

DOI: 10.21122/1029-7448-2017-60-2-108-117

УДК 621.311.22

Надежность и точность троированных измерений аналоговых технологических переменных

В. А. Анищенко¹⁾

¹⁾Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2017
Belarusian National Technical University, 2017

Реферат. Увеличение единичных мощностей электрооборудования, усложнение технологических процессов, устройств контроля и управления ими на электрических станциях и подстанциях определяют необходимость повышения надежности и точности измерительной информации, характеризующей состояние управляемых объектов. Такая задача особенно важна для атомных электростанций, где цена недостоверности измерений ответственных технологических переменных особенно велика и может привести к непоправимым последствиям. Повышение надежности и точности измерений наряду с совершенствованием элементной базы обеспечивается методами оперативного контроля достоверности. Эти методы основаны на использовании избыточности информации (структурной, топологической, временной). В частности, информационная избыточность может быть достигнута за счет одновременного измерения одной аналоговой переменной двумя (дублирование) или тремя приборами (троирование, т. е. трехкратное резервирование). Проблема оперативного контроля трехкратно резервированных систем измерений электрических аналоговых переменных (токов, напряжений, активных и реактивных мощностей и энергий) рассматривается как частный случай обработки сигналов путем упорядоченного выбора на основе мажоритарного и близкого к нему преобразования. Трудности, возникающие при контроле достоверности измерений, связаны с решением двух задач. Во-первых, необходимо обосновать степень усечения распределений случайных погрешностей измерений и допустимых невязок парных разностей результатов измерений. Вторая задача состоит в формировании алгоритма совместной обработки совокупности отдельных измерений, определяемых как достоверные. Качество контроля характеризуется надежностью, синонимом которой принята достоверность, и точностью измерительной системы. Отдельно взятые, эти показатели могут привести к противоположным результатам. Поэтому предлагается компромиссное решение. Качество оценки измеряемого сигнала характеризуется единым комплексным показателем, учитывающим как надежностные, так и точностные свойства системы. Таким показателем является средняя точность, мерой которой служит средневзвешенная погрешность при различных возможных состояниях группы из трех приборов.

Ключевые слова: надежность и точность измерений, избыточность информации, среднеквадратичная погрешность, трехкратное резервирование

Для цитирования: Анищенко, В. А. Надежность и точность троированных измерений аналоговых технологических переменных / В. А. Анищенко // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2017. Т. 60. № 2. С. 108–117. DOI: 10.21122/1029-7448-2017-60-2-108-117

Адрес для переписки

Анищенко Вадим Андреевич
Белорусский национальный технический университет
просп. Независимости, 65/2,
220013, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 292-65-52
epp@bntu.by

Address for correspondence

Anishchenko Vadim A.
Belarusian National Technical University
65/2 Nezavisimosty Ave.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 292-65-52
epp@bntu.by

The Reliability and Accuracy of the Triple Measurements of Analog Process Variables

V. A. Anishchenko¹⁾

¹⁾Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. The increase in unit capacity of electric equipment as well as complication of technological processes, devices control and management of the latter in power plants and substations demonstrate the need to improve the reliability and accuracy of measurement information characterizing the state of the objects being managed. The mentioned objective is particularly important for nuclear power plants, where the price of inaccuracy of measurement responsible process variables is particularly high and the error might lead to irreparable consequences. Improving the reliability and accuracy of measurements along with the improvement of the element base is provided by methods of operational validation. These methods are based on the use of information redundancy (structural, topological, temporal). In particular, information redundancy can be achieved by the simultaneous measurement of one analog variable by two (duplication) or three devices (triplication i.e., triple redundancy). The problem of operational control of the triple redundant system of measurement of electrical analog variables (currents, voltages, active and reactive power and energy) is considered as a special case of signal processing by an orderly sampling on the basis of majority transformation and transformation being close to majority one. Difficulties in monitoring the reliability of measurements are associated with the two tasks. First, one needs to justify the degree of truncation of the distributions of random errors of measurements and allowable residuals of the pairwise differences of the measurement results. The second task consists in formation of the algorithm of joint processing of a set of separate measurements determined as valid. The quality of control is characterized by the reliability, which adopted the synonym of validity, and accuracy of the measuring system. Taken separately, these indicators might lead to opposite results. A compromise solution is therefore proposed. The quality of the evaluation of the measured signal is characterized by a single comprehensive measure that takes account of both reliability and accuracy properties of the system. This indicator is the average precision measure which is the weighted average error of the various possible states of a group of three devices.

Keywords: reliability and accuracy of measurements, redundancy of information, mean square error, triple redundancy

For citation: Anishchenko V. A. (2017) The Reliability and Accuracy of the Triple Measurements of Analog Process Variables. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Egn. Assoc.* 60 (2), 108–117. DOI: 10.21122/1029-7448-2017-60-2-108-117 (in Russian)

Принципы обработки избыточных данных

Дублирование измерительных приборов позволяет с определенной вероятностью обнаруживать факты появления недостоверных измерений. Локализация отказавшего прибора при дублировании возможна лишь при наличии дополнительной избыточной информации. Но и в этом случае достоверность локализации низкая [1–4]. Гораздо бóльшие возможности для успешного контроля достоверности открываются при трехкратном резервировании, которое повышает надежность и точность оценки полезного сигнала x по результатам измерений тремя приборами x_1, x_2, x_3 :

$$x_1 = x + v_1 + n_1; x_2 = x + v_2 + n_2; x_3 = x + v_3 + n_3, \quad (1)$$

где v_1, v_2, v_3 – случайные погрешности измерений, соответствующие априорно известным классам точности приборов; n_1, n_2, n_3 – грубые погрешности измерений, выходящие за пределы классов точности приборов.

Под надежностью понимается соответствие результатов измерений классам точности приборов с учетом погрешностей каналов передачи информации. Синонимом понятия надежности может служить достоверность измерений.

Точность избыточных систем обусловлена выбранным алгоритмом совместной обработки совокупности достоверных результатов измерений. Способы использования структурной избыточности в информационно-измерительных системах подробно рассмотрены в [5]. Показано, что взятые в отдельности требования к надежности и точности могут приводить к противоречивым рекомендациям, когда алгоритмы, оптимальные по точности, характеризуются низкой надежностью, а способы резервирования, лучшие по надежности, приводят к некоторому проигрышу в точности. При поиске компромиссного решения во многих случаях основным является требование повышения надежности, поскольку при изменениях алгоритмов, определяющих точность, надежность характеристики могут изменяться по сравнению с точностными в более широких пределах.

Надежностные характеристики алгоритмов обработки избыточных данных основаны на выделении из общей совокупности результатов измерений тех из них, которые представляются достоверными. Остальные результаты полностью исключаются из рассмотрения.

При исследовании надежности информационно-измерительных систем исходными являются определения отказов приборов и алгоритмов преобразования результатов измерений и системы в целом. Отказ прибора рассматривается как событие, когда абсолютное значение погрешности измерения превышает принятое допустимое значение. Отказ системы в целом представляет событие, когда абсолютное значение ошибки оцениваемого выходного сигнала превосходит ее допустимое значение. Отказ системы может быть вызван как отказами приборов, так и ненадежностью алгоритма преобразования. Отказ алгоритма определяется как событие, когда его применение к совокупности показаний приборов приводит к выходу ошибки преобразования за допустимые пределы.

Условия надежности троированных измерений

Надежность и точность трехкратно резервированных систем как одна из задач обработки сигналов на основе упорядоченного выбора исследована в [5] с использованием известной априорной информации о вероятностных и точностных характеристиках измерительных приборов. Однако в процессе эксплуатации возможны непредвиденные грубые погрешности измерений, намного превышающие допустимые значения. Эти погрешности можно с определенной вероятностью выявлять путем анализа невязок парных разностей результатов измерений, которые представляют собой дополнительную избыточную апостериорную информацию, позволяющую повысить эффективность контроля достоверности.

Условия надежности, т. е. достоверностей измерений, имеют вид:

$$|\delta_{\text{факт}1,2}| \leq \delta_{\text{доп}1,2}; \quad |\delta_{\text{факт}2,3}| \leq \delta_{\text{доп}2,3}; \quad |\delta_{\text{факт}1,3}| \leq \delta_{\text{доп}1,3}, \quad (2)$$

где $\delta_{\text{факт}1,2}$, $\delta_{\text{факт}2,3}$, $\delta_{\text{факт}1,3}$ – фактические невязки парных разностей результатов измерений, определяемые как:

$$\delta_{\text{факт}1,2} = x_1 - x_2; \quad \delta_{\text{факт}2,3} = x_2 - x_3; \quad \delta_{\text{факт}1,3} = x_1 - x_3. \quad (3)$$

Полагая случайные погрешности измерений v_1 , v_2 , v_3 случайными независимыми событиями с нулевыми математическими ожиданиями, определяем допустимые невязки парных разностей измерений:

$$\delta_{\text{доп}1,2} = k_{1,2}\sigma_{1,2}; \quad \delta_{\text{доп}2,3} = k_{2,3}\sigma_{2,3}; \quad \delta_{\text{доп}1,3} = k_{1,3}\sigma_{1,3}, \quad (4)$$

где $\sigma_{1,2}$, $\sigma_{2,3}$, $\sigma_{1,3}$ – среднеквадратичные погрешности парных разностей; $k_{1,2}$, $k_{2,3}$, $k_{1,3}$ – квантили, определяющие ширину $2k_{i,j}\sigma_{i,j}$ усеченных распределений парных разностей:

$$\begin{aligned} -k_{1,2}\sigma_{1,2} \leq x_1 - x_2 \leq k_{1,2}\sigma_{1,2}; \quad -k_{2,3}\sigma_{2,3} \leq x_2 - x_3 \leq k_{2,3}\sigma_{2,3}; \\ -k_{1,3}\sigma_{1,3} \leq x_1 - x_3 \leq k_{1,3}\sigma_{1,3}. \end{aligned} \quad (5)$$

Погрешности, лежащие вне пределов (5), относим к грубым погрешностям, которые не соответствуют классам точности приборов. Их вероятности могут намного превышать вероятности отбрасываемых «хвостов» усеченных распределений парных разностей.

Невыполнение хотя бы одного из условий достоверности (2) является признаком одного или нескольких результатов измерений с грубыми погрешностями. Рассмотрим их локализацию. В случае, если:

$$|\delta_{\text{факт}1,2}| > \delta_{\text{доп}1,2}; \quad |\delta_{\text{факт}2,3}| \leq \delta_{\text{доп}2,3}; \quad |\delta_{\text{факт}1,3}| \leq \delta_{\text{доп}1,3}, \quad (6)$$

логично предположить, что недостоверны результаты измерений x_1 и x_2 , поскольку оба они образуют недопустимо большую невязку.

Аналогично, если:

$$|\delta_{\text{факт}1,2}| \leq \delta_{\text{доп}1,2}; \quad |\delta_{\text{факт}2,3}| > \delta_{\text{доп}2,3}; \quad |\delta_{\text{факт}1,3}| \leq \delta_{\text{доп}1,3}, \quad (7)$$

то недостоверными будут измерения x_2 и x_3 , а в случае, когда:

$$|\delta_{\text{факт}1,2}| \leq \delta_{\text{доп}1,2}; \quad |\delta_{\text{факт}2,3}| \leq \delta_{\text{доп}2,3}; \quad |\delta_{\text{факт}1,3}| > \delta_{\text{доп}1,3}, \quad (8)$$

недостоверными считаем измерения x_1 и x_3 .

Если не соблюдаются два условия достоверности, например:

$$|\delta_{\text{факт}1,2}| > \delta_{\text{доп}1,2}; \quad |\delta_{\text{факт}2,3}| > \delta_{\text{доп}2,3}; \quad |\delta_{\text{факт}1,3}| \leq \delta_{\text{доп}1,3}, \quad (9)$$

то недостоверно измерение x_2 , так как оно входит в обе недопустимо большие невязки и не входит в допустимую невязку.

В случае, когда:

$$|\delta_{\text{факт}1,2}| > \delta_{\text{доп}1,2}; \quad |\delta_{\text{факт}2,3}| \leq \delta_{\text{доп}2,3}; \quad |\delta_{\text{факт}1,3}| > \delta_{\text{доп}1,3}, \quad (10)$$

то недостоверно измерение x_1 .

Если же:

$$|\delta_{\text{факт}1,2}| \leq \delta_{\text{доп}1,2}; \quad |\delta_{\text{факт}2,3}| > \delta_{\text{доп}2,3}; \quad |\delta_{\text{факт}1,3}| > \delta_{\text{доп}1,3}, \quad (11)$$

то недостоверным будет измерение x_3 .

Обоснование допустимых невязок парных разностей измерений

Надежность и точность оптимальной оценки полезного сигнала зависят от способа определения среднеквадратичных погрешностей парных разностей результатов измерений. Первый способ основан на использовании понятия смещенной оценки стандартного отклонения случайной величины x от ее математического ожидания $M(x)$ [6, 7]

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m [x_i - M(x)]^2}, \quad (12)$$

где m – число одновременных измерений переменной.

Тогда среднеквадратичные погрешности парных разностей измерений в зависимости от среднеквадратичных погрешностей единичных измерений $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ определяются как:

$$\sigma_{1,2} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}; \quad \sigma_{2,3} = \sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_3^2}; \quad \sigma_{1,3} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2}. \quad (13)$$

В случае равноточных измерений ($\sigma = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$) получаем из (13) выражение для среднеквадратичной погрешности каждой парной разности ($\sigma_\Sigma = \sigma_{1,2} = \sigma_{2,3} = \sigma_{1,3}$)

$$\sigma_\Sigma = \sqrt{2}\sigma. \quad (14)$$

Среднеквадратичная погрешность единичного измерения регламентирована в соответствии с классом точности прибора α (в относительных единицах) и максимальным значением измеряемой переменной A_{max} , на которую рассчитан прибор [8]:

$$\sigma = \frac{1}{k} \alpha A_{\text{max}}, \quad (15)$$

где квантиль k определяет ширину $2k\sigma$ усеченного распределения измеряемой переменной относительно ее математического ожидания

$$-k\sigma \leq x \leq k\sigma. \quad (16)$$

Распределение погрешности σ складывается из распределений как случайной, так и систематической погрешностей [9, 10].

Подстановка значений σ_Σ из (14) и σ из (15) в (4) дает окончательную формулу для допустимой невязки парной разности равноточных измерений ($k_\Sigma = k_{1,2} = k_{2,3} = k_{1,3}$; $\delta_{\text{доп}\Sigma} = \delta_{\text{доп}1,2} = \delta_{\text{доп}2,3} = \delta_{\text{доп}1,3}$)

$$\delta_{\text{доп}\Sigma} = \frac{k_\Sigma}{k} \sqrt{2} \alpha A_{\text{max}}. \quad (17)$$

Альтернативой рассмотренному обоснованию допустимой невязки парных разностей измерений является способ, основанный на использовании понятия несмещенной оценки стандартного отклонения случайной величины

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m [x_i - M(x)]^2}. \quad (18)$$

В этом случае среднеквадратичная погрешность парной разности равноточных измерений эквивалентна стандартному отклонению результатов двух измерений от истинного значения полезного сигнала [6, 7]

$$\sigma_\Sigma = \frac{\sigma}{\sqrt{2}}. \quad (19)$$

Допустимая невязка парной разности равноточных измерений в данном случае с учетом (16) и (19)

$$\delta_{\text{доп}\Sigma} = \frac{k_\Sigma}{k} \frac{\alpha A_{\text{max}}}{\sqrt{2}}. \quad (20)$$

Различие между смещенной (12) и несмещенной (18) оценками стандартного отклонения, незначительное при большом числе измерений, в случае трех измерений приводит к двукратному превышению допустимой невязки парных разностей при несмещенной оценке по сравнению с ее величиной при смещенной оценке. Субъективизм при определении допустимых невязок парных разностей обусловлен также неопределенностью, возникающей при выборе квантилей усечения распределений k и k_Σ . Верхняя оценка допустимой невязки (17) более консервативна. Ее целесообразно использовать в тех случаях, когда имеются обоснованные сомнения о независимости погрешностей измерений. Нижняя оценка (20) учитывает в большей степени взаимную компенсацию независимых погрешностей противоположных знаков.

Точность троированных измерений

Невыполнение хотя бы одного из условий достоверности (2) означает наличие грубых погрешностей одного или нескольких измерений, т. е. от-

каз соответствующих приборов. Для получения оптимальной оценки полезного сигнала следует учитывать только достоверные результаты измерений. Если выполняются все условия (2), достоверными считаются все измерения. Оптимальная оценка полезного сигнала при неравноточных измерениях представляет собой средневзвешенное среднее значение результатов измерений

$$x_{\text{опт}} = \left(\sum_{j=1}^3 \sigma_j^{-2} \right)^{-1} \sum_{i=1}^3 x_i \sigma_j^{-2}. \quad (21)$$

При равноточных измерениях получаем

$$x_{\text{опт}} = \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3). \quad (22)$$

Среднеквадратичная погрешность оптимальной оценки сигнала при неравноточных измерениях

$$\sigma_{\text{опт}} = \frac{\gamma_1 \gamma_2 \sigma_1}{\sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_1^2 \gamma_2^2}}, \quad \gamma_1 = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}; \quad \gamma_2 = \frac{\sigma_3}{\sigma_1}. \quad (23)$$

Для равноточных измерений получаем

$$\sigma_{\text{опт}} = \frac{1}{3} \sigma. \quad (24)$$

В случае, когда недостоверны два результата измерений, оптимальной оценкой сигнала будет единственный достоверный результат измерения соответственно условиям локализации (6)–(8)

$$x_{\text{опт}} = x_3 \text{ (или } x_2, \text{ или } x_1). \quad (25)$$

Если недостоверно одно измерение, оптимальная оценка сигнала определяется медианой – полусуммой двух достоверных измерений. При неравноточных измерениях имеем в соответствии с условиями локализации (9)–(11):

$$x_{\text{опт}} = \frac{\sigma_3^2 x_1 + \sigma_1^2 x_3}{\sigma_1^2 + \sigma_3^2}; \quad x_{\text{опт}} = \frac{\sigma_3^2 x_2 + \sigma_2^2 x_3}{\sigma_2^2 + \sigma_3^2}; \quad x_{\text{опт}} = \frac{\sigma_2^2 x_1 + \sigma_1^2 x_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}, \quad (26)$$

при равноточных измерениях

$$x_{\text{опт}} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) = \frac{1}{2}(x_2 + x_3) = \frac{1}{2}(x_1 + x_3). \quad (27)$$

Среднеквадратичные погрешности сигнала при неравноточных измерениях:

$$\sigma_{\text{опт}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2}; \quad \sigma_{\text{опт}} = \sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_3^2}; \quad \sigma_{\text{опт}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}, \quad (28)$$

при равноточных измерений, исходя из смещенной оценки (12), получаем

$$\sigma_{\text{опт}} = \sqrt{2}\sigma, \quad (29)$$

а если взять за основу несмещенную оценку (18), то

$$\sigma_{\text{опт}} = \frac{\sigma}{\sqrt{2}}. \quad (30)$$

Средняя точность троированных измерений

Для определения качества полезного сигнала недостаточно знать только его точность или только надежность. Может оказаться, что наиболее точная оценка обладает низкой надежностью, а наиболее надежная обладает низкой точностью. Возможные подходы при формализации показателей качества сигнала, учитывающие как точностные, так и надежностные свойства, исследованы в [5]. В рассматриваемой задаче троированных измерений примем единый комплексный показатель качества – среднюю точность, мерой которой является средневзвешенная погрешность $\sigma_{\text{ср}}$ условных погрешностей $\sigma_0, \sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$ при различных возможных состояниях группы трех измерительных приборов

$$\sigma_{\text{ср}} = \sqrt{Q_0\sigma_0^2 + Q_I\sigma_I^2 + Q_{II}\sigma_{II}^2 + Q_{III}\sigma_{III}^2}, \quad (31)$$

где $Q_0, Q_I, Q_{II}, Q_{III}$ – весовые коэффициенты, равные вероятностям состояний группы приборов.

Вероятность состояния, когда исправны m приборов из трех, определяется формулой Бернулли [7]

$$Q_m = C_3^m q^m (1-q)^{3-m}, \quad (32)$$

где C_3^m – число сочетаний из трех приборов по m ; q – вероятность независимого отказа одного прибора.

Тогда вероятность состояния, когда все приборы исправны, определяется по формуле

$$Q_0 = (1-q)^3, \quad (33)$$

вероятность состояния, если отказали один, два или три прибора, – соответственно из уравнений:

$$Q_I = 3q(1-q)^2; \quad (34)$$

$$Q_{II} = 3q^2(1 - q); \quad (35)$$

$$Q_{III} = q^3. \quad (36)$$

Практически вероятности отказов приборов намного меньше вероятностей безотказной работы. Поэтому принимаем вероятность состояния $Q_{III} = 0$. Среднеквадратичная погрешность σ_0 определяется выражением (24). Среднеквадратичная погрешность σ_{II} эквивалентна среднеквадратичной погрешности единичного прибора. Среднеквадратичная погрешность σ_I определяется выражениями (29) и (30) соответственно смещенной и несмещенной оценками.

Результаты расчета средней точности измерительной системы с трехкратным резервированием представлены на рис. 1.

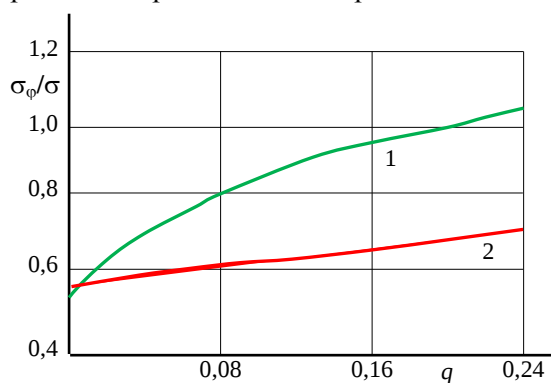


Рис. 1. Средневзвешенная погрешность системы относительно погрешности единичного прибора в зависимости от вероятности грубой погрешности измерения: 1 – смещенная; 2 – несмещенная оценки

Fig. 1. The average error of the system in relation to an error of a single device depending on the probability of gross error of measurement: 1 – biased; 2 – unbiased estimators

Трехкратное резервирование эффективно при консервативной смещенной оценке, если вероятность грубой погрешности измерения $q \leq 0,2$. При несмещенной оценке эффективность будет выше.

ВЫВОДЫ

1. Предложена и обоснована методика обнаружения и локализации отказавших измерительных приборов в системе трехкратного резервирования на основе сравнения парных разностей результатов измерений с их допустимыми невязками.
2. Получены формулы для определения оптимальной оценки и точности полезного сигнала измерительной системы трехкратного резервирования.
3. Произведена оценка эффективности системы трехкратного резервирования на основе комплексного показателя – средневзвешенной погрешности измерений при различных состояниях измерительных приборов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Анищенко, В. А. Надежность измерительной информации в системах электроснабжения / В. А. Анищенко. Минск: БГПА, 2000. 128 с.
2. Анищенко, В. А. Контроль достоверности дублированных измерений в условиях неопределенности / В. А. Анищенко. // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2010. № 2. С. 11–18.
3. Анищенко, В. А. Достоверность дублированных измерений энергетических переменных / В. А. Анищенко, А. С. Немкович // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2013. № 1. С. 5–16.
4. Анищенко, В. А. Обоснование понятия достоверности дублированных измерений / В. А. Анищенко, А. С. Немкович // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2013. № 6. С. 12–19.
5. Гильбо, Е. П. Обработка сигналов на основе упорядоченного выбора / Е. П. Гильбо, И. Б. Челпанов. М.: Советское радио, 1975. 344 с.
6. Тейлор, Дж. Р. Введение в теорию ошибок / Дж. Р. Тейлор. М.: Мир, 1985. 272 с.
7. Смирнов, Н. В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений / Н. В. Смирнов, И. В. Дунин-Барковский. М.: Наука, 1969. 512 с.
8. Гамм, А. З. Статистические методы оценивания состояния электроэнергетических систем / А. З. Гамм. М.: Наука, 1976. 220 с.
9. Нормирование и использование метрологических характеристик средств измерений: ГОСТ 8.009–84. М.: Изд-во стандартов, 1985. 150 с.
10. Государственная система обеспечения единства измерений: метод. указания 1373–86. М.: Изд-во стандартов, 1986. 29 с.

Поступила 04.05.2016 Подписана в печать 03.08.2016 Опубликовано онлайн 07.03.2017

REFERENCES

1. Anishchenko V. A. (2000) *The Reliability of Measurement Data in Power Grids*. Minsk, Belarusian State Polytechnic Academy. 128 (in Russian).
2. Anisichenko V. A. (2010) Truth Control of Duplicate Measurements under Uncertainty Conditions. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Obedinenii SNG* [Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations], (2), 11–18 (in Russian).
3. Anishchenko V. A., Nemkovich A. S. (2013) Reliability of Doubled Measurements of Power Variables. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Obedinenii SNG* [Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations], (1), 5–16 (in Russian).
4. Anishchenko V. A., Nemkovich A. S. (2013) Concept Substantiation of Duplicate Measurement Accuracy. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Obedinenii SNG* [Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations], (6), 12–19 (in Russian).
5. Gilbo Ye. P., Chelpanov I. B. (1975) *Signal Processing Based on Ordered Choice*. Moscow, Sovyetskoye Radio Publ., 344 (in Russian).
6. Taylor G. R. (1985) *Introduction to the Theory of Errors*. Moscow, Mir Publ. 272 (in Russian).
7. Smirnov N. V., Dunin-Barkovsky I. V. (1969) *Course of Probability Theory and Mathematical Statistics for Technical Applications*. Moscow, Nauka. 512 (in Russian).
8. Gamm A. Z. (1976) *Statistical Methods for State Estimation of Electric Power Grids*. Moscow, Nauka Publ. 220 (in Russian).
9. State Standard 8.009–84 (1985). The Regulation and Use of the Metrological Characteristics of Measuring Instruments. Moscow, Publishing House of Standards. 150 (in Russian).
10. Methodical Instructions 1373–86 (1986). State System for Ensuring the Uniformity of Measurements. Moscow, Publishing House of Standards. 29 (in Russian).

Received: 4 May 2016

Accepted: 3 August 2016

Published online: 7 March 2017