS, позволяющие на основе сеточных методов вести анализ тепловых полей сложных объектов. Однако возможности расчетов нестационарных тепловых режимов даже в таких программах отсутствуют или требуют значительных вычислительных ресурсов, что ограничивает их применение для расчетов в режиме реального времени и соответственно для целей диагностики.

Альтернативным методом анализа нестационарных тепловых процессов является метод однородных тел, когда изучаемый объект, в частности силовой кабель, можно разбить на относительно небольшое количество элементов с заданными тепловыми характеристиками, введя ряд упрощений и допущений.

В [2, 3] рассмотрена базовая математическая модель тепловых процессов, в которой силовой кабель представлен как система из трех однородных тел: жилы, изоляции и защитной оболочки. Эта модель не учитывает влияние теплообмена между поверхностью кабеля и окружающей средой, поэтому и дает заниженные результаты.

Рассмотрим два вида окружающей среды: внутреннюю и внешнюю. Пусть температура внутренней окружающей среды зависит от нагрева кабеля, а температура внешней не зависит.

Представим внутреннюю окружающую среду как полый цилиндр с внешним диаметром d_4 . Внутренняя граница этого цилиндра совпадает с поверхностью кабеля, а внешняя граница соответствует началу области внешней окружающей среды.

Внешнюю окружающую среду рассмотрим как полый цилиндр с бесконечно большим внешним диаметром. На рис. 1 показаны конструкция одножильного кабеля как системы тепловых однородных тел (а) и структурная схема тепловых процессов в такой системе (б).

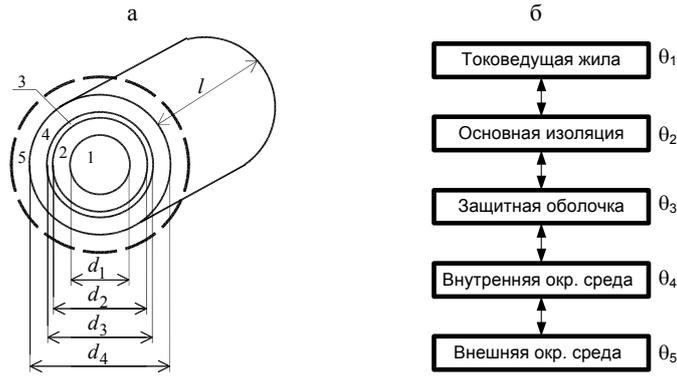


Рис. 1. Представление одножильного кабеля как системы тепловых однородных тел: а – конструкция кабеля; б – структурная схема тепловых процессов; 1 – токоведущая жила; 2 – основная изоляция; 3 – защитная оболочка; 4 – внутренняя окружающая среда; 5 – внешняя окружающая среда

Каждому однородному телу (рис. 1) соответствует значение температуры θ_i на его внутренней границе, где i – номер тела. При этом температуру внешней окружающей среды θ_5 будем считать заранее заданной, полученной в результате измерений. Тогда дифференциальные уравнения теплового равновесия, описывающие тепловые процессы в рассматриваемой системе, запишутся в виде [2]:

$$\begin{cases} C_1 \frac{d\theta_1}{dt} + \frac{\theta_1 - \theta_2}{R_1} = P; \\ C_2 \frac{d\theta_2}{dt} + \frac{\theta_2 - \theta_1}{R_1} + \frac{\theta_2 - \theta_3}{R_2} = 0; \\ C_3 \frac{d\theta_3}{dt} + \frac{\theta_3 - \theta_2}{R_2} + \frac{\theta_3 - \theta_4}{R_3} = 0; \\ C_4 \frac{d\theta_4}{dt} + \frac{\theta_4 - \theta_3}{R_3} + \frac{\theta_4 - \theta_5}{R_4} = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где $\theta_1 - \theta_5$ – соответственно температуры однородных тел: токоведущей жилы, основной изоляции, защитной оболочки, внутренней и внешней окружающих сред, °C; $C_1 - C_4$ – теплоемкости соответствующих однородных тел, Вт·с/°C; $R_1 - R_4$ – тепловые сопротивления соответствующих однородных тел, °C/Вт; P – потеря активной мощности в токоведущей жиле, Вт.

На основе системы (2) может быть синтезирована тепловая схема замещения кабеля [2–4], переходные процессы в которой полностью идентичны нестационарным тепловым процессам и которая позволяет вести расчеты методами теоретической электротехники, что очень удобно и наглядно. Такая схема с обозначениями тепловых параметров приведена на рис. 2.

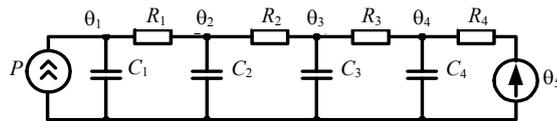


Рис. 2. Тепловая схема замещения одножильного силового кабеля с учетом параметров окружающей среды

Воспользовавшись преобразованием Лапласа, получим соотношение для температуры изоляции жилы:

$$\theta_2(p) = \frac{(b_2 p^2 + b_1 p + b_0)P(p) + (g_1 p + 1)\theta_5(p)}{a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + 1}, \quad (3)$$

где

$$\begin{cases} b_2 = R_2 R_3 R_4 C_3 C_4; \\ b_1 = R_4 C_4 (R_2 + R_3) + R_2 C_3 (R_3 + R_4); \\ b_0 = R_2 + R_3 + R_4; \\ g_1 = R_1 C_1; \\ a_4 = R_1 R_2 R_3 R_4 C_1 C_2 C_3 C_4; \\ a_3 = R_3 R_4 (R_1 + R_2) C_1 C_3 C_4 + R_1 R_4 (R_2 + R_3) C_1 C_2 C_4 + \\ + R_1 R_2 (R_3 + R_4) C_1 C_2 C_3 + R_2 R_3 R_4 C_2 C_3 C_4; \\ a_2 = R_4 (R_1 + R_2 + R_3) C_1 C_4 + (R_3 + R_4) (R_1 + R_2) C_1 C_3 + \\ + R_1 (R_2 + R_3 + R_4) C_1 C_2 + R_4 (R_2 + R_3) C_2 C_4 + \\ + R_2 (R_3 + R_4) C_2 C_3 + R_3 R_4 C_3 C_4; \\ a_1 = (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) C_1 + (R_2 + R_3 + R_4) C_2 + \\ + (R_3 + R_4) C_3 + R_4 C_4. \end{cases} \quad (4)$$

Для температуры поверхности кабеля расчетное соотношение запишется в виде

$$\theta_4(p) = \frac{R_4 P(p) + (h_3 p^3 + h_2 p^2 + h_1 p + 1)\theta_5(p)}{a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + 1}, \quad (5)$$

где

$$\begin{cases} h_3 = R_1 R_2 R_3 C_1 C_2 C_3; \\ h_2 = R_2 R_3 C_3 (C_1 + C_2) + R_1 R_3 (C_1 C_3 + C_1 C_2) + R_1 R_2 C_1 C_2; \\ h_1 = R_3 (C_1 + C_2 + C_3) + R_2 (C_1 + C_2) + R_1 C_1. \end{cases} \quad (6)$$

Тепловые сопротивления однородных тел R_1 – R_3 рассчитываются по формулам [3, 4]:

$$\begin{cases} R_1 = \frac{1}{2\gamma_1 \pi l}; \\ R_2 = \frac{\ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right)}{2\gamma_2 \pi l}; \\ R_3 = \frac{\ln\left(\frac{d_3}{d_2}\right)}{2\gamma_3 \pi l}, \end{cases} \quad (7)$$

где d_1-d_3 – диаметры соответствующих однородных тел (рис. 1), м;
 $\gamma_1-\gamma_3$ – удельные теплопроводности материалов однородных тел, Вт/(м·°С);
 l – длина кабеля, м.

Теплоемкости однородных тел C_1-C_3 можно найти по формулам [3, 4]:

$$\begin{cases} C_1 = c_1 G_1 = c_1 \beta_1 \frac{\pi d_1^2}{4} l; \\ C_2 = c_2 G_2 = c_2 \beta_2 \frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_1^2) l; \\ C_3 = c_3 G_3 = c_3 \beta_3 \frac{\pi}{4} (d_3^2 - d_2^2) l, \end{cases} \quad (8)$$

где c_1-c_3 – удельные теплоемкости материалов соответствующих однородных тел, с·Вт/(°С·кг); G_1-G_3 – массы соответствующих однородных тел (рассчитываются как произведение плотности на объем), кг; $\beta_1-\beta_3$ – плотности материалов соответствующих однородных тел, кг/м³.

Рассмотрим расчет тепловых параметров внутренней окружающей среды R_4 и C_4 .

Воспользуемся упрощенной формулой расчета теплового сопротивления окружающей среды, приведенной в [4, с. 248]:

$$R_{\text{окр}} = \frac{0,1}{\pi l d_k}, \quad (9)$$

где l – длина кабеля; d_k – внешний диаметр кабеля; в рассматриваемом случае $d_k = d_4$ и $R_{\text{окр}} = R_4$.

Так как внутренняя окружающая среда представлена в виде полого цилиндра, для расчета можно воспользоваться вторым или третьим уравнением (7)

$$R_4 = \frac{\ln\left(\frac{d_5}{d_4}\right)}{2\gamma_4 \pi l}, \quad (10)$$

где γ_4 – удельная теплопроводность воздуха или среды, в которой проложен кабель.

Приравняв соотношения (9) и (10), после преобразований получим выражение для расчета внешнего диаметра цилиндра внутренней окружающей среды

$$d_5 = d_4 \exp\left(\frac{0,2\gamma_4}{d_4}\right). \quad (11)$$

Таким образом, для расчета теплового сопротивления R_4 необходимо воспользоваться вначале соотношением (11), а затем соотношением (10).

Теплоемкость внутренней окружающей среды C_4 можно рассчитать по аналогии с (8)

$$C_4 = c_4 G_4 = c_4 \beta_4 \frac{\pi}{4} (d_5^2 - d_4^2) l, \quad (12)$$

где G_4 , c_4 , β_4 – соответственно масса, удельная теплоемкость и плотность внутренней окружающей среды.

Разработаем алгоритмы расчета температур изоляции жилы и поверхности кабеля. Для этого разобьем реальные графики величин – активных потерь в жиле и температуры внешней охлаждающей среды – на равные интервалы времени с периодом дискретизации Δt и будем считать эти величины постоянными в течение каждого из интервалов, как показано на рис. 3 на примере потерь.

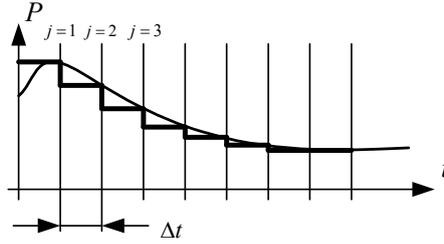


Рис. 3. Преобразование исходного графика активных потерь в жиле кабеля в ступенчатый график

Тогда на каждом j -м интервале расчета в соответствии с правилами операторного преобразования Лапласа [5, с. 131] можно записать:

$$P_j(p) = \frac{P_j}{p}; \quad (13)$$

$$\theta_{5,j}(p) = \frac{\theta_{5,j}}{p}. \quad (14)$$

Пусть p_1, p_2, p_3, p_4 – корни характеристического уравнения в выражении (3). Тогда с учетом (13) и (14) формула (3) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \theta_{2,j}(p) &= \frac{(b_2 p^2 + b_1 p + b_0) \frac{P_j}{p} + (g_1 p + 1) \frac{\theta_{5,j}}{p}}{a_4 (p - p_1)(p - p_2)(p - p_3)(p - p_4)} = \\ &= \frac{P_j}{p} \sum_{i=1}^4 \left(\frac{w_i}{1 + p\tau_i} \right) + \frac{\theta_{5,j}}{p} \sum_{i=1}^4 \left(\frac{z_i}{1 + p\tau_i} \right), \end{aligned} \quad (15)$$

где $w_i, z_i, \tau_i = -1/p_i$ – коэффициенты, получаемые при разложении выражения для $\theta_2(p)$ на простые дроби (частичные доли).

Из (15) следует, что исходная передаточная функция $\theta_2(p)$ может быть представлена в виде суммы передаточных функций апериодических звеньев первого порядка, как показано на рис. 4.

Учитывая, что при скачкообразном изменении входной величины переходный процесс i -го апериодического звена представляет собой экспоненту

с постоянной времени τ_i , для каждой экспоненциальной составляющей $\vartheta_{i,j}$ или $\eta_{i,j}$ (рис. 4) температуры $\theta_{2,j}$ во временной области можно записать

$$\vartheta_{i,j} = (\vartheta_{уст})_{i,j} + \left(\vartheta_{i,j-1} + (\vartheta_{уст})_{i,j} \right) e^{-\frac{\Delta t}{\tau_i}}, \quad (16)$$

где $(\vartheta_{уст})_{i,j}$ – установившееся значение составляющей $\vartheta_{i,j}$ на j -м интервале.

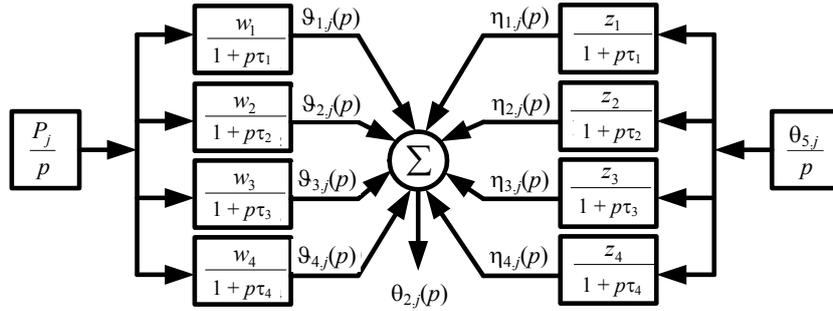


Рис. 4. Структурная схема для расчета температуры изоляции жилы кабеля

Величины $(\vartheta_{уст})_{i,j}$ можно найти как из выражения (15), так и используя правила обратного преобразования Лапласа [5, с. 136].

С учетом (16) алгоритм для расчета температуры изоляции жилы силового кабеля $\theta_{2,j}$ можно записать следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_i = \frac{-(b_2(p_i)^2 + b_1 p_i + b_0)}{H(p_i)}; \\ z_i = \frac{-(g_1 p_i + 1)}{H(p_i)}; \\ H(p_i) = 5a_4(p_i)^4 + 4a_3(p_i)^3 + 3a_2(p_i)^2 + 2a_1 p_i + a_0; \\ \tau_i = -\frac{1}{p_i}; \\ P_j = I_j^2 \rho_{20} (1 + \alpha(\theta_{2,j-1} - 20)) \frac{4l}{\pi d_1^2}; \\ \vartheta_{i,j} = w_i P_j + (\vartheta_{i,j-1} - w_i P_j) e^{-\frac{\Delta t}{\tau_i}}; \\ \eta_{i,j} = z_i \theta_{5,j} + (\eta_{i,j-1} - z_i \theta_{5,j}) e^{-\frac{\Delta t}{\tau_i}}; \\ \theta_{2,j} = \sum_{i=1}^4 (\vartheta_{i,j} + \eta_{i,j}), \end{array} \right. \quad (17)$$

где $i \in \{1; 2; 3; 4\}$ – номер экспоненциальной составляющей теплового процесса; j – номер отсчета; p_i – корни характеристического уравнения

выражения (3); τ_i – постоянные времени экспоненциальных составляющих; w_i и z_i – коэффициенты, рассчитываемые в соответствии с правилами обратного преобразования Лапласа; $\vartheta_{i,j}$ и $\eta_{i,j}$ – соответственно составляющие температуры изоляции жилы от активных потерь в жиле и от температуры внешней охлаждающей среды по каждой экспоненциальной составляющей; Δt – интервал времени между j -м и $(j + 1)$ -м отсчетами (период дискретизации).

Пятое уравнение алгоритма (17) учитывает зависимость электрического сопротивления жилы кабеля от ее температуры.

Расчет для температуры поверхности кабеля $\theta_{4,j}$ будет аналогичным, только коэффициенты w_i и z_i в соответствии с (5) и (6) будут определяться по формулам:

$$\begin{cases} w_i = \frac{-R_4}{H(p_i)}; \\ z_i = \frac{-(h_3(p_i)^3 + h_2(p_i)^2 + h_1 p_i + 1)}{H(p_i)}. \end{cases} \quad (18)$$

Вместо алгоритмов (17) и (18) все расчеты можно сделать методом Рунге – Кутты, так как система (2) может быть записана в форме Коши. Однако в [6] показано, что данный метод требует значительных вычислительных ресурсов и это затрудняет его использование для расчетов в режиме реального времени.

Алгоритмы (17) и (18) позволяют вести расчет температур с помощью микропроцессорных устройств в режиме реального времени, не используя z -преобразование [5, с. 156], что очень удобно.

Для проверки адекватности разработанной математической модели на кафедре «Электроснабжение» ГГТУ имени П. О. Сухого на основе мощного понижающего трансформатора, позволяющего получать токи до 2 кА, была собрана установка для исследований тепловых процессов в одножильных кабелях. Датчики температуры размещались на жиле, на поверхности кабеля и на некотором удалении от него. Измерение тока осуществлялось через измерительный трансформатор. Все измерения проводились с помощью цифрового регистратора, подключенного к компьютеру. В качестве образцов использовались два отрезка заведомо исправных кабелей с изоляцией из сшитого полиэтилена АПвП 1х300/35-10 и АПвПу 1х240/50-10 длиной 1,8 м.

Экспериментальные диаграммы тока (а) и температуры воздуха (б) одного из проведенных опытов для кабеля АПвП 1х300/35-10 показаны на рис. 5. Из рис. 5б видно, что для измерения температуры воздуха был использован датчик с низкой инерционностью, поэтому конвективные потоки воздуха в помещении сказывались на его показаниях (во время «впадины» на втором часе измерений была открыта дверь в лабораторию и возник поток воздуха через открытое окно). Такая инерционность датчика позволила получить достаточно низкую погрешность модели, как будет показано ниже, поскольку датчик находился в тех же условиях, что и по-

верхность кабеля, и многие нелинейные зависимости, а также конвекция, на результаты расчетов существенно не повлияли.

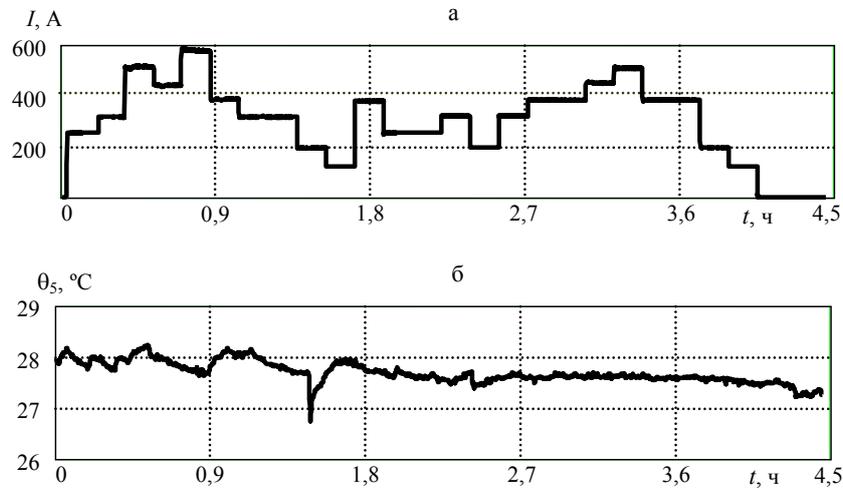


Рис. 5. Экспериментальные временные диаграммы для кабеля АПвП 1х300/35-10:
а – тока; б – температуры воздуха

На рис. 6 приведены экспериментальная 1 и расчетные 2, 3 диаграммы для температуры жилы кабеля в том же опыте, что на рис. 5. Расчетная диаграмма 2 получена на основе формулы (1), а диаграмма 3 – по предложенному алгоритму (17).

Максимальная абсолютная погрешность между экспериментальными данными и расчетом по формуле (1) составила 5,6 °С, а между экспериментальными данными и расчетом по алгоритму (17) 0,4 °С. Более высокая точность предложенной модели очевидна и при визуальном наблюдении рис. 6. В остальных опытах максимальная погрешность модели не превысила $\pm 2,5$ °С.

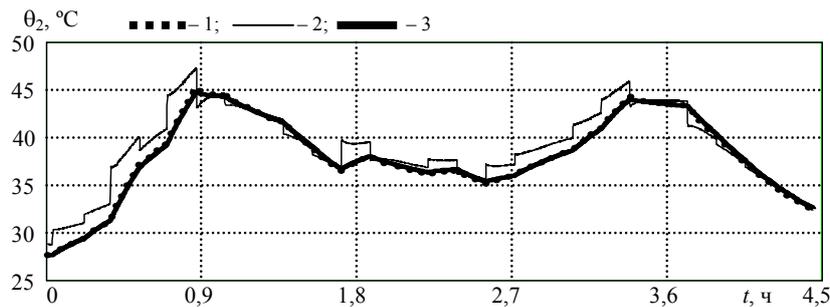


Рис. 6. Временные диаграммы температуры жилы для кабеля АПвП 1х300/35-10:
1 – экспериментальная; 2 – расчетная по формуле (1);
3 – расчетная по алгоритму (17)

Экспериментальная 1 и расчетная 2 (по алгоритму (17) в соответствии с (18)) диаграммы для температуры поверхности кабеля в том же опыте, что на рис. 5, приведены на рис. 7. Максимальная абсолютная погрешность модели составила 2,5 °С. В остальных опытах максимальная погрешность модели не превысила 3 °С.

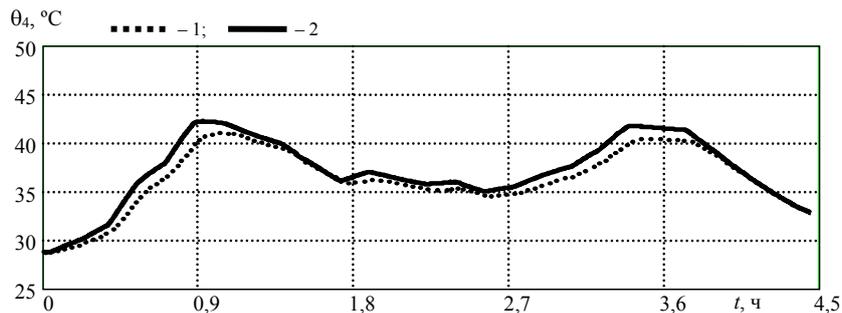


Рис. 7. Временные диаграммы температуры поверхности для кабеля АПвП 1х300/35-10: 1 – экспериментальная; 2 – расчетная по алгоритму (17) в соответствии с (18)

Поскольку экспериментальные исследования проводились в лабораторных условиях, множество факторов, имеющих место в реальной эксплуатации кабелей, не учитывалось. Так, одножильные кабели прокладывают по несколько штук в одном кабельном канале на некотором расстоянии друг от друга и, естественно, нагрев одного кабеля влияет на тепловые процессы в соседних кабелях. Отдельную задачу представляет рассмотрение многожильных кабелей. Совершенствование математической модели в этих направлениях авторами данной статьи планируется при дальнейших исследованиях.

ВЫВОД

Предложенная в статье математическая модель может быть использована в качестве базовой при расчете тепловых процессов силовых кабелей в режиме реального времени, поскольку ее адекватность подтверждена экспериментальными исследованиями. После доработки с учетом особенностей эксплуатации конкретных кабельных линий модель может быть использована в устройствах и системах непрерывного диагностирования силовых кабелей по тепловым параметрам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Макаров, Е. Ф. Справочник по электрическим сетям 0,4–35 кВ и 110–1150 кВ / Е. Ф. Макаров. – М.: Папирус ПРО, 2004. – Т. 3. – 674 с.
2. Широков, О. Г. Тепловые схемы замещения электроэнергетических устройств / О. Г. Широков, Д. И. Зализный // Научно-технические исследования. – 2008. – № 2. – С. 63–67.
3. Математическое моделирование тепловых процессов в силовых кабелях с пластмассовой изоляцией / Д. И. Зализный [и др.] // Вестник ГГТУ им. П. О. Сухого. – 2009. – № 3. – С. 65–75.
4. Ларина, Э. Т. Силовые кабели и высоковольтные кабельные линии: учеб. для вузов / Э. Т. Ларина. – М.: Энергоатомиздат, 1996. – 464 с.
5. Мышкис, А. Д. Математика для вузов: специальные курсы / А. Д. Мышкис. – М.: Наука, 1971. – 632 с.
6. Методика численного расчета нестационарных тепловых процессов в изоляции силового кабеля / Д. И. Зализный [и др.] // Вестник ГГТУ им. П. О. Сухого. – 2010. – № 4. – С. 86–95.

Представлена кафедрой
электроснабжения

Поступила 22.02.2012