

ЛИТЕРАТУРА

1. Гераскин О. Т. Основы теории и методов расчета режимов больших электро-энергетических систем. – М.: ИПКгосслужбы, 1996. – 166 с.
2. Гераскин О. Т. Декомпозиция, диакоптика и разреженность в проблеме моделирования и расчета режимов больших электроэнергетических систем // Изв. вузов. Проблемы энергетики. – 1999. – № 1–2. – С. 31–39.
4. Гераскин О. Т. Обобщение второго закона Кирхгофа и формирование уравнений контурных токов в больших электроэнергетических системах // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 1999. – № 6. – С. 3–14.

Представлена кафедрой
эксплуатации электрических станций,
сетей и систем

Поступила 05.10.1999

УДК 621.3.066.6

ТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИЕ В ПЛОСКОМ КОНТАКТНОМ СОЕДИНЕНИИ РАЗНОРОДНЫХ ПРОВОДНИКОВ

Докт. техн. наук, проф. ГЕРАСИМОВИЧ А. Н., инж. ГЕРАСИМОВИЧ Д. А.

Белорусская государственная политехническая академия

Инж. ЯКОВЛЕВ Г. В.

ПО «Витебскэнерго»

Плоские контакты из разнородных материалов широко применяются на практике (соединение ошиновки из плоских алюминиевых и других проводников с медными вводами электрических аппаратов распределительных устройств и т. п.) [1]. Во избежание коррозии контактного соединения используются специальные защитные меры (покрытие кадмием, оловянно-цинковым сплавом и др.), что требует рассматривать контактный узел при проникновении в него электромагнитного поля как многослойную среду. На работу контакта существенное влияние оказывает объемное распределение электрического поля, и задача его расчета представляет как практическую, так и теоретическую ценность. Основы расчета электрического поля (токораспределения) в плоском соединении при аппроксимации многослойной среды однородной приведены в [2]. Однако такой подход правильно отражает только качественную картину распределения поля в контактном узле из разнородных проводников. Достоверные количественные оценки объемного токораспределения в данном случае могут быть получены лишь на основе расчета поля при индивидуальном учете электромагнитных свойств каждого из проводников.

Распределение параметров электромагнитного поля в плоском соединении рассмотрим на примере рис. 1. Соединение образовано двумя разнородными изотропными проводниками 1 и 2 одинаковой ширины

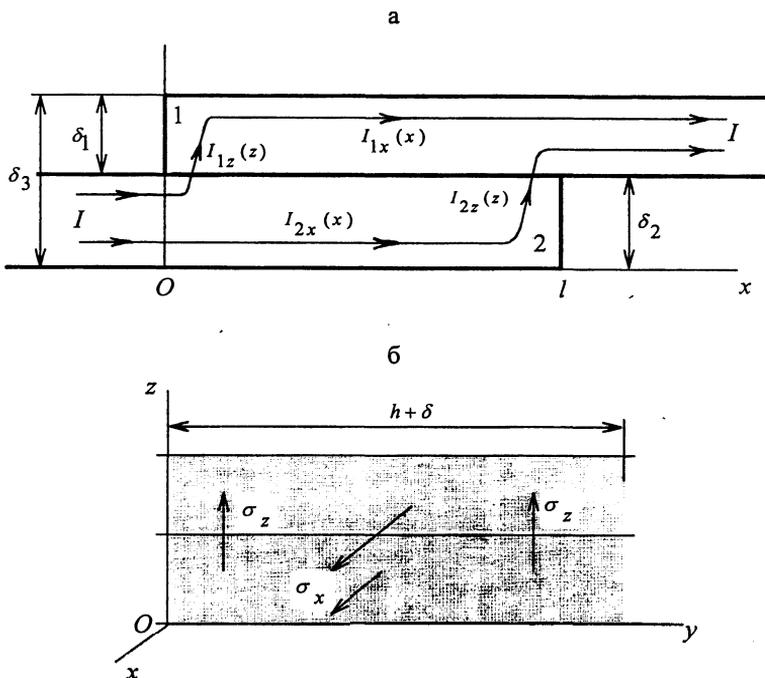


Рис. 1. Распределение: а — составляющих тока и б — проекций вектора плотности тока в контактном узле

h , толщинами δ_1 и δ_2 , электропроводностями γ_1 и γ_2 и магнитными проницаемостями μ_1 и μ_2 . Поверхности соприкосновения считаем идеальными (исключаем влияние контактных пленок и пятен) и не учитываем защитного покрытия в силу незначительности его толщины. Такой контактный узел представляет собой в области $x \in [0, l]$ двухслойную структуру с примыкающими к ней однослойными однородными. По проводникам протекает переменный ток частотой ω и комплексной амплитудой \dot{I}_m . В узле протекают горизонтальные \dot{I}_{1x} и \dot{I}_{2x} и вертикальные \dot{I}_{1z} и \dot{I}_{2z} составляющие токов соединения. Электромагнитное состояние такой структуры от каждой составляющей тока удовлетворяет уравнениям Максвелла. Трудности их решения для однородного плоского контакта отмечены в [2], а при учете индивидуальных свойств они возрастают в большей степени из-за необходимости расчета распределения токов, направленных вдоль I_x и поперек I_z границ раздела слоев. Поэтому, как и в [2], при исследовании токораспределения используются свойства плоской волны, т. е. по ширине полос и контактного узла параметры поля остаются неизменными. Само поле проникает в токоведущую систему через ее верхнюю и нижнюю поверхности с результирующей шириной каждой $h + \delta$ (за δ принимается наибольшая из толщин), что позволяет сохранить энергетические характеристики электромагнитной волны.

Как показано в [3], дифференциальные уравнения для линейных сред в установившемся режиме можно разрешить относительно любой из компонент поля (напряженности магнитного \vec{H} или электрического

\vec{E} полей). При исследовании распределения тока уравнения целесообразно разрешить относительно напряженности электрического поля или относительно плотности тока $\vec{\sigma}$, связанной с \vec{E} законом Ома $\vec{\sigma} = \gamma \vec{E}$. С учетом отмеченного расчет токораспределения в узле сводится к решению дифференциального уравнения [2—4]

$$\partial^2 \vec{\phi}_{im}(x, z) / \partial x^2 + \partial^2 \vec{\phi}_{im}(x, z) / \partial z^2 - \alpha_i^2 \vec{\phi}_{im}(x, z) = 0; \quad \alpha_i^2 = j\omega\gamma_i\mu_i; \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

где $\vec{\phi}_{im}(x, z)$ принимает значения плотности тока $\vec{\sigma}_m(x, z)$ или напряженностей электромагнитного поля $\vec{E}_m(x, z)$ или $\vec{H}_m(x, z)$.

Краевая задача для уравнения (1) является некорректной, так как неизвестны граничные условия, и для ее решения применяется разработанный в [2, 4] итерационный метод.

Решение (1) наряду с определением условий на границе контактного узла требует расчета распределения продольной и поперечной составляющих тока в полосах соединения. При этом используется принцип наложения полей от каждой из составляющих токов, протекающих в контактном узле.

Распределение плотности продольной составляющей тока I_x в полосах соединения. Распределение плотности тока в полосе 1 в области $x \in [l, \infty)$, $z \in [\delta_2, \delta_3]$ и в полосе 2 при $x \in (-\infty, 0]$, $z \in [0, \delta_2]$ не зависит от координаты x , и уравнение (1) превращается в обыкновенное дифференциальное:

$$\partial^2 \dot{\phi}_{imx}(z) / \partial z^2 - \alpha_{xi}^2 \dot{\phi}_{imx}(z) = 0; \quad \alpha_{xi}^2 = j\omega\gamma_{xi}\mu_{yi}; \quad i = 1, 2. \quad (2)$$

Его решение для полос относительно $\dot{E}_{imx}(z)$ известно и имеет вид [2, 5]:

$$\dot{E}_{1mx}(z) = \frac{\dot{E}_{1m}}{\text{sh}(\alpha_{x1}\delta_1)} (\text{sh}(\alpha_{x1}(\delta_3 - z)) + \text{sh}(\alpha_{x1}(z - \delta_2))); \quad (3)$$

$$\dot{E}_{2mx}(z) = \frac{\dot{E}_{2m}}{\text{sh}(\alpha_{x2}\delta_2)} (\text{sh}(\alpha_{x2}(\delta_2 - z)) + \text{sh}(\alpha_{x2}z)),$$

где \dot{E}_{1m} и \dot{E}_{2m} — комплексные амплитуды напряженностей электрического поля на поверхностях полос 1 и 2 соответственно.

Величины \dot{E}_{1m} и \dot{E}_{2m} для полос находятся по значению комплексной амплитуды тока \dot{I}_m :

$$\dot{I}_m = (h + \delta) \int_{\delta_2}^{\delta_3} \gamma_{x1} \dot{E}_{1mx}(z) dz; \quad \dot{I}_m = (h + \delta) \int_0^{\delta_2} \gamma_{x2} \dot{E}_{2mx}(z) dz; \quad (4)$$

$$\dot{E}_{1m} = \frac{\alpha_{x1}}{2\gamma_{x1}} \dot{J}_m \text{cth}(\alpha_{x1}\delta_1 / 2); \quad \dot{E}_{2m} = \frac{\alpha_{x2}}{2\gamma_{x2}} \dot{J}_m \text{cth}(\alpha_{x2}\delta_2 / 2); \quad \dot{J}_m = \frac{\dot{I}_m}{h + \delta}.$$

Выражения (4) позволяют записать значения горизонтальной составляющей плотности тока $\dot{\sigma}_{imx}(z) = \gamma_{xi} \dot{E}_{imx}(z)$ на границах контактного узла в виде:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{1mx}(0, z) = 0; \quad \dot{\sigma}_{1mx}(l, z) &= \alpha_{x1} j_m \frac{\text{ch}(\alpha_{x1}(\delta_2 + \delta_1/2 - z))}{2\text{sh}(\alpha_{x1}\delta_1/2)}; \quad z \in [\delta_2, \delta_3]; \\ \dot{\sigma}_{2mx}(0, z) &= \alpha_{x2} j_m \frac{\text{ch}(\alpha_{x2}(\delta_2/2 - z))}{2\text{sh}(\alpha_{x2}\delta_2/2)}; \quad \dot{\sigma}_{2mx}(l, z) = 0; \quad z \in [0, \delta_2]. \end{aligned} \quad (5)$$

Решение задачи распределения тока в самом контакте итерационным способом связано с заданием распределения плотности тока на первой итерации. От этого зависит скорость сходимости итерационного процесса (число итераций). В качестве первого приближения используется распределение плотности тока в бесконечно длинном двухполосном проводнике. Таким проводником становится контактный узел при $l \rightarrow \infty$.

В двухполосной проводящей среде на границе раздела $z = \delta_2$ остаются неизменными тангенциальные составляющие напряженностей электрического поля и уравнение (2) для каждой из полос целесообразно разрешить относительно $\dot{E}'_{imx}(z)$. Его решением будет [2, 4]:

$$\begin{aligned} \dot{E}'_{1mx}(z) &= \dot{E}'_{mx}(\delta_2) \frac{\text{sh}(\alpha_{x1}(\delta_3 - z))}{\text{sh}(\alpha_{x1}\delta_1)} + \dot{E}'_{mx}(\delta_3) \frac{\text{sh}(\alpha_{x1}(z - \delta_2))}{\text{sh}(\alpha_{x1}\delta_1)}; \quad z \in [\delta_2, \delta_3]; \\ \dot{E}'_{2mx}(z) &= \dot{E}'_{mx}(0) \frac{\text{sh}(\alpha_{x2}(\delta_2 - z))}{\text{sh}(\alpha_{x2}\delta_2)} + \dot{E}'_{mx}(\delta_2) \frac{\text{sh}(\alpha_{x2}z)}{\text{sh}(\alpha_{x2}\delta_2)}; \quad z \in [0, \delta_2], \end{aligned} \quad (6)$$

где $\dot{E}'_{mx}(0)$, $\dot{E}'_{mx}(\delta_3)$ и $\dot{E}'_{mx}(\delta_2)$ — комплексные амплитуды напряженностей электрического поля на нижней и верхней гранях двухполосного проводника и поверхности соприкосновения полос соответственно, подлежащие определению.

Для вычисления неизвестных напряженностей электрического поля $\dot{E}'_{mx}(z)$, $z = 0, \delta_2, \delta_3$ используем равенство тангенциальных составляющих напряженностей магнитного поля $\dot{H}_{1my}(\delta_2) = \dot{H}_{2my}(\delta_2)$, условие плоской волны $\dot{H}_{2my}(0) = -\dot{H}_{1my}(\delta_3)$, создаваемой токовым слоем с линейной плотностью тока j_m , и равенство полного тока

$$j_m = \int_{\delta_2}^{\delta_3} \gamma_{x1} \dot{E}'_{1mx}(z) dz + \int_0^{\delta_2} \gamma_{x2} \dot{E}'_{2mx}(z) dz. \quad \text{Отмеченные равенства приводят к}$$

системе алгебраических уравнений относительно неизвестных, решение которой приведено в приложении П. 1. Выражения (П. 1.4) совместно с (6) позволяют определять распределение напряженности электрического поля (плотности тока) в двухслойной проводящей структуре. Они же являются основой для вычисления функциональных зависимостей вертикальных составляющих токов $\dot{I}_{1z}(z)$ и $\dot{I}_{2z}(z)$ и последующего расчета

распределения их плотности в объеме контактного соединения на первой итерации.

Распределение плотностей поперечных составляющих токов в контактном узле. Для расчета функциональных зависимостей составляющих тока используем, как и в [2], прием перехода линий плотностей горизонтальных составляющих токов полос в областях, прилегающих к границам контактного узла $x = 0$; $z \in [\delta_2, \delta_3]$ и $x = l$; $z \in [0, \delta_2]$, в линии плотностей вертикальных токов. Это позволяет установить зависимости каждой из вертикальной составляющей токов от координаты z . Для токов $\dot{I}_{1mz}(z)$ и $\dot{I}_{2mz}(z)$ в полосах 1 и 2 они будут:

$$\begin{aligned} \dot{J}_{1mz}(z) &= \int_z^{\delta_3} \dot{\sigma}'_{1mx}(z) dz; \quad \dot{J}_{2mz}(z) = \int_z^{\delta_3} (\dot{\sigma}_{1mx}(z) - \dot{\sigma}'_{1mx}(z)) dz; \quad z \in [\delta_2, \delta_3]; \\ \dot{J}_{1mz}(z) &= \int_0^z (\dot{\sigma}_{2mx}(z) - \dot{\sigma}'_{2mx}(z)) dz; \quad \dot{J}_{2mz}(z) = \int_0^z \dot{\sigma}'_{2mx}(z) dz; \quad z \in [0, \delta_2]. \end{aligned} \quad (7)$$

Формулы для вычисления $\dot{J}_{1mz}(z)$ и $\dot{J}_{2mz}(z)$ приведены в приложении П. 2.

Полученные функциональные зависимости линейных токов в силу условия $\dot{I}_z(0) = \dot{I}_z(\delta_3) = 0$ после соответствующего дополнения раскладываются в синусный ряд с пространственными частотами $\omega_z = \pi / \delta_3$ и амплитудами гармоник \dot{J}_{1mz}^k и \dot{J}_{2mz}^k , как в [2]. Это позволяет уравнение для k -х комплексных амплитуд плотностей токов каждой из полос преобразовать к виду

$$\partial^2 \dot{\sigma}_{imz}^k(x) / \partial x^2 - p_{ikz}^2 \dot{\sigma}_{imz}^k(x) = 0; \quad p_{ikz}^2 = \alpha_{zi}^2 + (k\omega_z)^2; \quad \alpha_{zi}^2 = j\omega\gamma_{zi}\mu_{yi}. \quad (8)$$

Одно из частных решений уравнения (8) известно [2] и позволяет представить плотность тока в каждой из полос в областях вне зоны контактного узла в виде

$$\dot{\sigma}_{imz}^k(x, z) = \sum_{k=0}^{\infty} (\dot{\sigma}_{imz}^k(0) \text{sh}(p_{ikz}(l-x)) + \dot{\sigma}_{imz}^k(l) \text{sh}(p_{ikz}x)) \frac{\sin(k\omega_z z)}{\text{sh}(p_{ikz}l)}, \quad (9)$$

где

$$\dot{\sigma}_{imz}^k(0) = p_{ikz} \dot{J}_{1mz}^k \text{cth}(p_{ikz}l/2); \quad \dot{\sigma}_{imz}^k(l) = p_{ikz} \dot{J}_{2mz}^k \text{cth}(p_{ikz}l/2).$$

Выражение (9) формально справедливо для среды 1 в области $z \in [\delta_2, \infty)$ и среды 2 при $z \in (-\infty, \delta_2]$. В зоне контактного узла $z \in [0, \delta_3]$ (в области, прилегающей к линии соприкосновения полос) происходит деформация линий плотностей токов (деформация распределений $\dot{\sigma}_{imz}(x, z)$) и плавный переход к распределению на границе $\dot{\sigma}_{mz}(x, \delta_2)$, обусловленному неизменностью нормальных составляющих плотности

тока на стыке проводящих сред. Отмеченное наглядно иллюстрирует рис. 2, на котором приведено распределение одной из пространственных амплитуд $\dot{\sigma}_{mz}(x, z)$ в зоне соприкосновения двух полубесконечных проводников толщиной l и различными электромагнитными характеристиками. Одному из проводников ($z \in (-\infty, \delta_2]$) присущ сильный поверхностный эффект (амплитуда плотности тока заметно затухает), а другой ($z \in [\delta_2, +\infty)$) характеризуется практически равномерным распределением. В области контакта, как показали расчеты, распределение плотности тока из равномерного трансформируется в неравномерное, что соответствует физике процесса проникновения электромагнитной волны и ее затухания в проводящей среде.

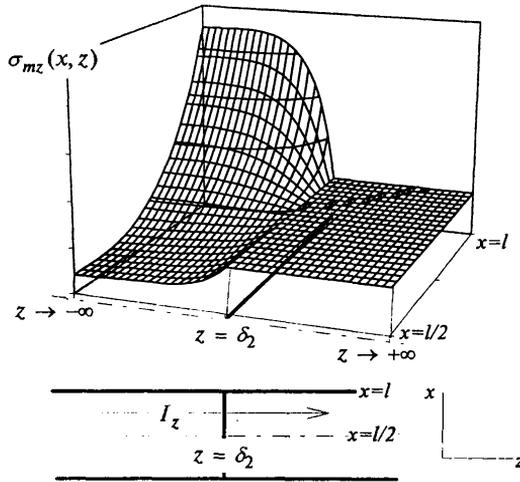


Рис. 2. Распределение амплитуды плотности тока в зоне соприкосновения двух полубесконечных проводников с различными электромагнитными свойствами

Решение (8) в области соприкосновения представим суммой решений на бесконечности (9) и решения уравнения невязки, т. е. используем прием решения подобных уравнений, примененный в [2] для краевой задачи в ограниченной пространственной области. Для этого распределение $\dot{\sigma}_{mz}$ в полосах 1 и 2 при $z \in [0, \delta_3]$ представим суммой

$$\dot{\sigma}_{imz}(x, z) = \dot{\sigma}_{*imz}(x, z) + \Delta\dot{\sigma}_{imz}(x, z)$$

и разложим на линии соприкосновения $z = \delta_2$ в косинусный ряд Фурье

$$\dot{\sigma}_{imz}(x, \delta_2) = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\dot{\sigma}_{*imz}^k(\delta_2) + \Delta\dot{\sigma}_{imz}^k(\delta_2) \right) \cos(k\omega_x x).$$

При этом

$$\dot{\sigma}_{1mz}(x, \delta_2) = \dot{\sigma}_{2mz}(x, \delta_2) = \dot{\sigma}_{mz}(x, \delta_2) \text{ и для } k=0 \quad \dot{\sigma}_{*1mz}^0(\delta_2) = \dot{\sigma}_{*2mz}^0(\delta_2),$$

а $\Delta\dot{\sigma}_{imz}^0(\delta_2) = 0$ в силу равенства тока $I_z(\delta_2)$ в обеих полосах. Для k -й гармоники невязки $\Delta\dot{\sigma}_{imz}^k$ уравнение (1) принимает вид

$$\partial^2 \Delta \dot{\sigma}_{imz}^k(z) / \partial z^2 - p_{ikz}^{\prime 2} \Delta \dot{\sigma}_{imz}^k(z) = 0; \quad p_{ikz}^{\prime 2} = \alpha_{zi}^2 + (k\omega_x)^2, \quad (10)$$

и величина плотности тока от невязки будет связана с его решением выражениями:

$$\Delta \dot{\sigma}_{1mz}(x, z) = \sum_{k=1}^{\infty} \Delta \dot{\sigma}_{1mz}^k(\delta_2) \frac{\text{sh}(p_{1kz}'(\delta_3 - z))}{\text{sh}(p_{1kz}'\delta_1)} \cos(k\omega_x x); \quad z \in [\delta_2, \delta_3]; \quad (11)$$

$$\Delta \dot{\sigma}_{2mz}(x, z) = \sum_{k=1}^{\infty} \Delta \dot{\sigma}_{2mz}^k(\delta_2) \frac{\text{sh}(p_{2kz}'z)}{\text{sh}(p_{2kz}'\delta_2)} \cos(k\omega_x x); \quad z \in [0, \delta_2],$$

где $\Delta \dot{\sigma}_{imz}^k(\delta_2)$ – невязки плотностей тока на границе раздела сред, подлежащие определению.

Для расчета величин невязок в (11) используем равенство нормальных составляющих плотностей токов $\dot{\sigma}_{1mz}(x, \delta_2) = \dot{\sigma}_{2mz}(x, \delta_2)$ и тангенциальных составляющих напряженностей электрического поля $\dot{\sigma}_{1mx}(x, \delta_2) / \gamma_{x1} = \dot{\sigma}_{2mx}(x, \delta_2) / \gamma_{x2}$, обусловленных токами невязки, так как деформация распределения $\dot{\sigma}_{mz}(x, z)$ в контактном узле сопровождается возникновением горизонтальной составляющей плотности тока от невязки. Решение уравнений, получаемых на основе этих равенств, приведено в приложении П. 3.

Выражения (9), (11) и (П. 3.3) позволяют определять распределение плотности вертикальной составляющей тока в объеме контактного соединения, а при $z = \delta_2$ – распределение плотности тока на стыке двух разнородных проводников и функциональные зависимости продольных составляющих токов $\dot{I}_{1x}(x)$ и $\dot{I}_{2x}(x)$. Из распределения $\dot{\sigma}_{mz}(x, \delta_2)$ находится координата x_{\min} с минимальной плотностью тока, разделяющая длину контактного соединения на области $x \in (0, x_{\min})$ с током \dot{I}_{1z} и $x \in (x_{\min}, l)$ с током \dot{I}_{2z} .

Распределение плотностей продольных составляющих токов в контактном узле. Для расчета распределения плотности продольных составляющих токов в зоне контактного соединения установим зависимости токов \dot{I}_{1x} и \dot{I}_{2x} от координаты x . Из рис. 1 видно, что линии плотности токов σ_z при пересечении границы соприкосновения переходят в линии плотности σ_x , что позволяет записать

$$\dot{J}_{1mx}(x) = \int_0^x \dot{\sigma}_{mz}(x, \delta_2) dx; \quad \dot{J}_{2mx}(x) = \int_x^l \dot{\sigma}_{mz}(x, \delta_2) dx = \dot{J}_m - \dot{J}_{1mx}(x). \quad (12)$$

Выражения для расчета $\dot{J}_{imx}(x)$ приведены в приложении П. 4.

Расчет токораспределения \dot{I}_{mx} проводится аналогично расчету в [2] с учетом электромагнитных свойств каждого из проводников и представ-

ляется суммой плотностей токов от J_{1mx} и J_{2mx} и токов невязок, обусловленных граничными условиями. Расчет распределения токов невязок подробно представлен в [2] и здесь не рассматривается. При решении уравнения (1) для тока \dot{I}_{mx} используем принятые в [2] разложения

$$\dot{J}_{imx}(x) = \dot{J}_{im} + \dot{i}'_{im}x + \sum_{k=0}^{\infty} \dot{J}_{imx}^k \sin(k\omega_x x); \quad x \in [0, l]; \quad i = 1, 2, \quad (13)$$

где

$$\dot{J}_{1m} = 0; \quad \dot{i}'_{1m} = \dot{J}_m / l; \quad \dot{J}_{2m} = \dot{J}_m; \quad \dot{i}'_{2m} = -\dot{J}_m / l; \quad \omega_x = \pi / l.$$

Так как для рассматриваемого случая на границе раздела сред неизменными являются тангенциальные составляющие напряженности электрического поля, уравнение (1) разрешается относительно $\dot{E}_{mx}(z)$ для каждой из составляющих выражения (13)

$$\partial^2 \dot{E}_{imx}^k(z) / \partial z^2 - p_{ikx}^2 \dot{E}_{imx}^k(z) = 0; \quad p_{ikx}^2 = \alpha_{xi}^2 + (k\omega_x)^2; \quad i = 1, 2. \quad (14)$$

Решение (14) для каждой из полос относительно плотностей токов будет:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{1mx}^k(z) &= \gamma_{x1} \left(\dot{E}_{mx}^k(\delta_2) \frac{\text{sh}(p_{1kx}(\delta_3 - z))}{\text{sh}(p_{1kx}\delta_1)} + \dot{E}_{mx}^k(\delta_3) \frac{\text{sh}(p_{1kx}(z - \delta_2))}{\text{sh}(p_{1kx}\delta_1)} \right); \quad z \in [\delta_2, \delta_3]; \\ \dot{\sigma}_{2mx}^k(z) &= \gamma_{x2} \left(\dot{E}_{mx}^k(0) \frac{\text{sh}(p_{2kx}(\delta_2 - z))}{\text{sh}(p_{2kx}\delta_2)} + \dot{E}_{mx}^k(\delta_2) \frac{\text{sh}(p_{2kx}z)}{\text{sh}(p_{2kx}\delta_2)} \right); \quad z \in [0, \delta_2]. \end{aligned} \quad (15)$$

Для вычисления неизвестных $\dot{E}_{mx}^k(0)$, $\dot{E}_{mx}^k(\delta_2)$ и $\dot{E}_{mx}^k(\delta_3)$ в (15) используем равенства $\dot{H}_{1my}^k(\delta_2) = \dot{H}_{2my}^k(\delta_2)$, $\dot{J}_{1mx}^k = \int_{\delta_2}^{\delta_3} \dot{\sigma}_{1mx}^k(z) dz$ и

$$\dot{J}_{2mx}^k = \int_0^{\delta_2} \dot{\sigma}_{2mx}^k(z) dz, \quad \text{что приводит к системе алгебраических уравнений,}$$

решение которой приведено в приложении П. 5. Таким образом (15) совместно с (13) и (П. 5.4) позволяет определить распределение плотностей продольных составляющих токов:

$$\dot{\sigma}_{1mx}(x, z) = \dot{\sigma}'_{1m}(z)x + \sum_{k=0}^{\infty} \dot{\sigma}_{1mx}^k(z) \sin(k\omega_x x) + \Delta \dot{\sigma}_{1mx}(x, z); \quad (16)$$

$$\dot{\sigma}_{2mx}(x, z) = \dot{\sigma}'_{2m}(z) + \dot{\sigma}'_{2m}(z)x + \sum_{k=0}^{\infty} \dot{\sigma}_{2mx}^k(z) \sin(k\omega_x x) + \Delta \dot{\sigma}_{2mx}(x, z),$$

где $\Delta \dot{\sigma}_{imx}(x, z)$ — составляющие токов от невязок граничных условий [2].

Полученные результаты расчетов объемного распределения плотностей токов на первой итерации являются основой для последующих итерационных циклов.

Исследование зависимостей составляющих токов и распределения их плотностей в объеме контактного соединения. На основе разработанного алгоритма проведено исследование токовых нагрузок проводников контактного соединения и распределения плотностей токов по толщине и длине контакта для случаев соединения проводников медь — алюминий и медь — конструкционная сталь. Результаты этих исследований представлены на рис. 3, 4. Для немагнитных проводников с незначительным проявлением в них поверхностного эффекта величины токовых нагрузок определяются их проводимостями и наибольшие токовые нагрузки приходятся на медный проводник 1 (рис. 3а, б). Вертикальные составляющие токов по высоте в каждом проводнике изменяются практически по

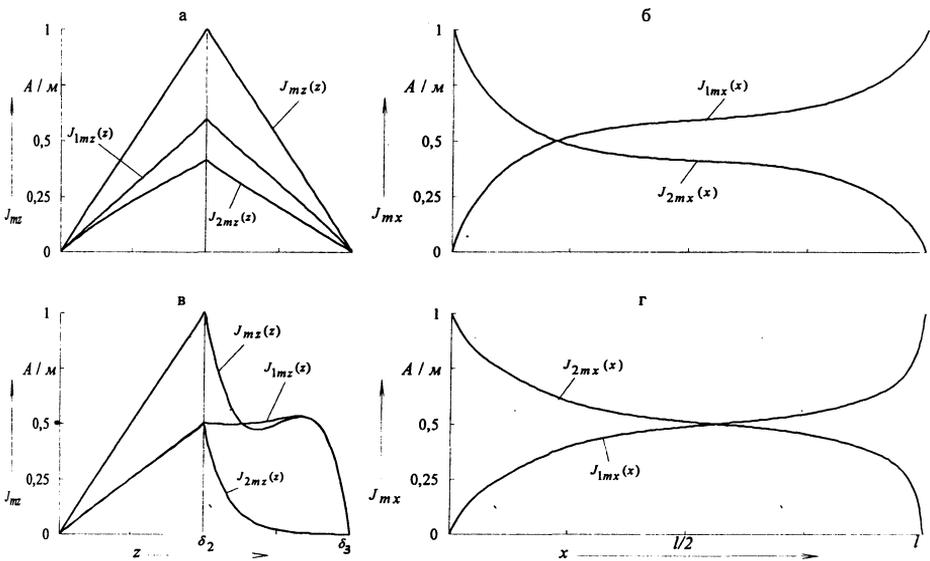


Рис. 3. Распределения амплитуд вертикальных J_{mz} и горизонтальных J_{mx} линейных плотностей тока по ширине и длине контактного узла: а, б — медь — алюминий; в, г — медь — сталь

линейному закону. Для случая контакта с ферромагнитным проводником на процессы распределения токов оказывают существенное влияние магнитные характеристики стали. Продольные токи полос становятся практически одинаковыми (рис. 3г) и резко изменяется зависимость вертикальных составляющих токов по высоте (рис. 3в) в стальном проводнике 1, что связано с проявлением в нем поверхностного эффекта.

Распределение плотностей вертикальных составляющих токов для немагнитных проводников по толщине и длине контакта характеризует рис. 4а, из которого следует, что наибольшая плотность тока приходится на стык полос в начале контактного узла (конец проводника 1). Характер распределения плотности горизонтальных токов иллюстрирует рис. 4б. Для контакта медь — сталь существенно изменение распределения плотностей токов как по высоте, так и по длине контакта. Наибольшая плотность вертикального тока приходится опять на начало

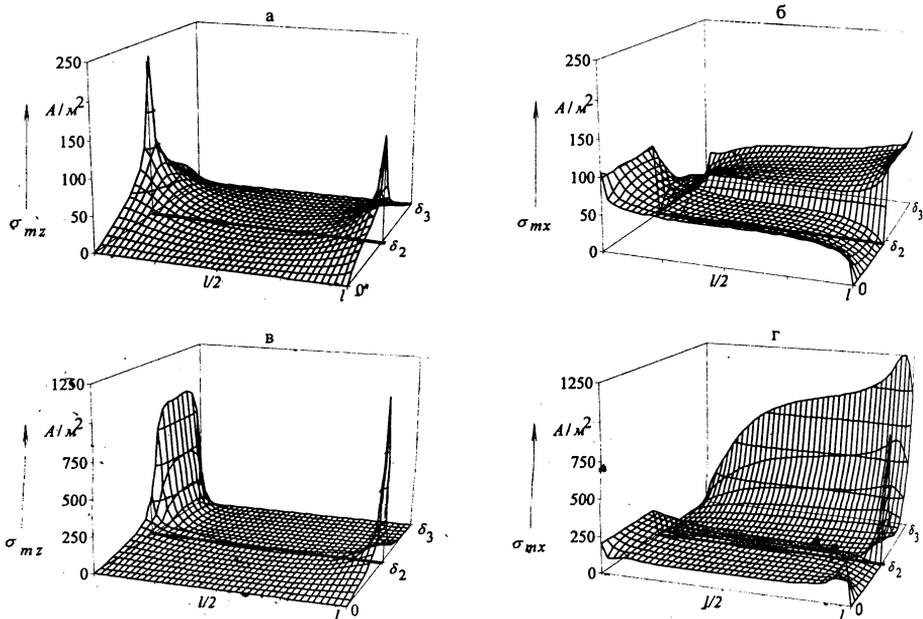


Рис. 4. Распределения амплитуд вертикальных σ_{mz} и горизонтальных σ_{mx} составляющих плотности тока в сечении контактного узла: а, б — медь — алюминий; в, г — медь — сталь

контактного узла (конец проводника из ферромагнитного материала). Обусловлено это деформацией линий плотностей токов из-за значительного поверхностного эффекта в стали. Это же явление вызывает существенно неравномерное распределение плотности продольной составляющей тока по толщине полосы 1.

ВЫВОД

Усовершенствованы разработанные в [2] основы расчета токораспределения в плоских контактных соединениях путем анализа электромагнитного поля с учетом индивидуальных электромагнитных характеристик проводников из разнородных материалов и рассмотрения контактного соединения как двухслойной среды, в которой протекают токи вдоль и поперек границы раздела слоев. Полученные результаты могут служить основой для дальнейшего совершенствования теории электрических контактов, рассматривая их как многослойную среду, т. е. с учетом защитных покрытий, переходного слоя соприкасаемых поверхностей, пленок окиси и т. п.

Приложение 1. Вычисление напряженностей $\dot{E}'_{mx}(0)$, $\dot{E}'_{mx}(\delta_2)$ и $\dot{E}'_{mx}(\delta_3)$ двухполосного проводника.

Равенство тангенциальных составляющих напряженностей магнитного поля на границе $z = \delta_2$

$$\frac{\alpha_{x2}}{\mu_{y2} \text{sh}(\alpha_{x2} \delta_2)} \dot{E}'_{mx}(0) - \left(\frac{\alpha_{x1}}{\mu_{y1}} \text{cth}(\alpha_{x1} \delta_1) + \frac{\alpha_{x2}}{\mu_{y2}} \text{cth}(\alpha_{x2} \delta_2) \right) \dot{E}'_{mx}(\delta_2) + \frac{\alpha_{x1}}{\mu_{y1} \text{sh}(\alpha_{x1} \delta_1)} \dot{E}'_{mx}(\delta_3) = 0. \quad (\text{П. 1.1})$$

Условие плоской волны

$$\frac{\alpha_{x2}}{\mu_{y2}} \operatorname{cth}(\alpha_{x2}\delta_2) \dot{E}'_{mx}(0) + \left(\frac{\alpha_{x1}}{\mu_{y1} \operatorname{sh}(\alpha_{x1}\delta_1)} - \frac{\alpha_{x2}}{\mu_{y2} \operatorname{sh}(\alpha_{x2}\delta_2)} \right) \times$$

$$\times \dot{E}'_{mx}(\delta_2) - \frac{\alpha_{x1}}{\mu_{y1}} \operatorname{cth}(\alpha_{x1}\delta_1) \dot{E}'_{mx}(\delta_3) = 0. \quad (\text{П. 1.2})$$

Условие равенства линейной плотности тока

$$\frac{\gamma_{x2}}{\alpha_{x2}} \operatorname{th}(\alpha_{x2}\delta_2 / 2) \dot{E}'_{mx}(0) + \left(\frac{\gamma_{x1}}{\alpha_{x1}} \operatorname{th}(\alpha_{x1}\delta_1 / 2) + \frac{\gamma_{x2}}{\alpha_{x2}} \operatorname{th}(\alpha_{x2}\delta_2 / 2) \right) \times$$

$$\times \dot{E}'_{mx}(\delta_2) + \frac{\gamma_{x1}}{\alpha_{x1}} \operatorname{th}(\alpha_{x1}\delta_1 / 2) \dot{E}'_{mx}(\delta_3) = \dot{J}_m. \quad (\text{П. 1.3})$$

Решение системы (П. 1.1)–(П. 1.3):

$$\dot{E}'_{mx}(0) = (ma_{12} - a_{13})n^{-1}\dot{J}_m; \quad \dot{E}'_{mx}(\delta_2) = -ma_{11}n^{-1}\dot{J}_m; \quad \dot{E}'_{mx}(\delta_3) = -a_{11}n^{-1}\dot{J}_m, \quad (\text{П. 1.4})$$

где

$$m = (a_{33}a_{11} - a_{13}a_{21}) / (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}); \quad n = a_{31}(ma_{12} - a_{13}) - ma_{11}a_{31} + a_{11}a_{33};$$

$a_{ij} (i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3)$ – коэффициенты матрицы системы уравнений (П. 1.1)–(П. 1.3).

Приложение 2. Вычисление функциональных зависимостей вертикальной составляющей тока $\dot{I}_z(z)$:

$$z \in [\delta_2, \delta_3]$$

$$\dot{J}_{1mz}(z) = \frac{\gamma_{x1}}{\alpha_{x1}} \left(\dot{E}'_{mx}(\delta_3) \frac{\operatorname{ch}(\alpha_{x1}\delta_1) - \operatorname{ch}(\alpha_{x1}(z - \delta_2))}{\operatorname{sh}(\alpha_{x1}\delta_1)} + \right.$$

$$\left. + \dot{E}'_{mx}(\delta_2) \frac{\operatorname{ch}(\alpha_{x1}(\delta_3 - z)) - 1}{\operatorname{sh}(\alpha_{x1}\delta_1)} \right); \quad (\text{П. 2.1})$$

$$\dot{J}_{2mz}(z) = \frac{\gamma_{x1}}{\alpha_{x1}} \left((\dot{E}'_{1m} - \dot{E}'_{mx}(\delta_3)) \frac{\operatorname{ch}(\alpha_{x1}\delta_1) - \operatorname{ch}(\alpha_{x1}(z - \delta_2))}{\operatorname{sh}(\alpha_{x1}\delta_1)} + \right.$$

$$\left. + (\dot{E}'_{1m} - \dot{E}'_{mx}(\delta_2)) \frac{\operatorname{ch}(\alpha_{x1}(\delta_3 - z)) - 1}{\operatorname{sh}(\alpha_{x1}\delta_1)} \right); \quad (\text{П. 2.2})$$

$$z \in [0, \delta_2]$$

$$J_{1mz}(z) = \frac{\gamma_{x2}}{\alpha_{x2}} \left((\dot{E}_{2m} - \dot{E}'_{mx}(0)) \frac{\text{ch}(\alpha_{x2}\delta_2) - \text{ch}(\alpha_{x2}(\delta_2 - z))}{\text{sh}(\alpha_{x2}\delta_2)} + \right. \\ \left. + (\dot{E}_{2m} - \dot{E}'_{mx}(\delta_2)) \frac{\text{ch}(\alpha_{x2}z) - 1}{\text{sh}(\alpha_{x2}\delta_2)} \right); \quad (\text{П. 2.3})$$

$$J_{2mz}(z) = \frac{\gamma_{x2}}{\alpha_{x2}} \left(\dot{E}'_{mx}(0) \frac{\text{ch}(\alpha_{x2}\delta_2) - \text{ch}(\alpha_{x2}(\delta_2 - z))}{\text{sh}(\alpha_{x2}\delta_2)} + \right. \\ \left. + \dot{E}'_{mx}(\delta_2) \frac{\text{ch}(\alpha_{x2}z) - 1}{\text{sh}(\alpha_{x2}\delta_2)} \right). \quad (\text{П. 2.4})$$

Приложение 3. Вычисление величин невязок вертикальной составляющей плотности тока $\Delta\dot{\sigma}_{imz}^k$.

На границе раздела сред $z = \delta_2$ имеем равенство $\dot{\sigma}_{1mz}(x, \delta_2) = \dot{\sigma}_{2mz}(x, \delta_2)$, что с учетом разложения в ряд Фурье приводит к уравнению

$$\Delta\dot{\sigma}_{1mz}^k(\delta_2) - \Delta\dot{\sigma}_{2mz}^k(\delta_2) = \dot{\sigma}_{*2mz}^k(\delta_2) - \dot{\sigma}_{*1mz}^k(\delta_2). \quad (\text{П. 3.1})$$

Для составления второго уравнения используем условие $\text{div}(\vec{\Delta\dot{\sigma}}_{im}(x, z)) = 0$, что позволяет вычислить значение $\Delta\dot{\sigma}_{imx}(x, z)$ через $\Delta\dot{\sigma}_{imz}(x, z)$ по выражению $\Delta\dot{\sigma}_{imx}(x, z) = -\int (\partial\Delta\dot{\sigma}_{imz}(x, z) / \partial z) dx + c(z)$ с учетом (11). Продифференцировав (11) по переменной z и выполнив интегрирование полученного выражения по x , получим уравнение равенства тангенциальных составляющих напряженности электрического поля на границе от токов невязки

$$\frac{p'_{1kz}}{\gamma_{x1}} \text{cth}(p'_{1kz}\delta_1) \Delta\dot{\sigma}_{1mz}^k(\delta_2) + \frac{p'_{2kz}}{\gamma_{x2}} \text{cth}(p'_{2kz}\delta_2) \Delta\dot{\sigma}_{2mz}^k(\delta_2) = 0. \quad (\text{П. 3.2})$$

Решение системы (П. 3.1), (П. 3.2) имеет вид:

$$\Delta\dot{\sigma}_{1mz}^k(\delta_2) = \gamma_{x1} p'_{2kz} \text{cth}(p'_{2kz}\delta_2) (\dot{\sigma}_{*2mz}^k(\delta_2) - \dot{\sigma}_{*1mz}^k(\delta_2)) / c; \\ \Delta\dot{\sigma}_{2mz}^k(\delta_2) = \gamma_{x2} p'_{1kz} \text{cth}(p'_{1kz}\delta_1) (\dot{\sigma}_{*1mz}^k(\delta_2) - \dot{\sigma}_{*2mz}^k(\delta_2)) / c, \quad (\text{П. 3.3})$$

где

$$c = \gamma_{x1} p'_{2kz} \text{cth}(p'_{2kz}\delta_2) + \gamma_{x2} p'_{1kz} \text{cth}(p'_{1kz}\delta_1).$$

Приложение 4. Вычисление функциональных зависимостей горизонтальной составляющей тока $\dot{I}_x(z)$.

Линейная плотность тока $J_{1mx}(x)$ в полосе 1

$$j_{1mx}(x) = \int_0^x (\dot{\sigma}_{*1mz}(x, \delta_2) + \Delta \dot{\sigma}_{1mz}(x, \delta_2)) dx = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\text{sh}(p_{1kz}x/2) \sin(k\omega_z \delta_2)}{\text{sh}^2(p_{1kz}l/2)} \times$$

(П. 4.1)

$$\times \left(j_{1mz}^k \text{sh}(p_{1kz}(l-x)/2) + j_{2mz}^k \text{sh}(p_{1kz}x/2) \right) + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Delta \dot{\sigma}_{1mz}^k(\delta_2)}{k\omega_x} \sin(k\omega_x x).$$

Линейная плотность тока $J_{2mx}(x)$ в полосе 2

$$j_{2mx}(x) = j_m - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\text{sh}(p_{1kz}x/2) \sin(k\omega_z \delta_2)}{\text{sh}^2(p_{1kz}l/2)} \left(j_{1mz}^k \text{sh}(p_{1kz}(l-x)/2) + \right.$$

(П. 4.2)

$$\left. + j_{2mz}^k \text{sh}(p_{1kz}x/2) \right) - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Delta \dot{\sigma}_{1mz}^k(\delta_2)}{k\omega_x} \sin(k\omega_x x).$$

Приложение 5. Вычисление k -х гармоник напряженностей электрического поля $\dot{E}_{mx}^k(0)$, $\dot{E}_{mx}^k(\delta_2)$ и $\dot{E}_{mx}^k(\delta_3)$ двухполосного проводника.

Равенство k -х гармоник напряженностей магнитного поля приводит к уравнению

$$\frac{\gamma_{x2}}{p_{2kx} \text{sh}(p_{2kx} \delta_2)} \dot{E}_{mx}^k(0) - \left(\frac{\gamma_{x1}}{p_{1kx}} \text{cth}(p_{1kx} \delta_1) + \frac{\gamma_{x2}}{p_{2kx}} \text{cth}(p_{2kx} \delta_2) \right) \dot{E}_{mx}^k(\delta_2) +$$

(П. 5.1)

$$+ \frac{\gamma_{x1}}{p_{1kx} \text{sh}(p_{1kx} \delta_1)} \dot{E}_{mx}^k(\delta_3) = 0.$$

Условия равенства линейных плотностей тока будут:

$$\frac{\gamma_{x1}}{p_{1kx}} \text{th}(p_{1kx} \delta_1 / 2) (\dot{E}_{mx}^k(\delta_2) + \dot{E}_{mx}^k(\delta_3)) = j_{1mx}^k; \quad (\text{П. 5.2})$$

$$\frac{\gamma_{x2}}{p_{2kx}} \text{th}(p_{2kx} \delta_2 / 2) (\dot{E}_{mx}^k(0) + \dot{E}_{mx}^k(\delta_2)) = j_{2mx}^k. \quad (\text{П. 5.3})$$

Из решения системы (П. 5.1)–(П. 5.3) имеем:

$$\dot{E}_{mx}^k(0) = -q^{-1} \left(\frac{a_{13}^k}{a_{22}^k} j_{1mx}^k + \frac{a_{31}^k - q}{a_{31}^k} j_{2mx}^k \right); \quad \dot{E}_{mx}^k(\delta_2) = q^{-1} \left(\frac{a_{13}^k}{a_{22}^k} j_{1mx}^k + \frac{a_{11}^k}{a_{31}^k} j_{2mx}^k \right);$$

$$\dot{E}_{mx}^k(\delta_3) = q^{-1} \left(\frac{a_{11}^k - a_{12}^k}{a_{22}^k} j_{1mx}^k - \frac{a_{11}^k}{a_{31}^k} j_{2mx}^k \right),$$

(П.5.4)

где $q = a_{11}^k - a_{12}^k + a_{13}^k$; a_{ij}^k – коэффициенты при неизвестных в уравнениях (П. 5.1)–(П. 5.3).

ЛИТЕРАТУРА

1. Бредихин А. М., Хомяков М. В. Электрические контактные соединения. – М.: Энергия, 1980.
2. Основы расчета токораспределения в плоских контактных соединениях / А. Н. Герасимович, Д. А. Герасимович, Г. В. Яковлев и др. // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2000. – № 3. – С. 12–24.
3. Поливанов К. М. Теоретические основы электротехники. – Ч. 3. Теория электромагнитного поля. – М.: Энергия, 1969.
4. Герасимович А. Н., Герасимович Д. А. Решение краевой задачи токораспределения в шинопроводе прямоугольного профиля итерационным методом // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 1996. – № 3–4. – С. 3–8.
5. Герасимович А. Н. Приближенные методы определения электромагнитных характеристик токоведущих систем и проводящих конструкций электроустановок: Автореф. дис. ... докт. техн. наук. – С.-Петербург: СПбГТУ, 1993.

Представлена кафедрой
электрических станций

Поступила 10.03.2000

УДК 621.311.019.3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЛИЧЕСТВЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ОШИБОК СИГНАЛИЗАЦИИ ПОЛОЖЕНИЙ КОММУТАЦИОННОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ АППАРАТУРЫ

Докт. техн. наук АНИЩЕНКО В. А., инж. ШУТОВ А. Л.

Белорусская государственная политехническая академия

Цель исследования. Принципы построения и общая структура математической модели сигнализации положений коммутационных электрических аппаратов и измерений связанных с ними аналоговых переменных, характеризующих действующую схему системы электроснабжения, разработаны в [1–3]. В этой модели система электроснабжения рассматривается как дискретный комбинационный одноктактный объект, или объект без памяти. Значения выходных аналоговых переменных не зависят от времени и определяются величинами входных аналоговых переменных и функции проводимости.

Указанная модель позволяет организовать диагностику ошибок сигнализации положений коммутационных аппаратов и части аномально больших ошибок измерений связанных с последними аналоговых переменных.