УДК 621.311

К РЕШЕНИЮ КЛАССИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ МАГНИТНОГО ВЛИЯНИЯ ВОЗДУШНЫХ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ НА ПРОТЯЖЕННЫЕ ПРОВОДЯЩИЕ КОММУНИКАЦИИ

Канд. техн. наук ГЛУШКО В. И.

НИиПИ РУП «Белэнергосетьпроект»

В статье под «протяженными проводящими коммуникациями» понимаются линии связи, вторичные цепи релейной защиты и автоматики электроустановок, металлические трубопроводы и другие металлические протяженные сооружения. Задача магнитного влияния воздушных линий электропередачи на такие коммуникации (особенно на линии связи) решается с 20-х годов прошлого столетия. Получены классические решения [1–3], которые длительное время успешно применяются на практике. Однако до настоящего времени эта проблема интересует специалистов в части разработки более простых методов расчета. Именно такая задача исследования и решается в данной работе.

Основы методики расчета магнитного влияния. В дальнейшем провода линий электропередачи будем называть первичными цепями, а протяженные коммуникации – вторичными цепями. К первичным цепям отнесем также высоковольтные шины электроустановок при определении помех в устройствах релейной защиты и автоматики. В этом случае под вторичными цепями понимаются контрольные кабели, проложенные в лотках.

С физической точки зрения магнитное влияние определяется продольной составляющей электрического поля первичных цепей E_x, которая в системе координат x, y, z (плоскость xy совмещена с поверхностью земли, ось z перпендикулярна поверхности земли) без учета токов смещения удовлетворяет дифференциальному уравнению [4]

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - k_з^2 E_x = 0, \qquad (1)$$

где $k_з = \sqrt{j\omega\mu_0\sigma_з}$ – волновое число земли; $\sigma_з$ – удельная проводимость однородной или эквивалентной однородной земли; ω – круговая частота; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$; $j = \sqrt{-1}$.

В общем случае решение уравнения (1) связано с определенными трудностями; с целью упрощения можно пренебречь искажением поля первичных цепей вследствие концевого эффекта, наличия заземленного троса и коронирования проводов. Кроме того, для упрощения изложения материала рассмотрим случай расположения вторичных цепей над землей. Тогда решение (1) относительно E_x с учетом [4, 5] можно представить в виде

$$E_x = -j\frac{\omega\mu_0}{4\pi} I_{\text{п}} \left[\ln\frac{(h_{\text{п}}+z)^2+y^2}{(h_{\text{п}}-z)^2+y^2} + 4\int_0^\infty \frac{e^{-\nu(h_{\text{п}}+z)}}{\nu+\sqrt{\nu^2+k_{\text{з}}^2}} \cos y\nu d\nu \right], \tag{2}$$

где $I_{\text{п}}$ – ток первичных цепей; $h_{\text{п}}$ – высота подвеса первичных цепей над землей; z, y – координаты точки наблюдения на вторичной цепи.

По E_x определяются основные параметры магнитного влияния: $E_{\text{пв}}$ – индуктированная первичными цепями во вторичных цепях ЭДС при их параллельном и косом сближении; $Z_{\text{пв}}$ – взаимное сопротивление; $M_{\text{пв}}$ – коэффициент взаимоиндукции, которые равны:

$$E_{\text{пв}} = E_x l; \quad E_{\text{пв}} = \text{ctg}\alpha \int_{y_a}^{y_b} E_x dy; \quad Z_{\text{пв}} = -\frac{E_{\text{пв}}}{I_{\text{п}}}; \quad M_{\text{пв}} = \frac{E_{\text{пв}}}{j\omega I_{\text{п}}}, \tag{3}$$

где l – длина участка сближения первичных и вторичных цепей; α – угол между первичными и вторичными цепями; y_a, y_b – минимальное и максимальное расстояния между первичными и вторичными цепями на участке сближения.

Входящий в (2) интеграл может быть выражен через интеграл Карсона, вычисление которого составляет основную часть исследования в статье.

Вычисление интеграла Карсона. Интеграл Карсона представляется в виде [5]

$$I_{\text{К}} = j\int_0^\infty \frac{e^{-\nu(h_{\text{п}}+z)}}{\nu+\sqrt{\nu^2+k_{\text{з}}^2}} \cos y\nu d\nu. \tag{4}$$

В общем случае вычисление такого интеграла затруднительно вследствие того, что в подынтегральное выражение (4) входит трансцендентная функция

$$F(\nu,k_{\text{з}}) = F(\nu=\text{var}, k_{\text{з}}=\text{const}) = \frac{1}{\nu+\sqrt{\nu^2+k_{\text{з}}^2}}. \tag{5}$$

Для упрощения вычисления интеграла $I_{\text{К}}$ заменим функцию $F(\nu,\ k_{\text{з}})$ простой аналитической функцией. Для этого аналогично [5] выполним преобразование

$$F(\nu,k_{\text{з}}) = \frac{1}{\nu+\sqrt{\nu^2+k_{\text{з}}^2}} = \left(1-\frac{\sqrt{\nu^2+k_{\text{з}}^2}-\nu}{\sqrt{\nu^2+k_{\text{з}}^2}+\nu}\right)\frac{1}{2\nu} = \left(1-e^{-\varepsilon}\right)\frac{1}{2\nu}, \tag{6}$$

где

$$\varepsilon = \ln\frac{\sqrt{\nu^2+k_{\text{з}}^2}+\nu}{\sqrt{\nu^2+k_{\text{з}}^2}-\nu}.$$

Из преобразования (6) следует, что главное значение интеграла $I_К$ в (4) определяется в области нуля функции $F(\nu,\ k_з)$ ($\nu \to 0$), поэтому есть все основания полагать, что именно в этой области интегрирования можно получить удобную аппроксимацию для функции $F(\nu,\ k_з)$.

Для исследования функции $F(\nu,\ k_з)$ в области нуля разложим функцию $\varepsilon = \ln \dfrac{\sqrt{\nu^2 + k_з^2} + \nu}{\sqrt{\nu^2 + k_з^2} - \nu}$ в ряд [6]

$$\varepsilon = \ln \frac{\sqrt{\nu^2 + k_з^2} + \nu}{\sqrt{\nu^2 + k_з^2} - \nu} = \ln \frac{z+1}{z-1} = 2\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{3z^3} + \frac{1}{5z^5} + \cdots\right) = 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)\,z^{(2n-1)}}, \quad (7)$$

где $z = \sqrt{\left(\dfrac{k_з}{\nu}\right)^2 + 1} \approx \dfrac{k_з}{\nu}$.

Из разложения (7) при $z \approx \dfrac{k_з}{\nu}$ следует, что параметр ε может быть приближенно принят $\varepsilon = \dfrac{2\nu}{k_з}$. Тогда по (6) для аппроксимации функции $F(\nu,\ k_з)$ будем иметь

$$F(\nu,\ k_з) = \left(1 - e^{-\frac{2\nu}{k_з}}\right)\frac{1}{2\nu}. \quad (8)$$

Из сравнения (5) и (8) получим приближения:

$$F(\nu, k_з) = \frac{1}{\nu + \sqrt{\nu^2 + k_з^2}} = \frac{1}{k_з\left(w + \sqrt{w^2+1}\right)} \cong \frac{1 - e^{-2w}}{k_з 2w}; \quad (9)$$

$$F(\nu,\ k_з) = \frac{1}{w + \sqrt{w^2+1}} \cong \frac{1 - e^{-2w}}{2w}, \quad (10)$$

где $w = \dfrac{\nu}{k_з} = \dfrac{\nu}{\sqrt{j\omega\mu_0\sigma_з}}$ – безразмерная комплексная переменная.

Заметим, что для (10) существует предел $\lim\limits_{w\to 0} \dfrac{1 - e^{-2w}}{2w} = 1$.

Погрешность (10) не превышает 5 %. Полученное приближение (10) полностью совпадает с приближением, принятым без строгого обоснования в [7], которое в данной статье может служить своеобразным критерием корректности решения поставленной задачи.

Приближение (10) представлено в комплексной плоскости. Поэтому для его применения при вычислении интеграла $I_К$ (4) необходимо обосновать возможность выполнения интегрирования в комплексной плоскости по действительной оси ν. Для такого обоснования исследуем переменную w в комплексной плоскости.

По (10) комплексная переменная равна $w=\dfrac{\nu}{\sqrt{j\omega\mu_0\sigma_з}}$, которая с учетом известного равенства $\sqrt{j}=e^{j\frac{\pi}{4}}$ принимает вид

$$w=\frac{\nu}{\sqrt{j\omega\mu_0\sigma_з}}=\frac{\nu}{\sqrt{\omega\mu_0\sigma_з}}\frac{1}{e^{j\frac{\pi}{4}}}=\frac{\nu}{\sqrt{\omega\mu_0\sigma_з}}e^{-j\frac{\pi}{4}}. \quad (11)$$

В (11) параметр $e^{-j\frac{\pi}{4}}$ означает, что переменная w определяется в комплексной плоскости при аргументе $\arg w=-\dfrac{\pi}{4}\ldots 0$ или arg w = 45°…0°. Это значит, что рассматриваемая комплексная плоскость заключена между действительной осью v и прямой в полупространстве (–j), расположенной под углом 45° к оси v. Так как функция $\dfrac{1-e^{-2w}}{2w}$ не содержит полюсов в рассматриваемой полуплоскости и в бесконечности $(w \to \infty)$ равна нулю, то правомочность интегрирования в (4) по действительной оси v вполне обоснована.

Тогда для интеграла (4) с учетом (10) будем иметь

$$I_К=\frac{j}{2}\int_0^{\infty}\left[e^{-\nu(h_п+z)}-e^{-\nu(h_п+z+\frac{2}{k_з})}\right]\frac{\cos y\nu}{\nu}d\nu. \quad (12)$$

В (12) для экспонент соблюдается условие $\mathrm{Re}(h_п+z)>0$; Re = $=\left(h_п+z+\dfrac{2}{k_з}\right)>0$. С учетом этого для получения решения для интеграла (12) используем известный интеграл $I_К=\displaystyle\int_0^{\infty}\frac{e^{-\gamma x}-e^{-\beta x}}{x}\cos bx dx=$ $=\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{b^2+\beta^2}{b^2+\gamma^2}\left(\mathrm{Re}\gamma>0;\ \mathrm{Re}\beta>0\right)$ [8]. Таким образом, с учетом (4) и (12) окончательно для интеграла Карсона (4) получим

$$I_К=\frac{j}{4}\ln\frac{\left(h_п+z+\dfrac{2}{k_з}\right)^2+y^2}{\left(h_п+z\right)^2+y^2}. \quad (13)$$

Полученное решение (12) для интеграла Карсона $I_К$ полностью совпадает с аналогичным решением по [7]. Приближенное решение для интеграла Карсона с учетом многослойной земли применительно к магнитному влиянию получено в [5]. При этом для точки наблюдения z << $h_п$ (например, когда контрольные кабели расположены в лотках) решение (13) полностью совпадает с главным значением интеграла Карсона по [5] для однородной земли.

Расчетные соотношения для магнитного влияния. Расчетное выражение для E_x получим по (2) с учетом (13) при замене $z = h_в$ и $y = d_{пв}$, где $h_в$ – расстояние вторичной цепи до земли; $d_{пв}$ – проекция расстояния между первичной и вторичной цепями на землю. Будем иметь

$$E_x = -j\frac{\omega\mu_0}{4\pi} I_п \left[\ln\frac{(h_п + h_в)^2 + d_{пв}^2}{(h_п - h_в)^2 + d_{пв}^2} + \ln\frac{\left(h_п + h_в + \dfrac{2}{k_з}\right)^2 + d_{пв}^2}{\left(h_п + h_в\right)^2 + d_{пв}^2} \right]. \quad (14)$$

Заметим, что параметр $\dfrac{1}{k_з} = h_э = \dfrac{1}{\sqrt{j\omega\mu_0\sigma_з}} = \sqrt{\dfrac{1}{2\omega\mu_0\sigma_з}}(1-j)$ является эквивалентной фиктивной комплексной глубиной проникновения электромагнитного поля в землю ($h_э$ – в метрах).

При решении практических задач влияния первичных цепей на вторичные используются модули параметров E_x, $E_{пв}$, $Z_{пв}$, $M_{пв}$. В случае сложного сближения первичных и вторичных цепей, т. е. при наличии нескольких участков сближения, модули указанных параметров будут равны:

$$\left|E_{пв}\right| = \left|\sum_{i=1}^{n} E_{пвi}\right|; \quad \left|Z_{пв}\right| = \left|\sum_{i=1}^{n} Z_{пвi}\right|; \quad \left|M_{пв}\right| = \left|\sum_{i=1}^{n} M_{пвi}\right|, \quad (15)$$

где $E_{пвi}$, $Z_{пвi}$, $M_{пвi}$ – соответственно индуктированная ЭДС, взаимное сопротивление и коэффициент взаимоиндукции на i-м участке сближения; n – число участков сближения.

Расчетные соотношения (15) получены применительно к одной фазе линии, подключенной к источнику синусоидального напряжения с круговой частотой $\omega = 2\pi f$, где f – частота. Для трехфазной линии параметры $\left|E_{пв}\right|$, $\left|Z_{пв}\right|$, $\left|M_{пв}\right|$ суммируются с учетом сдвига фаз между ними.

При расчете помех определяется параметр $E_{пв} = E_x l_{пв}$ в (3) при E_x по (14), который рассматривается как электромагнитная помеха. При этом помеха $E_{пв}$ чаще всего определяется при однофазном режиме работы линий (высоковольтных шин) и вызывается в больших случаях коммутацией высоковольтного оборудования выключателями и разъединителями и прорывом грозового импульса тока с линии на высоковольтные шины. Для расчета таких помех расчетные соотношения (15) непосредственно могут быть использованы при замене круговой частоты ω на эквивалентную $\omega_э$ при заданном расчетном токе первичной цепи $I_{пр}$, т. е. при замене в (14) $\omega = \omega_э$ и $I_п = I_{пр}$.

Эквивалентная круговая частота $\omega_э$ и ток $I_{пр}$ могут быть приняты по литературным источникам или определены по соответствующим стандартным программам расчета переходных процессов и перенапряжений в линиях высокого напряжения. Например, при расчете грозовых перенапряжений по [9] эквивалентная частота $f_э$ принимается, исходя из замены длины фронта тока молнии $\tau_Ф$ (в мкс) четвертью периода эквивалентной синусоиды, $f_э = \dfrac{1}{4\tau_Ф}$. Тогда для $\omega_э$ будем иметь:

$$\omega_э = \frac{\pi}{2\tau_Ф}. \qquad (16)$$

При средней длине фронта $\tau_Ф$ = 2 мкс эквивалентная круговая частота равна $\omega_э = \frac{\pi}{4} \cdot 10^6,\ с^{-1}$.

При расчете коммутационных помех в качестве эквивалентной круговой частоты $\omega_э$ в первом приближении можно принять круговую частоту собственных колебаний шин

$$\omega_э = \frac{1}{\sqrt{L_ш C_ш}}, \qquad (17)$$

где $L_ш$, $C_ш$ – индуктивность и емкость шины с учетом провода (проводов) фазы линии.

Выражение (2) для E_x является точным решением, а (14) – приближенным. Отличается (2) от (14) только интегралом Карсона $I_К$, который в (14) вычисляется приближенно с погрешностью 5 %. В связи с этим есть основание считать, что расчетные соотношения для магнитного влияния $E_{пв}$, $Z_{пв}$, $M_{пв}$ и $|E_{пв}|$, $|Z_{пв}|$, $|M_{пв}|$ также определяются с погрешностью порядка 5 %.

ВЫВОД

На основе приближенного вычисления интеграла Карсона получены простые расчетные соотношения для магнитного влияния воздушных линий электропередачи и высоковольтных шин электроустановок на протяженные проводящие коммуникации и на вторичные цепи релейной защиты и автоматики электроустановок. Погрешность расчета параметров магнитного влияния не превышает 5 %.

ЛИТЕРАТУРА

1. Carcon, I. R. Wave propagation in overhead wires with ground return / I. R. Carcon // Bell Syst. Tech. – 1926. – № 1.
2. Pollaczek, F. Uber das feld einer unendlich langen wechselstrom durch flossen Einfachleitung / F. Pollaczek // E.N.T. – 1926. – Sept.
3. Костенко, М. В. Взаимные сопротивления между воздушными линиями с учетом поверхностного эффекта / М. В. Костенко // Электричество. – 1955. – № 10.
4. Костенко, М. В. Волновые процессы и электрические помехи в многопроводных линиях высокого напряжения / М. В. Костенко, Л. С. Перельман, Ю. П. Шкарин. – М.: Энергия, 1973.
5. Глушко, В. И. Методы расчета магнитного влияния между электрическими цепями с учетом конечной проводимости земли / В. И. Глушко // Электричество. – 1986. – № 3.
6. Справочник по специальным функциям / под ред. А. Амбрамовица и Н. Стиган. – М.: Наука, 1979.
7. The complex ground return plane. A simplified model for homogeneous and multi-layer earth return / A. Deri [et al.] // IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems. – 1981.
8. Градштейн, И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И. С. Градштейн, Н. М. Рыжик. – М.: Наука, 1971.
9. Перенапряжения и защита от них воздушных и кабельных электропередач высокого напряжения / М. В. Костенко [и др.]. – Л.: Наука, 1988.

Поступила 12.11.2012