

УДК 536.12:518.61

ПРОТИВОТОЧНЫЙ РАДИАЦИОННО-КОНВЕКТИВНЫЙ НАГРЕВ МАССИВНЫХ ТЕЛ

Докт. техн. наук, проф. ПОСТОЛЬНИК Ю. С.,
докт. техн. наук, проф. ТИМОШПОЛЬСКИЙ В. И.,
засл. деят. науки и техн. Украины, докт. техн. наук, проф. ОГУРЦОВ А. П.,
канд. техн. наук, доц. ТРУСОВА И. А., канд. техн. наук КОЗЛОВ С. М.,
инж. РАТНИКОВ П. Э.

*Белорусская государственная политехническая академия,
Днепродзержинский государственный технический университет*

Нагрев различных материалов в противотоке находит довольно широкое распространение в металлургии. Исследованию подобных процессов посвящены многие работы (например, [1–7]). Существующие методики расчета при этом основываются либо на численном моделировании, либо на ряде упрощающих гипотез, наиболее существенными из которых являются пренебрежение тепловой инерцией тел и осуществление теплообмена исключительно конвекцией [7]. Первая гипотеза дала возможность построить методику расчета без привлечения дифференциального уравнения теплопроводности. Но такая методика оказалась малоприменимой для расчета массивных тел. Для ее уточнения пришлось решать соответствующую краевую задачу теплопроводности. Благодаря второй гипотезе эта задача оказалась линейной, что и дало возможность получить точное аналитическое решение.

Однако это решение, будучи более-менее справедливым для фильтрационных процессов, в большинстве случаев приводит к существенным погрешностям при расчетах противоточного нагрева металла в проходных или методических печах, где теплообмен является чисто радиационным или смешанным радиационно-конвективным.

Еще полвека тому назад А. В. Кавадеров отмечал, что процесс радиационного нагрева массивных слитков в печах с нестационарной температурой газа-теплоносителя представляет значительный практический интерес [8]. Но и до сих пор общее аналитическое решение соответствующей краевой задачи противоточного теплообмена еще не получено, хотя некоторые отдельные попытки в этом направлении производились, о чем говорится в [8].

Единственной работой, претендующей в какой-то мере на постановку и аналитическое решение нелинейной задачи противоточного радиационного нагрева массивного слитка, является [9]. Однако в ней, во-первых, рассматривается лишь плоская форма тела; во-вторых, в уравнении теплопроводности производная по времени берется от средне-

массовой температуры, а в нелинейном граничном условии вместо температуры поверхности также принимается средняя температура; в-третьих, при решении вводятся упрощения, основанные на использовании приближенного решения задачи с постоянной температурой теплоносителя; в-четвертых, само аналитическое решение не получено, а выделены две нелинейные функции:

$$\frac{m_0}{n_0} = \frac{\theta_n(\tau) - \bar{\theta}(\tau)}{\text{Sk} [\theta_r^4(\tau) - \theta_n^4(\tau)]}; \quad n_0 = \text{Sk} \frac{\theta_r^4(\tau) - \theta_n^4(\tau)}{\theta_n(\tau) - \theta_u(\tau)}, \quad (1)$$

которые представлены графиками, построенными на основе расчетов на гидростатическом интеграторе Будрина в зависимости от критерия Старка Sk ($0 \leq \text{Sk} \leq 1,5$) и отношения водяных чисел $n = W/W_r$ ($0 \leq n \leq 1,2$); в-пятых, предложенная методика практически приемлема для развитого процесса ($\tau \geq 0,3 \dots 0,4$); в-шестых, она не пригодна для расчета сложного радиационно-конвективного теплообмена.

Таким образом, можно утверждать, что наличие [8, 9] подтверждает актуальность проблемы, а их содержание — необходимость надежного решения более общей нелинейной задачи радиационно-конвективного нагрева массивных тел различной формы.

Рассмотрим задачу противоточного симметричного нагрева массивных тел плоской ($m = 0$), цилиндрической ($m = 1$) и сферической ($m = 3$) форм в следующей постановке:

$$\frac{1}{\rho^m} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\rho^m \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \right] = \frac{\partial \theta}{\partial \tau}; \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right|_{\rho=1} = \text{Sk} \left\{ [\theta_r^4(\tau) - \theta_n^4(\tau)] + \zeta [\theta_r(\tau) - \theta_n(\tau)] \right\}; \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right|_{\rho=0} = 0; \quad (4)$$

$$\frac{d\theta_r}{d\tau} = \text{Sk} \left\{ [\theta_r^4(\tau) - \theta_n^4(\tau)] + \zeta [\theta_r(\tau) - \theta_n(\tau)] \right\} n_m; \quad (5)$$

$$\theta(\rho, 0) = \theta' = \text{const}; \quad \theta_r(0) = \theta_r'' = 1, \quad (6)$$

где введены безразмерные величины

$$\theta(\rho, \tau) = \frac{T(r, t)}{T_r''}; \quad \theta_r(\tau) = \frac{T_r(t)}{T_r''}; \quad \rho = \frac{r}{R}; \quad \tau = \text{Fo} = \frac{at}{R^2};$$

$$Sk = \frac{\sigma_B T_r^3 R}{\lambda}; \quad Bi = \frac{\alpha R}{\lambda}; \quad \zeta = \frac{Bi}{Sk}; \quad n = \frac{VC}{V_r C_r}; \quad n_m = (1 + m)n.$$

Здесь m_0, n_0 — параметры, характеризующие функцию распределения температур по сечению заготовки; Bi, Sk — критерии Био и Старка соответственно; $\theta_r(\tau), \theta_n(\tau), \theta_{\text{ц}}(\tau), \bar{\theta}(\tau)$ — соответственно безразмерные температуры газа, поверхности, центра заготовки, а также средняя температура в момент времени τ ; n — отношение водяных чисел; W, W_r — водяные эквиваленты металла и газа соответственно; m — коэффициент формы тела; $\theta(\rho, \tau)$ — безразмерная температура заготовки на расстоянии ρ от центра заготовки в момент времени τ ; $\tau = Fo$ — критерий Фурье; ζ — отношение критериев Био и Старка; T, T_r — абсолютные температуры тела и газа; r — отсчитываемая от центра координата точки тела; $2R$ — толщина пластины или диаметр цилиндра, шара; a — коэффициент температуропроводности; t — время; $\lambda, C = c \gamma$ — теплопроводность и объемная теплоемкость; c — теплоемкость металла; γ — плотность металла; $V = FR/(1+m)$ — объем тела; F — его тепловоспринимающая поверхность; V_r — объем газа; T', T'_r и T'', T''_r — соответствующие температуры тела и газа на входе (...) и выходе (...); c_r — теплоемкость газа; σ_B, α — коэффициенты теплообмена излучением и конвекцией соответственно. В работе использованы следующие индексы: ' — вход; '' — выход; 1 — инерционный этап; 2 — регулярный этап; п — поверхность; ц — центр; г — газ; * — окончание процесса нагрева; 0 — окончание инерционного этапа; в — видимый.

Аналитическое решение этой задачи в литературе отсутствует. В [9] рассматривается подобная задача для чисто радиационного нагрева плоского слитка.

Поставленную задачу будем решать методом эквивалентных источников (МЭИ), хорошо зарекомендовавшим себя при решении различных нелинейных задач прямого [10–12] и обратного [13–15] теплообмена. Решение проводим в рамках известной [16] модели термического слоя (МТС).

На первом (инерционном) этапе ($0 \leq \tau \leq \tau_0$; $\beta(\tau) \leq \rho \leq 1$) решение МЭИ имеет вид [10]

$$\theta(\rho, \tau) = \theta' + [\theta_{1n}(\tau) - \theta'] \left[\frac{\rho - \beta(\tau)}{1 - \beta(\tau)} \right]^2,$$

где $\beta(\tau) = 1 - l(\tau)$. Здесь τ_0 — продолжительность инерционного этапа нагрева; $l(\tau)$ — глубина прогретого слоя; $\beta(\tau)$ — то же, непрогретого слоя.

При этом связь между функциями $l(\tau)$, $\theta_{1n}(\tau)$ и $\theta_{1r}(\tau)$ имеет вид

$$l(\tau) = \frac{2}{Sk} \frac{\theta_{1n}(\tau) - \theta'}{[\theta_{1r}^4(\tau) - \theta_{1n}^4(\tau)] + \zeta [\theta_{1r}(\tau) - \theta_{1n}(\tau)]}, \quad (7)$$

а температура поверхности $\theta_{1n}(\tau)$ или температурный перепад $\Delta\theta_1(\tau) = \theta_{1n}(\tau) - \theta'$ определяются решением дифференциального уравнения

$$\frac{d}{d\tau} [\Delta\theta_1(\tau)l(\tau)] = 6(1+m)\Delta\theta_1(\tau)/l(\tau). \quad (8)$$

Три неизвестных функции $\theta_{1n}(\tau)$, $\theta_{1r}(\tau)$ и $l(\tau)$ определяются системой трех уравнений (5), (7), (8), но такой путь трудно преодолить. Так как мы остановили свой выбор на приближенном методе (точного аналитического метода в замкнутой форме для подобных нелинейных задач пока не существует), ввиду быстротечности инерционного этапа для реальных металлургических объектов примем априори, что продвижение фронта прогрева $l(\tau)$ удовлетворяет известному «закону квадратного корня», который в данном случае представим формулой [10]

$$l(\tau) = \sqrt{6(1+m)\tau}. \quad (9)$$

В таком случае (8) принимает вид

$$\frac{d(l\Delta\theta_1)}{l\Delta\theta_1} = \frac{d\tau}{\tau}.$$

Интеграл этого уравнения очевиден:

$$\Delta\theta_1(\tau) = \sqrt{\frac{\tau}{6(1+m)}}; \quad \theta_{1n}(\tau) = \theta' + \sqrt{\frac{\tau}{6(1+m)}}. \quad (10)$$

Исключая при помощи выражения (7) функцию $l(\tau)$ из (8), получаем

$$\begin{aligned} & \frac{d}{d\tau} \frac{\Delta\theta_1^2(\tau)}{[\theta_{1r}^4(\tau) - \theta_{1n}^4(\tau)] + \zeta[\theta_{1r}(\tau) - \theta_{1n}(\tau)]} = \\ & = \frac{3}{2}(1+m)Sk \left\{ [\theta_{1r}^4(\tau) - \theta_{1n}^4(\tau)] + \zeta[\theta_{1r}(\tau) - \theta_{1n}(\tau)] \right\}. \end{aligned} \quad (11)$$

Из условия теплового баланса (5) следует

$$Sk \left\{ [\theta_{1r}^4(\tau) - \theta_{1n}^4(\tau)] + \zeta[\theta_{1r}(\tau) - \theta_{1n}(\tau)] \right\} = \frac{1}{n_m} \frac{d\theta_{1r}}{d\tau}. \quad (12)$$

Подставляя это выражение в правую часть (11), имеем

$$\frac{d}{d\tau} \frac{\Delta\theta_1^2(\tau)}{[\theta_{1r}^4(\tau) - \theta_{1n}^4(\tau)] + \zeta[\theta_{1r}(\tau) - \theta_{1n}(\tau)]} = \frac{3}{2} \frac{Sk}{n} \frac{d\theta_{1r}}{d\tau}.$$

Интегрируя и используя начальное условие (6), получаем

$$\frac{\Delta\theta_1^2(\tau)}{[\theta_{1r}^4(\tau) - \theta_{1n}^4(\tau)] + \varsigma[\theta_{1r}(\tau) - \theta_{1n}(\tau)]} = \frac{3}{2} \frac{Sk}{n} [\theta_{1r} - 1]. \quad (13)$$

Из выражения (7) следует

$$[\theta_{1r}^4(\tau) - \theta_{1n}^4(\tau)] + \varsigma[\theta_{1r}(\tau) - \theta_{1n}(\tau)] = \frac{2\Delta\theta_1(\tau)}{Sk l(\tau)},$$

после чего находим

$$\theta_{1r}(\tau) = 1 + \frac{n}{3} \Delta\theta_1(\tau) l(\tau),$$

или с учетом упрощенного решения (9), (10):

$$\theta_{1r}(\tau) = 1 + \frac{n\tau}{3}; \quad \tau \leq \tau_0 = \frac{1}{6(1+m)}. \quad (14)$$

В конце инерционного этапа: $\tau = \tau_0$; $l(\tau_0) = 1$;

$$\begin{aligned} \theta_{1r}(\tau_0) = \theta_{1r}^0 = 1 + \frac{n}{3}(\theta_{1n}^0 - \theta') &= 1 + \frac{n}{18(1+m)}; \\ \Delta\theta_1^0 = \sqrt{\frac{\tau_0}{6(1+m)}} = \tau_0; \quad \theta_{1n}^0 &= \theta' + \tau_0. \end{aligned} \quad (15)$$

На втором (упорядоченном) этапе ($\tau_0 \leq \tau \leq \tau_*$; $0 \leq \rho \leq 1$) разрешающее уравнение МЭИ принимаем по его первому (основному) варианту [6]:

$$\frac{1}{\rho^m} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho^m \frac{\partial \theta_2}{\partial \rho} \right) = f_2(\tau); \quad (16)$$

$$f_2(\tau) = (1+m) \int_0^1 \rho^m \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} d\rho = (1+m) \frac{d}{d\tau} \int_0^1 \theta_2(\rho, \tau) \rho^m d\rho, \quad (17)$$

где $f_2(\tau)$ — эквивалентный источник на регулярном этапе нагрева.

Интегрируя уравнение (16) дважды по ρ и используя граничные условия (3), (4), находим:

$$f_2(\tau) = (1+m) Sk \left\{ [\theta_{2r}^4(\tau) - \theta_{2n}^4(\tau)] + \varsigma[\theta_{2r}(\tau) - \theta_{2n}(\tau)] \right\}; \quad (18)$$

$$\theta_2(\rho, \tau) = \theta_{2n}(\tau) - \frac{\text{Sk}}{2} \left\{ \left[\theta_{2r}^4(\tau) - \theta_{2n}^4(\tau) \right] + \zeta \left[\theta_{2r}(\tau) - \theta_{2n}(\tau) \right] \right\} (1 - \rho^2). \quad (19)$$

Подставляя функции (18), (19) и интегрируя условие (17), получаем

$$\begin{aligned} & (1 + m) \text{Sk} \left\{ \left[\theta_{2r}^4(\tau) - \theta_{2n}^4(\tau) \right] + \zeta \left[\theta_{2r}(\tau) - \theta_{2n}(\tau) \right] \right\} = \\ & = \frac{d}{d\tau} \left\{ \theta_{2n}(\tau) - \frac{\text{Sk}}{1 + m} \left\langle \left[\theta_{2r}^4(\tau) - \theta_{2n}^4(\tau) \right] + \zeta \left[\theta_{2r}(\tau) - \theta_{2n}(\tau) \right] \right\rangle \right\}. \end{aligned} \quad (20)$$

Из условия теплового баланса по-прежнему вытекает выражение (12). В таком случае (20) интегрируется элементарно

$$\frac{\theta_{2r}(\tau)}{n} + D = \theta_{2n}(\tau) - \frac{\text{Sk}}{3 + m} \left\{ \left[\theta_{1r}^4(\tau) - \theta_{1n}^4(\tau) \right] + \zeta \left[\theta_{2r}(\tau) - \theta_{2n}(\tau) \right] \right\}, \quad (21)$$

где D — постоянная интегрирования.

Из решения (19) при $\rho = 0$ находим

$$\frac{\text{Sk}}{2} \left\{ \left[\theta_{2r}^4(\tau) - \theta_{2n}^4(\tau) \right] + \zeta \left[\theta_{2r}(\tau) - \theta_{2n}(\tau) \right] \right\} = \theta_{2n}(\tau) - \theta_{2u}(\tau) = \Delta\theta_2(\tau).$$

Тогда (21) принимает вид

$$\theta_{2r}(\tau) = \left[\theta_{2n}(\tau) - \frac{2}{3 + m} \Delta\theta_2(\tau) - D \right] n. \quad (22)$$

Приравнивая правые части выражений $\theta_{1r}(\tau_0) = \theta_{1r}^0$ (15) и $\theta_{2r}(\tau_0)$ (22), находим постоянную интегрирования

$$D = \theta' - \frac{1}{n} + \frac{2m}{3(3 + m)} (\theta_{1n}^0 - \theta'). \quad (23)$$

После этого связь (22) между функциями $\theta_{2r}(\tau)$, $\theta_{2n}(\tau)$, $\theta_{2u}(\tau)$ представится следующим образом:

$$\begin{aligned} \theta_{2r}(\tau) = & 1 - \frac{2mn}{3(3 + m)} \Delta\theta_1^2 + \frac{n}{3 + m} \{ (1 + m) [\theta_{2n}(\tau) - \theta_{2u}(\tau)] + \\ & + (3 + m) [\theta_{2u}(\tau) - \theta'] \}. \end{aligned}$$

Определим по решению (19) среднеобъемную температуру $\bar{\theta}_2(\tau)$ нагреваемого тела

$$\bar{\theta}_2(\tau) = (1+m) \int_0^1 \theta_2(\rho, \tau) \rho^m d\rho = \quad (24)$$

$$\approx \tilde{\theta}_{2n}(\tau) - \frac{Sk}{3+m} \left\{ [\theta_{2r}^4(\tau) - \theta_{2n}^4(\tau)] + \zeta [\theta_{2r}(\tau) - \theta_{2n}(\tau)] \right\}.$$

Сравнивая (21) и (24), получаем

$$\theta_{2r}(\tau) - n\bar{\theta}_2(\tau) = -Dn. \quad (25)$$

В [9] отмечается, что при противотоке в любой момент времени нагрева выполняется равенство

$$\theta_r(\tau) - n\bar{\theta}(\tau) = \theta_c. \quad (26)$$

В [9] значение θ_c не приводится. Здесь же мы получаем (23) и

$$\theta_c = -Dn = 1 - n\theta' - \frac{2mn}{3(3+m)} (\theta_{1n}^0 - \theta'), \quad (27)$$

что при $m = 0$ совпадает с выражением $\theta_c = 1 - n\theta'$, приведенным в [8], где рассматривается чисто радиационный нагрев малой тепловой инерции.

Как видим, закон (26) справедлив и для случая радиационно-конвективного теплообмена, а если учесть работы [1–3], посвященные конвективному теплообмену, то вообще для любого противоточного нагрева, независимо от вида граничных условий. Заметим только, что для других форм массивных тел, отличных от плоской, константа θ_c определяется более общим соотношением (27).

Возвратимся к (21). Исключим из него температурную функцию $\theta_{2n}(\tau)$ поверхности тела. Для этого из условия (5) находим

$$\theta_{2n}(\tau) = \theta_{2r}(\tau) \sqrt[4]{1 - \frac{\dot{\theta}_{2r}(\tau)}{n_m Sk \left[1 + \zeta \frac{\theta_{2r}(\tau) - \theta_{2n}(\tau)}{\theta_{2r}^4(\tau) - \theta_{2n}^4(\tau)} \right] \theta_{2r}^4(\tau)}}. \quad (28)$$

Следуя [10, 17], положим

$$k_1 = 1 + \zeta \frac{\theta_{2r}(\tau) - \theta_{2n}(\tau)}{\theta_{2r}^4(\tau) - \theta_{2n}^4(\tau)} \approx 1 + \frac{0,275 + 0,058m}{Sk}.$$

После такого упрощения (28) принимает вид

$$\theta_{2n}(\tau) = \theta_{2r}(\tau) \sqrt[4]{1 - \frac{\dot{\theta}_{2r}(\tau)}{n_m \text{Sk} k_1 \theta_{2r}^4(\tau)}}. \quad (29)$$

Тогда из (21) с учетом (12), (27), (29) имеем

$$\theta_{2r}(\tau) - \theta_c = n \theta_{2r}(\tau) \sqrt[4]{1 - \frac{\dot{\theta}_{2r}(\tau)}{n_m \text{Sk} k_1 \theta_{2r}^4(\tau)}} - \frac{\dot{\theta}_{2r}}{(1+m)(3+m)}. \quad (30)$$

Исследования показали, что второе слагаемое под корнем при $(nk_1 \text{Sk}) > 0,1$ меньше единицы. Учитывая это, заменим входящий в (30) радикал двумя первыми членами его степенного ряда. В таком случае получаем дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$\frac{d\theta_{2r}}{[1 - k_2 \theta_{2r}(\tau)] \theta_{2r}^3(\tau)} + \frac{4k_1 \text{Sk} d\theta_{2r}}{(3+m)[1 - k_2 \theta_{2r}(\tau)]} = 4(1+m) k_1 \text{Sk} \theta_c d\tau, \quad (31)$$

где

$$k_2 = (1 - n) / \theta_c.$$

Используя разложение дробно-рациональной функции первого слагаемого на простейшие дроби, в конечном итоге получаем следующее решение уравнения (31):

$$\Phi_r(\tau) - \Phi_r^0 = 4(1+m) \frac{k_1 \text{Sk} \theta_c}{k_2^2} (\tau - \tau_0); \quad (32)$$

$$\Phi_r(\tau) = \ln \theta_{2r}(\tau) - p \ln [1 - k_2 \theta_{2r}(\tau)] - \frac{0,5 + \theta_{2r}(\tau)}{k_2^2 \theta_{2r}^2}, \quad (33)$$

где

$$\Phi_r^0 = \Phi_r(\tau_0), \quad p = 1 + 4k_1 \text{Sk} / [k_2^2 (3+m)].$$

Трансцендентным уравнением (32), (33) и определяется температурная функция $\theta_{2r}(\tau)$ теплоносителя (газа), начальное значение которой известно (15).

Для расчета температуры $\theta_{2n}(\tau)$ газа воспользуемся (21). Получаем уравнение

$$\theta_{2n}^4(\tau) + a_{1n} \theta_{2n}(\tau) = a_{0n}(\tau), \quad (34)$$

где

$$a_{1n} = \frac{3+m}{\text{Sk}} + \zeta; \quad a_{0n}(\tau) = \theta_{2r}^4(\tau) + \frac{3+m}{n \text{Sk}} \left[\left(1 + \zeta \frac{n \text{Sk}}{3+m} \right) \theta_{2r}(\tau) - \theta_c \right].$$

Уравнение (34) имеет известное (например, [11]) решение:

$$\theta_{2n}(\tau) = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{2a_{1n}}{b_n} - b_n^2} - b_n \right); \quad b_n = \sqrt{U_n + V_n};$$

$$\left. \begin{matrix} U_n \\ V_n \end{matrix} \right\} = \sqrt[3]{\frac{a_{1n}^2}{2} \pm \sqrt{\Delta_n}}; \quad \Delta_n = \left(\frac{4a_{0n}}{3} \right)^3 + \left(\frac{a_{1n}^2}{2} \right)^2. \quad (35)$$

Зная функции температур поверхности $\theta_{2n}(\tau)$ металла и $\theta_{2r}(\tau)$ газа, из (19) (при $\rho = 0$) находим температуру центра

$$\theta_{2u}(\tau) = \theta_{2n}(\tau) - \frac{Sk}{2} \left\{ [\theta_{2r}^4(\tau) - \theta_{2n}^4(\tau)] + \zeta [\theta_{2r}(\tau) - \theta_{2n}(\tau)] \right\}. \quad (36)$$

Средняя температура тела рассчитывается по (24) или (25), (26)

$$\bar{\theta}_2(\tau) = [\theta_{2r}(\tau) - \theta_c] / n. \quad (37)$$

Время τ_* окончания нагрева определяется по решению (32) в предположении, что $\theta_{2n}^* = \theta_{2n}(\tau_*) = \eta \theta_{2r}(\tau_*) = \eta \theta_{2r}^*$, где η — показатель степени завершенности процесса.

Подставляя в (34) $\theta_{2n}^* = \eta \theta_{2n}^*$, приходим к такому же алгебраическому уравнению, как (34), но уже относительно θ_{2r}^* . При этом новые коэффициенты имеют вид:

$$a_{1r} = \frac{3+m}{nSk} \frac{1-\eta n}{1-\eta^4} \left[1 + \zeta \frac{nSk}{3+m} \frac{1-\eta}{1-n\eta} \right]; \quad a_{0r} = \frac{(3+m)\theta_c}{nSk(1-\eta^4)}.$$

Определяется значение θ_{2r}^* по решению, аналогичному (35). После этого из (32) находим

$$\tau_* = \tau_0 + \frac{k_2^2}{4(1+m)k_1Sk\theta_c} (\Phi_r^* - \Phi_r^0). \quad (38)$$

Поставленная задача полностью решена. Полученное решение позволяет рассчитать функции $\theta_r(\tau)$, $\theta_n(\tau)$, $\theta_u(\tau)$, $\bar{\theta}(\tau)$, $\Delta\theta(\tau)$ и время τ_* .

Полагая $\zeta = 0$, получаем решение задачи чисто радиационного противоточного нагрева.

Для оценки точности приведенного здесь общего решения был просчитан пример, приведенный в [9]:

$$m = 0; \theta' = 0,5; \zeta = 0; Sk = 0,5; n = 0,5; \eta = 0,99. \quad (39)$$

Расчеты, представленные в графической форме на рис. 1, показывают, что метод эквивалентных источников привел к результатам, практически совпадающим с [9] гидростатического интегратора. Продолжительность инерционного этапа составила 0,166.

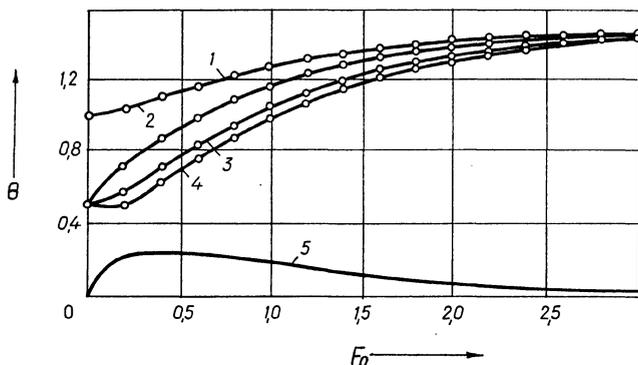


Рис. 1. Сравнение результатов расчетов с данными гидростатического интегратора [9]: 1 — температура печи; 2 — то же, поверхности металла; 3 — среднеобъемная температура; 4 — температура центра; 5 — температурный перепад между поверхностью и центром; — — результаты расчетов по МЭИ; -o-o- — данные гидростатического интегратора

На рис. 2 представлен противоточный нагрев пластины излучением и конвекцией при $\zeta = 1$; $Sk = 0,5$; $n = 1,5$. Процесс, очевидно, является расходящимся, что характерно для $n > 1$.

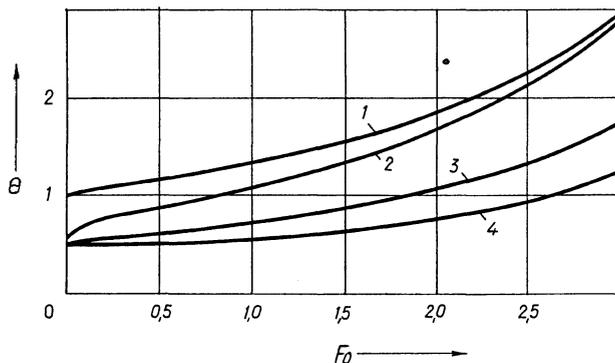


Рис. 2. 1 — температура печи; 2 — то же, поверхности металла; 3 — среднеобъемная температура; 4 — температура центра

На рис. 3 изображены графики, представляющие собой динамику процессов нагрева термически массивных тел различных геометрических форм при $\zeta = 1$; $Sk = 0,5$; $n = 0,5$; $\theta' = 0,5$; $\tau_* = 3$. Максимальный температурный перепад по сечению слитка достигается в конце инерционного этапа нагрева. Анализ результатов показывает, что при одинаковом характерном размере тел нагрев шара проходит наиболее интенсивно. Уменьшение температурного перепада в пластине, напротив, является наиболее медленным процессом.

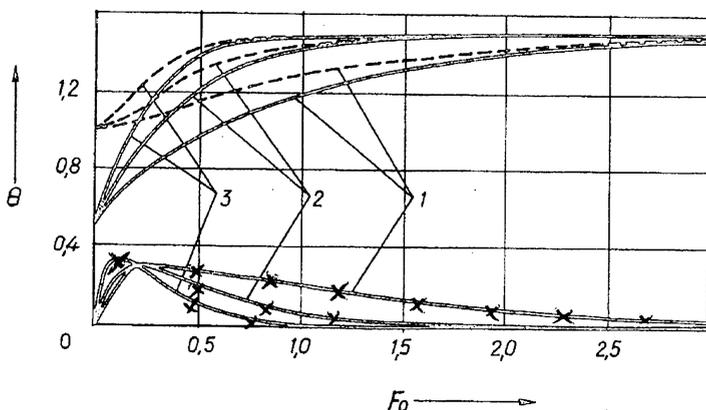


Рис. 3. Динамика температур тел различных геометрических форм при лучисто-конвективном противоточном теплообмене: 1 — пластина; 2 — цилиндр; 3 — шар; — температура поверхности; - - - - — то же, печи; -x- — максимальный температурный перепад по сечению слитка

Таким образом, получено обобщенное (для всех трех форм тел базовой геометрии) аналитическое решение задачи противоточного лучисто-конвективного нагрева массивных тел, свободное от неопределенных функций типа (1) и обладающее достаточной для практики точностью, к тому же довольно просто программируемое для использования ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гольфарб Э. М. Теплотехника металлургических процессов. — М.: Металлургия, 1967. — 439 с.
2. Охлаждение агломерата и окатышей / Н. М. Бабушкин, С. Г. Братчиков, Г. Н. Наметов и др. — М.: Металлургия, 1975. — 208 с.
3. Тепло- и массообмен в плотном слое / Б. И. Китаев, В. Н. Тимофеев, Б. А. Боковиков и др. — М.: Металлургия, 1972. — 432 с.
4. Постольник Ю. С., Тимошпольский В. И., Сичевой А. П. Анализ технологии нагрева металла в пламенных печах // Изв. вузов. Черная металлургия. — 1979. — № 2. — С. 110–113.
5. Тимошпольский В. И., Трусова И. А. К расчету нагрева массивного металла в пламенных печах // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений). — 1985. — № 1. — С. 103–106.
6. Постольник Ю. С., Тимошпольский В. И. Радиационно-конвективный нагрев неограниченного цилиндра с функционально-зависящими теплофизическими характеристиками // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений). — 1980. — № 3. — С. 121–124.
7. Расчет нагрева термомассивной пластины в условиях теоретического противотока / В. И. Тимошпольский, Ю. С. Постольник, С. М. Козлов, И. А. Трусова, П. Э. Ратников // Литье и металлургия. — 2001. — № 1. — С. 63–64.
8. Кавадеров А. В. Тепловая работа пламенных печей. — Свердловск: Metallurgizdat, 1956. — 367 с.
9. Кавадеров А. В., Калугин В. Н. Закономерности нагрева массивного тела излучением в противотоке // Нагрев металла и работа нагревательных печей: Сб. науч. тр. ВНИИМТ. — Свердловск: Metallurgizdat, 1960. — № 6. — С. 59–70.
10. Постольник Ю. С. Приближенные методы исследований в термомеханике. — Киев; Донецк: Вища школа, 1984. — 158 с.
11. Постольник Ю. С., Огурцов А. П. Нелінійна прикладна термомеханіка. — Київ: НМЦ ВО МОНУ, 2000. — 280 с.
12. Тимошпольский В. И., Трусова И. А., Пекарский М. Я. Кольцевые печи: Теория и расчеты. — Мн.: Выш. шк., 1993. — 248 с.

13. П о с т о л ь н и к Ю. С. К расчету температур и времени нагрева массивных тел при противоточном теплообмене // Изв. вузов. Черная металлургия. — 1990. — № 6. — С. 84–86.

14. П о с т о л ь н и к Ю. С., О г у р ц о в А. П. Сопоставительный анализ двух математических моделей теплообмена массивных тел в противотоке // Математическое моделирование. — 2000. — № 1(4). — С. 29–30.

15. М а т е м а т и ч е с к а я модель нагрева массивных тел в теоретическом противотоке / Ю. С. Постольник, А. П. Огурцов, В. И. Тимошпольский, И. А. Трусова // Математичне моделювання. — Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2000. — № 2(5). — С. 87–91.

16. Л ы к о в А. В. Методы решения нелинейных уравнений нестационарной теплопроводности // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. — 1970. — № 5. — С. 109–150.

17. К а в а д е р о в А. В., С а м о й л о в и ч Ю. А. Закономерности нагрева пластины и цилиндра одновременно излучением и конвекцией // Нагрев металла и работа нагревательных печей: Сб. науч. тр. ВНИИМТ. — Свердловск, 1960. — № 6. — С. 44–58.

Представлена кафедрой
металлургических технологий БГПА

Поступила 1.04.2001

УДК 669.187

АНАЛИЗ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ 100-ТОННОЙ ДУГОВОЙ СТАЛЕПЛАВИЛЬНОЙ ПЕЧИ № 3 РУП «БЕЛОРУССКИЙ МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИЙ ЗАВОД»

Инж. ФИЛИППОВ В. В.

Республиканское унитарное предприятие «Белорусский металлургический завод»

Докт. техн. наук, проф. ТИМОШПОЛЬСКИЙ В. И., инж. ФОМЕНКО С. А.

Белорусская государственная политехническая академия

Экспериментальное определение энергетических характеристик дуговых сталеплавильных печей (ДСП) имеет первостепенное значение для выбора рациональных режимов работы, организации эксплуатации оборудования, принятия основных технических решений по совершенствованию технологии выплавки стали. Для определения энергетических характеристик необходимо проведение балансовых испытаний с полным контролем теплотехнических и технологических параметров процесса плавки, по результатам которой составляется полный энергетический баланс.

Кордовые и высококачественные марки стали в условиях Белорусского металлургического завода выплавляются в сверхмощной дуговой сталеплавильной печи ДСП № 3 с последующей доводкой на установках внепечной обработки металла (установка «печь–ковш», вакууматор RH или VD) и разливкой на машине непрерывного литья заготовок сечением 250×300 и 300×400 мм.

Электродуговая сталеплавильная печь № 3 Белорусского металлургического завода введена в эксплуатацию по проекту фирмы «Фест-Альпине» в 1989 г. В 1998 г. по контракту с этой же фирмой проведена ее модернизация. Печь оборудована трансформатором с номинальной мощностью 75 МВ·А, а также оснащена системой эркерного выпуска