

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РАДИАЦИОННОГО И СЛОЖНОГО ТЕПЛООБМЕНА И ГИДРОДИНАМИКИ СТРУЙНЫХ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СИСТЕМ

Докт. техн. наук, проф., засл. деятель науки и техники РФ ЛИСИЕНКО В. Г.,  
инженеры МАЛИКОВ Г. К., МАЛИКОВ К. Ю., САПЛИН А. В.

*Уральский государственный технический университет*

Процессы радиационного и сложного теплообмена в совокупности с гидродинамикой имеют самое широкое распространение в различных областях человеческой деятельности и природных явлениях, включая космические, глобальные зеленые природные явления и климатические условия, самые различные области техники и технологии: ракетная техника, лазерные технологии, двигатели внутреннего сгорания, плавление и нагрев и т. д. Эти процессы имеют существенное, часто определяющее значение в различных отраслях промышленности, транспорта, сельского хозяйства, в том числе металлургии, машиностроения, энергетике, нефтехимической и газовой промышленности, строительстве, химической промышленности, промышленности строительных материалов и др.

Струйные течения и связанные с ними технологии получают также самое широкое применение в технике. Особенно возрастает интерес к струйным течениям, начиная с 50–60 гг. в связи с широким развитием космической и ракетной техники, внедрением плазменных технологий. В последнее время интерес к струйным течениям возрос в связи с необходимостью более интенсивного охлаждения элементов вычислительной техники, имеющей компактное исполнение.

Проведенные развернутые исследования в нашей стране и за рубежом показали, что в струйных течениях при ударе струи о преграду резко (на порядок и более) возрастает интенсивность процессов тепло- и массообмена, что позволяет организовывать гораздо более интенсивный как подвод тепловой энергии (при нагреве и плавлении), так и ее теплоотвод (при охлаждении). Это явление начало применяться в самых различных областях техники, включая нагрев и плавление в металлургии и машиностроении, охлаждение космических кораблей при их вводе в плотные слои атмосферы и элементов электронной техники.

Еще более удивительные результаты получаются при использовании для процессов нагрева и плавления систем горящих струй. Ударяясь о поверхность нагреваемого материала, горящая струя (факел) (рис. 1) дополнительно значительно интенсифицирует процессы переноса теплоты и обеспечивает резкое ускорение процессов.

В последнее время в металлургии получает распространение так называемый скоростной нагрев металла, который необходим для пластической или термической обработки с очень высокой скоростью, сохраняя равномерность нагрева (рис. 2). Для этих целей, как показывают исследования, наиболее подходит способ нагрева системой компактных горящих факелов (систем струйно-факельного отопления), равномерно омывающих нагреваемый материал со всех сторон. В данном случае обеспечивается высокая производительность промышленных

печей, резкое (в 2–3 раза) снижение удельных расходов топлива. Кроме того, многоструйное факельное сжигание имеет еще одно очень важное преимущество: многократное сокращение эмиссии в атмосферу высокотоксичных оксидов азота.

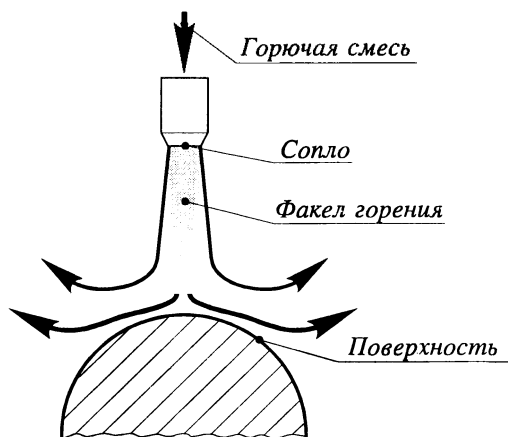


Рис. 1. Удар горячей струи о нагреваемую преграду

Широкое развитие струйных и струйно-факельных технологий требует особенно тщательных подходов к созданию конструкций и выбору режимов. Поэтому необходимы новые быстродействующие системы управления, так как оператор часто уже не в состоянии обеспечивать безопасные и экономичные режимы работы высокоскоростного оборудования.

Известны трудности экспериментального исследования и наладки сложных технических систем, которые в случае горящих струй осложняются наличием горения, высокой температурой, опасностью создания аварийных ситуаций. Тогда на помощь приходит математическое моделирование.

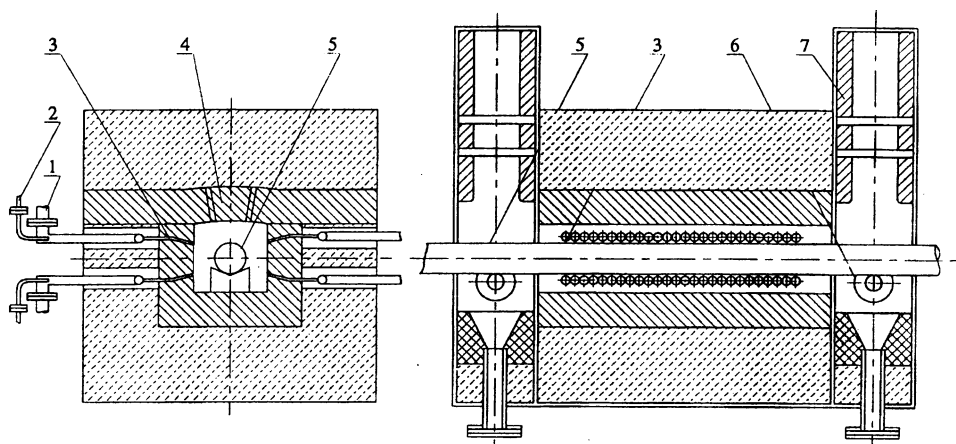


Рис. 2. Секционная печь скоростного нагрева труб со струйно-факельным отоплением: 1 — воздух; 2 — природный газ; 3 — труба и сопло; 4 — футеровка; 5 — нагреваемая труба; 6 — ролик; 7 — тамбур с дымоходом

Математическое моделирование в случае многофазельных струйных систем является неотъемлемой частью создания новых и усовершенствования существующих технологических процессов, разработки принципов конструирования и создания новых конструкций, разработки и функционирования систем управления. Его использование особенно важно на стадии научных предпроектных исследований процессов, так как это позволяет избежать ошибок в последующем проектировании и резко сократить весьма трудоемкие стадии наладки оборудования.

Известно, что моделирование физических процессов, описываемых системой дифференциальных уравнений в частных производных или системой интегральных уравнений, в некоторой пространственной области, как правило, состоит из ряда этапов, в результате выполнения которых вычисляются значения искомым физических величин или их поведение во времени (температуры, концентрации, компоненты вектора скорости, тепловых потоков и т. д.) в конечном количестве точек расчетной области, по которым впоследствии определяются усредненные по времени и пространству макропараметры исследуемого объекта.

Эти этапы можно представить следующим образом.

1. Выделение доминирующих физических процессов, оказывающих существенное влияние на исследуемые величины, и исходя из целей и требуемой точности расчетов. При этом могут приниматься различные допущения и исключение малозначительных факторов из рассмотрения. В частности, при рассмотрении теплообмена в печах часто пренебрегают сжимаемостью газов, так как движение газов происходит при сравнительно низких скоростях.

2. Замена реального исследуемого объекта расчетной областью. Взаимодействие реального объекта с окружающей средой (граничные условия) и его локальные особенности весьма многообразны. Для упрощения расчетов принимается ряд допущений по взаимосвязи объекта с окружением (типы граничных условий), границе моделирования (например, выделение из всего печного комплекса только рабочего пространства печи). Весьма популярным способом является сведение реальной геометрии к типовой, например осесимметричной или плоскопараллельной, или приведение исходной задачи к эквивалентной с точки зрения цели расчета типовой классической, решение которой достаточно хорошо изучено.

3. Разбиение расчетной области на дискретные элементы и выбор аппроксимирующей функции для искомой физической величины внутри этого элемента. По сути дела два этапа здесь объединены в один, поскольку они и определяют метод решения. Зональный метод несколько не ограничивает геометрию дискретного элемента — зоны, но предпочитает постоянные температуры внутри зоны. В методе конечных элементов ставится строгая зависимость между топологией конечного элемента и видом аппроксимирующих функций.

4. Замена исходных дифференциальных уравнений в частных производных или интегральных уравнений системой, как правило, нелинейных алгебраических уравнений (дискретная аппроксимация).

5. Численное решение системы алгебраических уравнений. На этом этапе отбирается наиболее подходящий метод решения из всего многообразия прямых и итерационных методов. В нашем случае мы использовали итерационные методы, особенно в задачах большой размерности с разреженными матрицами коэффициентов. Как правило, совместно с

итерационными методами используется и преобусловливание, т. е. в общем случае это сведение исходной системы линейных алгебраических уравнений к эквивалентной, решение которой может быть найдено с помощью итерационного метода за меньшее количество итераций.

Несмотря на указанную достаточно отработанную в общем случае схему математического моделирования, в создании математических моделей процессов сложного теплообмена в горящих многоструйных системах остается еще много нерешенных проблем. Во-первых, само понятие сложного теплообмена включает наличие четырех различных по своей физической природе процессов переноса теплоты: излучением (радиационный теплообмен), конвекцией, теплопроводностью и контактным теплообменом. Эти виды переноса подчиняются различным законам и описываются различными дифференциальными уравнениями. В обобщенном и аппроксимированном виде, используя фундаментальный закон сохранения энергии, с учетом указанных составляющих процессов уравнение переноса энергии для ряда практически важных случаев (например, для процессов плавления и нагрева) с учетом динамики может быть представлено в виде

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = q_v + \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) - \rho c_p \operatorname{div}(\vec{W} T) + \operatorname{div} \vec{q}_l, \quad (1)$$

где  $T$  — температура;  $c_p$  — теплоемкость при постоянном давлении;  $\rho$  — плотность;  $\vec{W}$  — скорость;  $t$  — время;  $q_v$  — источник теплоты;  $\vec{q}_l$  — вектор электромагнитного излучения.

В этом уравнении в левой части представлен динамический член, в правой — последовательно расположены члены: источниковый (учитывающий источник теплоты), градиентный (учитывающий процессы теплопроводности), конвективный (учитывающий перенос теплоты массой и от газовой среды к поверхности) и радиационный (учитывающий перенос теплоты электромагнитным излучением). Решение (1) требует дополнительной расшифровки величин  $q_v$  и  $\vec{q}_l$ , а также знания значений скорости газовой среды, т. е. необходим учет газодинамики процессов.

В самом упрощенном виде при принятии ряда допущений уравнения гидродинамики, включающие уравнение движения и сплошности установившегося течения, принимают вид:

$$(\vec{W} \operatorname{grad} \vec{W}) - \frac{1}{\rho} \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} \vec{W}) + \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p = 0; \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \vec{W} = 0, \quad (3)$$

где  $p$  — давление;  $\mu$  — коэффициент динамической вязкости.

Они справедливы для установившегося ламинарного течения. В реальных условиях промышленных установок требуется учитывать турбулентность потоков, принимая различные гипотезы для определения уже так называемого коэффициента турбулентной вязкости, или коэффи-

циента турбулентного переноса количества движения  $\mu_T$ , используемого в (2) вместо значения  $\mu$ .

При учете турбулентности в газовой среде в уравнение переноса энергии вместо значения  $\lambda$  подставляется так называемый виртуальный коэффициент теплопроводности  $\lambda_T = \frac{\mu_T}{Pr_T}$ , где  $Pr_T$  — турбулентное число

Прандтля.

В реальных условиях горящих струйных течений требуется также дополнить (1)–(3) уравнениями перемешивания и горения. Для решения этой важной задачи авторам удалось преодолеть много проблем, и этот процесс в настоящее время продолжается. Работа проводится в содружестве с известной научной школой профессора Р. Висканта (Пурдье Университет, США) и рядом других университетов и организаций. Учитывалось мнение А. А. Самарского, во многом определившего развитие математического моделирования в нашей стране и за рубежом [1].

В настоящее время в распоряжении исследователей находятся персональные достаточно мощные (например, типа Pentium II с тактовой частотой 300 МГц) компьютеры, и при разработке реальных методов математического моделирования приходится учитывать возможности такого рода вычислителей, а также необходимость значительной детализации задачи в случае многоструйных горящих систем. Следует также учесть, что при решении проблемы математического моделирования в сложных горящих многоструйных системах авторы ориентировались на создание двух- и трехмерных моделей, понимая, что только в условиях сложной геометрии можно решать отмеченные практические задачи.

Однако учет сложной геометрии требует дополнительного усложнения задачи моделирования: так, уравнения должны уже записываться в криволинейных ортогональных координатах, зоны должны ограничиваться сложными поверхностями и т. д.

Наибольшая сложность при решении задач тепломассопереноса в высокотемпературных средах возникла из-за необходимости учета совершенно различных механизмов переноса теплоты излучением и другими видами переноса. Процессы переноса излучением  $\text{div} \vec{q}_l$  в (1) описываются в свою очередь сложными интегродифференциальными уравнениями, при этом необходимо учитывать селективность спектра излучения, т. е. различие коэффициентов переноса на различных длинах излучения волн. Однако при численных методах решения систем уравнений для повышения точности требуется увеличение числа узлов сеток, что, как правило, вызывает рост удельного времени, приходящегося на один узел сеток, т. е. с ростом числа узлов может резко увеличиваться время счета.

Вместе с тем уже разработаны достаточно эффективные многозональные методы математического моделирования, позволяющие с контролируемой точностью решать задачи тепломассообмена с преобладанием переноса теплоты излучением. Впервые в мировой практике проработаны приемы учета селективности излучения, сложной геометрии систем, решения сопряженной задачи в динамической постановке, горения топлива в рамках факельных процессов, определения локальных характеристик теплообмена [2].

С учетом динамической составляющей в (1) система уравнений в зональной конечно-разностной постановке для зоны  $j$  приобретает вид

$$(\rho c_p)_j \frac{\Delta T_j}{\Delta t} V_j = Q_j + \sum_{i=1}^l g_{ij} T_i + \sum_{i=1}^{m+n} A_{ij}^{\Sigma} T_i^4, \quad (4)$$

где  $m$  и  $n$  — число объемных и поверхностных зон модели;  $A_{ij}^{\Sigma}$  — селективные коэффициенты радиационного обмена;  $g_{ij}$  — коэффициенты конвективного обмена;  $Q_j$  — источниковый член;  $V_j$  — объем зоны  $j$ ;  $T_i$  — температуры зоны  $i$ ;  $\Delta T_j$  — приращение температуры в зоне  $j$  за шаг по времени  $\Delta t$ .

Как видим, в этой постановке не присутствует в явном виде градиентный член в силу известных аппроксимационных особенностей зональных постановок. Для решения задач массообмена (коэффициенты  $g_{ij}$  в (4)) требовалось знание полей скоростей, и на первоначальном этапе их приходилось извлекать из экспериментальных, весьма трудоемких исследований. Однако использование модели (4) уже позволило успешно проводить, хотя и в приближенной постановке, моделирование и анализ многих тепловых агрегатов и схем [2]. Число выделяемых зон модели обычно не превышало 1000. Дальнейшее уточнение решений, замыкание систем уравнений требовало привлечения уравнений движения. Кроме того, для уточнения решения требовалось, конечно, и сохранить градиентную составляющую в уравнении переноса энергии, записанную, например, в виде (для стационарных условий):

$$\rho c_p \operatorname{div}(\vec{W}T) = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad}T) + q_v + q_p, \quad (5)$$

где  $q_p$  — теплота, подводимая излучением.

Уравнения (2) и (5) могут успешно решаться конечно-разностными сеточными методами с выделением достаточно большого числа узлов, исчисляемых уже сотнями тысяч.

Однако опять радиационная составляющая дополнительно на несколько порядков увеличивает время счета. Особенно болезненно это ощущается при решении задач для многоструйных горящих потоков, когда уже и так приходится увеличивать число узлов до 200000 и более. Это обстоятельство привело представителей данной школы к идее так называемого динамического зонально-узлового метода [3, 4]. При его реализации удалось бы сохранить уже отработанные известные преимущества многозональных подходов и «замкнуть» модели тепломассообмена, подключая градиентные уравнения переноса энергии, импульса, вещества и энергии турбулентности.

Идея состоит в органическом слиянии метода зонального (крупной сетки) с решением задач на градиентной (мелкой) сетке (рис. 3). При этом задачи радиационного теплообмена в основном реализуются с помощью системы зональных уравнений (4). При получении исходных температур зон (объемных и поверхностных) удастся сформулировать граничные условия (условия сопряжения) для решения градиентных

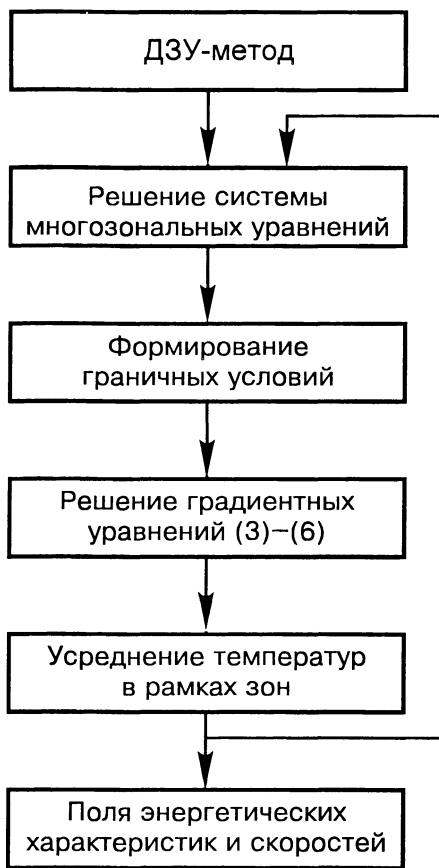


Рис. 3. Блок-схема ДЗУ-метода

задач (типа (3)–(5)) с очень большим количеством узлов. Но, естественно, вследствие нелинейности этот процесс приходится повторять, т. е. он является итерационным. Итерационный процесс обеспечивается усреднением температур и других характеристик теплообмена в рамках выделенных зон после решения градиентных задач как по объемам, так и по поверхностям. Тестовые решения показывают, что тогда время счета удастся сократить на один-два порядка по сравнению с тем, если бы задача решалась только на мелкой сетке. При этом часто используют обобщенную форму уравнения сохранения и переноса, частным случаем которого и являются уравнения (1), (2) и (5)

$$\rho \frac{\partial F}{\partial \tau} + \vec{U} \text{grad} F = \text{div}(\Gamma \text{grad} F) + q_v, \quad (6)$$

где  $F$  — обобщенная переменная (энтальпия, скорость, энергия турбулентности, концентрация горючего, окислителя);  $\Gamma$  — соответствующий коэффициент переноса (теплопроводность, коэффициент диффузии вихрей, динамическая вязкость);  $q_v$  — источниковый член, для уравнения движения  $q_v = \text{grad} P$  (2).

Становлению и развитию ДЗУ-метода для его применения в сложных задачах теплообмена и посвящена работа по этому гранту РФФИ. На данном этапе основная задача ставилась в плане отработки алго-

ритмов обеспечения стыковки зонального и узлового методов расчета по схеме рис. 3, а также разработки новых эффективных методов решения гидродинамической задачи для сокращения времени счета при сохранении точности на мелкой сетке.

Основой стыковки решений по крупной и мелкой сетке было принято следующее усреднение температур в пределах соответственно объемной и поверхностной зоны  $j$ :

$$T_j = \left[ \frac{1}{V_j} \sum_{\delta} \theta_{\beta\gamma}^4 \right]^{1/4}; \quad (7)$$

$$T_{jn} = \int_{F_n} \theta_n dF_n, \quad (8)$$

где  $\theta_{\beta\gamma}$  — температура в объемном узле  $\beta\gamma$ ;  $\theta_n$  — температура поверхностных узлов;  $\delta$  — число объемных узлов;  $F_n$  — площадь поверхности зоны  $j$ .

Усовершенствование гидродинамической задачи выполняется на следующей основе. В большинстве существующих методов при решении системы уравнений (2)–(3) интеграл для определения скоростей потоков берется по контрольному объему. Было предложено проводить интегрирование по замкнутому контуру. При этом удается исключить давление как переменную при решении уравнений, так как циркуляция градиента давления вдоль замкнутого контура равна нулю. Это позволяет существенно упростить алгоритм решения. Так, в двумерном случае мы получаем конечно-разностное уравнение для замкнутого контура, содержащее две компоненты скорости  $U$  и  $V$ . С использованием уравнения неразрывности (3) получаем уравнение замкнутого контура, содержащего уже только одну компоненту скорости, т. е. в итоге в двумерном случае вместо трех переменных ( $U$ ,  $V$  и  $P$ ) имеем уравнение замкнутого контура, содержащее только одну переменную, что значительно упрощает алгоритм решения гидродинамической задачи.

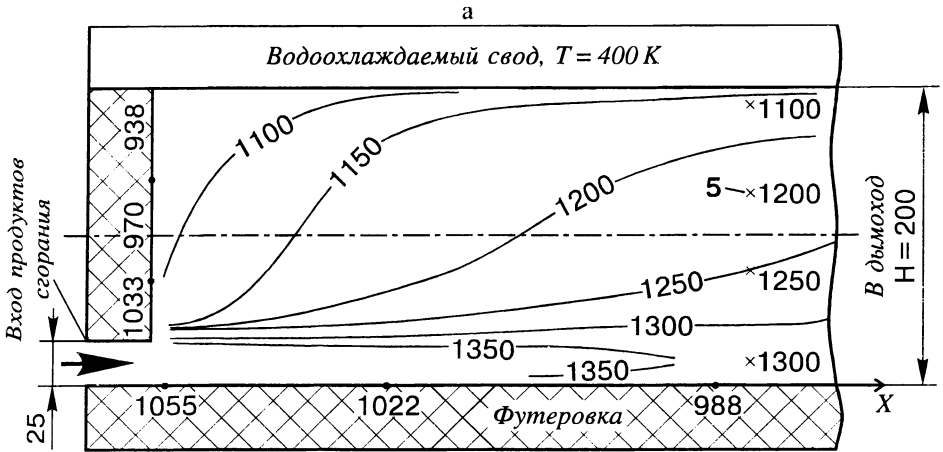
Данный метод легко применим и в трехмерной модели. Для этого попеременно рассматриваются три плоскости, «замораживая» при рассмотрении каждой из них одну из компонент скорости и поступая, как в двумерном случае. Затем последовательно решаются уравнения для двух взаимно перпендикулярных замкнутых контуров, что обеспечивает, как несложно доказать, решение системы уравнений и для третьей плоскости.

Сравнительные расчеты показали, что метод контурного интегрирования оказывается намного эффективнее по времени по сравнению с известными методами интегрирования по объему. Основной выигрыш по времени получается за счет исключения уравнений для коррекции давления, решение которых сходится очень медленно.

ДЗУ-метод апробирован на двумерных моделях. В качестве примера приведем расчет температурных полей в камере сгорания, имеющей



огнеупорную футеровку и водоохлаждаемый свод (рис. 4). Сопоставление расчетных температур с экспериментальными их значениями в конце камеры, а также расчетных и экспериментальных значений результирующих тепловых потоков дает неплохой результат.



б

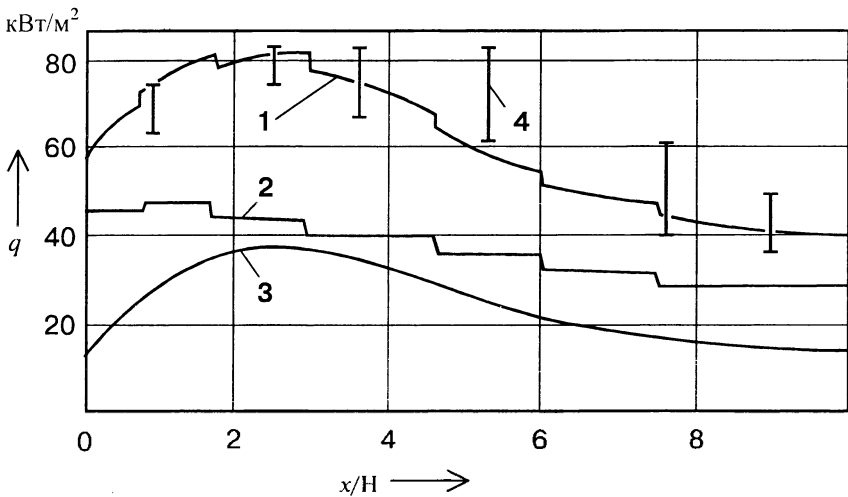


Рис. 4. Диагностика: а — температур и б — тепловых потоков в шелевом канале при истечении струи (начальная температура и скорость струи  $T_0 = 1423$  К;  $W_0 = 62$  м/с) ДЗУ-методом по сравнению с экспериментальными данными. Цифры у кривых и точек — температуры, К; 1, 2, 3 — соответственно результирующий тепловой поток, его радиационная и конвективная составляющие; 4 — диапазон изменения экспериментальных значений результирующих тепловых потоков; 5 — экспериментальные значения температур продуктов сгорания;  $x$  — расстояние по длине камеры;  $H$  — высота камеры

ДЗУ-метод в настоящее время распространяется на трехмерный случай с целью его использования в сложных мультиструйных факельных системах. На этом пути еще немало сложностей и проблем. Так, интересно сопоставить ДЗУ-метод с применяемым в США методом

дискретных направлений в сочетании с гидродинамикой, а также использовать получаемые решения для анализа вредных выбросов при горении, в частности СО и NO<sub>x</sub>, и т. д.

## ВЫВОД

В применении к многоструйным факельным системам для скоростного нагрева металла разрабатывается ДЗУ-метод расчета радиационного и сложного теплообмена в сочетании с гидродинамикой. Метод сочетает преимущества расчета радиационного теплообмена с учетом селективности спектра излучения зональным методом (на крупной сетке) и особенности решения гидродинамических задач на мелкой сетке. Для уменьшения времени расчетов для гидродинамической задачи разработан метод контурного интегрирования. Проведены тестовые испытания ДЗУ-метода в двумерном варианте. Отрабатываются приемы использования ДЗУ-метода в сложных трехмерных струйных задачах.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование // Идеи. Методы. Примеры. – М.: Наука, Физматлит, 1997. – 320 с.
2. Лисиенко В. Г., Волков В. В., Гончаров Л. П. Математическое моделирование теплообмена в печах и агрегатах. – Киев: Наукова думка, 1984. – 232 с.
3. Лисиенко В. Г., Волков В. В., Маликов Ю. К. Улучшение топливоиспользования и управление теплообменом в металлургических печах. – М.: Металлургия, 1988. – 231 с.
4. Lisienco V. G., Malikov G. K., Malikov Yu. K. Zone-Node Method for Calculating Radiant Gas Flows in Complex Geometry Ducts. Numerical Heat Transfer // An International Journal of Computation and Methodology. Part B: Fundamentals, 1992. – Vol. 22, № – P. 1–24.

Представлена кафедрой АУТС

Поступила 27.07.2000